

**UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
SISTEMA DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**LA INTELIGENCIA FLUIDA COMO PREDICTOR DEL RENDIMIENTO
ACADÉMICO DE LOS ESTUDIANTES DE PRIMER INGRESO EN LOS CURSOS
DE MATEMÁTICA DE EDUCACIÓN SUPERIOR**

Tesis sometida a la consideración de la Comisión del Programa de Estudios de Doctorado en
Educación para optar al grado y título de Doctorado Académico en Educación

SILVIA MARIA ARGUEDAS MÉNDEZ

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, Costa Rica

2017

DEDICATORIA

A mis padres, Ana Daisy Méndez y Fernando Arguedas

A mis hijas Verónica, Fabiola, Angélica y Gloriana

A Sergio Sánchez Chaverri, quien me acompañó en todo momento,
sin ti, amado esposo, no lo hubiera logrado.

AGRADECIMIENTOS

Todo proyecto académico que nos propongamos requiere indudablemente de constancia, sacrificio, perseverancia, voluntad, carácter, confianza, fe, paciencia y de largas horas de trabajo que nunca son suficientes. Un doctorado va más allá de lo que una persona, por sí sola, está acostumbrada a desarrollar, requiere del conocimiento adquirido por otros y del tiempo de otras personas, particularmente del tiempo de expertos en el tema abordado, y del tiempo de familiares y amigos. Sin el apoyo de estas personas hubiese sido imposible alcanzar la meta de obtener un Doctorado en Educación. A ellas mi gratitud y mi profundo afecto.

Bendigo y agradezco a Dios por darme salud física y espiritual durante el desarrollo de este proyecto académico, con su gracia logré culminarlo satisfactoriamente. Me dio la fe y esperanza para mantenerme firme en aquellos momentos en los que veía imposible alcanzar la meta.

El tomar una decisión sobre un proyecto de vida que anticipadamente se sabe que requiere de mucho sacrificio y habilidades específicas, se asemeja a un juego de ajedrez, en el que las decisiones sobre el movimiento inicial de cada pieza necesita no solo de las propias habilidades, sino de las habilidades y experiencias del otro jugador. En el movimiento inicial del “juego” que me motivó a optar por el Doctorado en Educación, colaboró significativamente la Dra. Yolanda Rojas y la Ing. Carolina Vázquez; a ambas les agradezco profundamente el haberme brindado la oportunidad de crecer como investigadora y de darme su confianza. Muy agradecida con la Ing. Vázquez, quien consideró que mi persona podría fortalecer a la Escuela de Ingeniería Industrial con el grado académico de Doctorado en Educación, y por el apoyo emocional y espiritual en los momentos en el que pensé que no lo iba a lograr.

Otra pieza fundamental en el movimiento inicial de este “juego”, a quien le agradeceré hasta la eternidad, está representada en mi amado esposo. Desde el inicio hasta el final de esta aventura estuvo a mi lado, gracias por tu comprensión y por el sin número de palabras de aliento que me sostuvieron en este camino de sacrificio. Junto a esta pieza medular, estuvieron otras cuatro preciosas piezas, mis adorables hijas, gracias amadas hijas por su paciencia desde el primer día en que inicié el doctorado, por soportar mis cambios de carácter y por creer en todo momento que su madre llegaría a la meta.

El movimiento estratégico de las piezas del juego de ajedrez determinará el éxito de este. En mi “juego”, las estrategias utilizadas estuvieron controladas por un equipo de profesores universitarios de excelente calidad profesional y humana. Agradezco profundamente el tiempo, la paciencia y guía de la Dra. Eiliana Montero Rojas, mi tutora, su apoyo y confianza en mi persona caló tanto en el trabajo realizado como en mi formación como investigadora; su rigurosidad y exigencia fue clave en el movimiento de las piezas del “juego”.

Al Dr. Luis Gerardo Meza, pieza indispensable en este “juego”, su experiencia como investigador educativo facilitó el movimiento estratégico de varias piezas; le agradezco también el haberme facilitado siempre los medios suficientes para llevar a cabo todas las actividades propuestas durante el desarrollo de esta tesis, por su confianza y apoyo incondicional. En definitiva agradecida con Dios por contar con un profesional de una calidad académica y humana indescriptible.

Quiero expresar también mi más sincero agradecimiento al Dr. Miguel Picado Alfaro, otra pieza indispensable en las “movidas” del “juego”, por su importante aporte en el desarrollo de esta tesis, por su disponibilidad y paciencia; con sus conocimientos sobre Análisis Didáctico de la Matemática logré diseñar mi primer instrumento de medición del conocimiento matemático a nivel declarativo.

Agradezco de manera especial al Dr. Roberto Colom, profesor de psicología e investigador de la Universidad Autónoma de Madrid (España), por permitir que parte de esta tesis doctoral se desarrollara bajo su orientación. Debo agradecer su amabilidad y disponibilidad durante mi estancia en Madrid, su apoyo emocional, su gran carisma y calidad humana, definitivamente un gran científico que me proporcionó todo lo que estuvo a su alcance para el desarrollo de un proyecto de investigación de calidad. Agradecida por apoyarme en unos de los momentos más difíciles que suelen presentarse cuando nos encontramos lejos de la familia; a su lado viví una experiencia invaluable e importante para mi formación como persona e investigadora.

Extiendo mi agradecimiento al conjunto de profesores del Programa Latinoamericano de Doctorado en Educación de la Universidad de Costa Rica, quienes me brindaron los conocimientos necesarios para el quehacer profesional como investigadora educativa; particularmente a la Dra. Mónica Arias Monge, quien creyó en mí hasta el último momento;

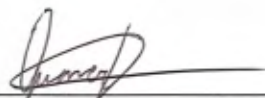
serán inolvidables sus palabras de aliento en los momentos claves, aquellos en los que no tenía claridad de hacia dónde continuar.

Este “juego” requirió del apoyo de un conjunto de profesores de la Escuela de Matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica, a quienes les doy mi profundo agradecimiento por colaborar voluntariamente en la aplicación de los instrumentos, profesionales como ustedes enriquecen la investigación educativa.

Para aquellos amigos que han compartido conmigo esta aventura, con su apoyo espiritual y emocional. Particularmente a Marianela Bolaños, con quien derramé lágrimas durante su visita en Madrid; su apoyo incondicional en el “ir y venir” con mis hijas cuando me encontraba lejos de ellas; a la Ing. Hennis Cavallini con quien me fortalecía espiritualmente en momentos de angustia y oscuridad, por sus palabras y apoyo incondicional.

Agradezco el apoyo incondicional del mi compañera de doctorado Florlenis Ponze, quien me acompañó en momentos difíciles; al Dr. Álvaro Artavia por su colaboración en momentos estratégicos en los que debía tomar decisiones para el movimiento de piezas; a todas aquellas personas que oraron para que me mantuviera en este “juego” hasta el final.

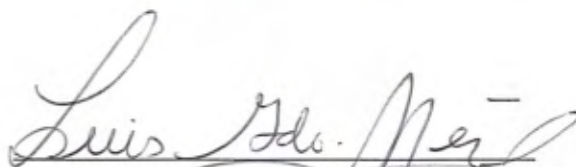
“Esta tesis fue aceptada por la Comisión del Programa de Estudios de Doctorado en Educación de la Universidad de Costa Rica, como requisito parcial para optar por el grado y título de Doctorado Académico en Educación.”



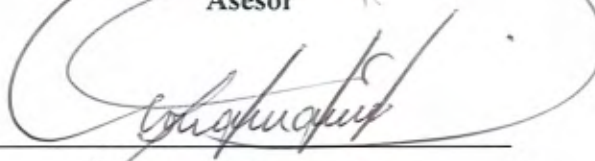
Dr. Guaner Rojas Rojas
**Representante del Decano
Sistema de Estudios de Posgrado**



Dra. Eiliana Montero Rojas
Directora de Tesis



Dr. Luis Gerardo Meza Cascante
Asesor



Dr. Miguel Picado Alfaro
Asesor



Dra. Mónica Arias Monge
**Directora
Programa de Posgrado en Educación**

Silvia María Arguedas Méndez
Candidata

INDICE

DEDICATORIA	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
HOJA DE APROBACIÓN.....	vi
ÍNDICE.....	vii
RESUMEN	xi
LISTA DE TABLAS	xii
LISTA DE FIGURAS.....	xii
CAPÍTULO I	1
INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. El rendimiento académico en matemática de los estudiantes de primer ingreso a la universidad: igualdad de oportunidades.....	1
1.2. Factores predictores y asociados al rendimiento académico en matemática	5
1.3. Marco contextual.....	7
1.3.1 Abordaje de las habilidades fluidas en pruebas diagnósticas, en los cursos remediales o propedéuticos de matemática en la educación superior.	7
1.3.2 Abordaje de la inteligencia fluida en el contexto costarricense.	18
1.3.3. El conocimiento matemático y su relación con la educación en carreras de ingeniería: universidades costarricenses.....	21
1.4. Enunciación del sistema problemático.....	24
1.4.1 Problema de investigación.....	26
1.4.2 Objetivos de investigación.	26
<i>Objetivo general</i>	26
<i>Objetivos específicos</i>	27
1.4.3 Hipótesis fundamental de la investigación.....	27
CAPÍTULO II.....	28
MARCO TEÓRICO Y ESTADO DE LA CUESTIÓN	28
2.1. Teorías sustantivas sobre el constructo Inteligencia	28
2.2. Estructura de la inteligencia: Teorías factoriales jerárquicas de la inteligencia	30
2.3. Enfoque conceptual sobre Inteligencia Fluida e Inteligencia Cristalizada	32
2.4. Estado de la investigación empírica sobre la Inteligencia Fluida	34
2.5. Conocimiento matemático como Inteligencia Cristalizada.....	36

2.6. Teoría socio-cognitiva y rendimiento académico y teorías de personalidad	39
2.7. Estado de la evidencia empírica sobre predicción de rendimiento académico en matemática	44
2.8. Planteamiento del modelo teórico causal a partir de la evidencia empírica	46
2.8.1 Estudios empíricos sobre el constructo capacidad intelectual.....	47
2.8.2 Rasgos de personalidad.	53
2.8.3 Autoeficacia.....	65
2.8.4 Ansiedad.	72
2.8.5 Impulsividad.....	77
2.9. Planteamiento del modelo teórico causal	81
CAPÍTULO III.....	89
METODOLOGÍA	89
3.1. Metodologías en estudios previos de inteligencia y rendimiento académico	89
3.2. Diseño metodológico de la investigación	91
3.3.1 El tamaño de la muestra.	92
3.3.2 Justificación y cálculo de la muestra.	92
3.4. Operacionalización de las variables	93
3.4.1 Tipos de variables.....	93
3.4.2. Constructos, instrumentos e indicadores.	95
3.4.3 Descripción de los instrumentos.....	98
<i>Medidas cognitivas</i>	98
3.4.3.1 <i>Escala de Inteligencia Fluida</i>	98
3.4.3.2 <i>Medida de la Inteligencia Cristalizada</i>	99
3.4.3.3 <i>Medida del rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria</i>	100
<i>Medidas afectivas</i>	101
3.4.3.4 <i>Escala de Responsabilidad: Escala R (NEO PI-R Inventario de Personalidad NEO revisado y ZKA-PQ Zucherman-Kuhlman-Aluja Personality Questionnaire)</i> ...	101
3.4.3.5 <i>Escala de Ansiedad Matemática (Escala SAM)</i>	103
3.4.3.6 <i>Escala de Autoeficacia General (Escala AG)</i>	104
3.4.3.7 <i>Escala de Impulsividad (Escala IFD)</i>	105
3.5. Procedimiento para la recolección de información.....	106

3.6. Descripción de las aplicaciones de los instrumentos en la fase piloto	108
3.7. Descripción de las pruebas: fase operativa	109
3.7.1 Prueba de Inteligencia Fluida.	109
3.7.2 Prueba de conocimiento conceptual en matemática (PCCM).	112
3.7.3 Prueba sobre los contenidos al primer examen parcial en el curso MA1102 (PCPPC).	114
3.7.4 Escala de Responsabilidad (ER).....	115
3.7.5 Escala de Ansiedad Matemática (EAM).	117
3.7.6 Escala de Autoeficacia (EA).	118
– 3.7.7 Escala de Impulsividad (EI).	119
3.7.8 Sobre los indicadores de Inteligencia Cristalizada.	122
3.7.9 Sobre los indicadores de Rendimiento Académico.	124
3.8. Modelos de ecuaciones estructurales: análisis de datos	129
3.8.1 Diseño del Modelo de Ecuaciones Estructurales.....	131
3.8.2 Especificación del modelo causal inicial a partir del modelo teórico de medición.	131
3.8.3 Aspectos técnicos para la representación gráfica y las ecuaciones estructurales.	132
3.8.4 Identificación del modelo.	135
3.8.5 Comprobación de los supuestos básicos.....	136
3.8.6. Tratamiento de los casos sin respuesta.	136
3.8.7 Elección de la matriz de datos: varianzas-covarianzas.....	137
3.8.8 Estimación del Modelo Empírico.	137
3.8.9 Evaluación del Modelo.	138
3.8.10 Ajuste del modelo global.	138
3.8.11 Evaluación del modelo estructural.	140
3.8.12 Evaluación del modelo de medición: validez y fiabilidad.....	140
CAPÍTULO IV	142
RESULTADOS	142
4.1. Especificación del modelo causal inicial a partir del modelo teórico	142
4.2. Identificación del modelo.....	152
4.3. Estimación del modelo empírico.....	153

4.3.1 Estabilización y re-especificación de los datos del modelo.	154
4.4. Evaluación e interpretación del modelo	159
<i>Calidad del modelo de medición.</i>	168
<i>Modelo Estructural.</i>	168
CAPÍTULO V.....	173
DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS	173
CAPÍTULO VI	185
CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y LIMITACIONES	185
6.1. Conclusiones	185
6.2. Recomendaciones.....	189
6.3. Limitaciones.....	192
REFERENCIAS.....	194
ANEXOS	211

RESUMEN

El rendimiento académico ha sido objeto de estudio desde diferentes ópticas y se ha concluido que son diversos los factores que afectan dicho rendimiento. La teoría y la investigación previa a nivel internacional, sobre las diferencias de rendimiento académico, señalan a la inteligencia fluida como un predictor potencial del rendimiento académico. Sin embargo, la evidencia disponible en el contexto costarricense es escasa, por lo que esta investigación se dirigió a obtener la información necesaria para dar respuesta a ese vacío, particularmente se abordó el tema de la inteligencia fluida como predictor del rendimiento académico de los estudiantes de primer ingreso en los cursos de matemáticas de Educación Superior. Ante la escasa evidencia sobre la teoría de la inteligencia fluida como posible factor explicativo del rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria, se consideró necesario investigar científicamente la magnitud de la relación entre la inteligencia fluida y el rendimiento académico en matemática universitaria –relación que desde la teoría posee implicaciones relevantes–, particularmente en los procesos de enseñanza aprendizaje propios de los cursos iniciales de matemática a los que se enfrentan estudiantes de primer ingreso a la universidad.

Esta investigación tuvo como objetivo general generar evidencias empíricas sobre la posible relación de causalidad entre la inteligencia fluida y el rendimiento académico de estudiantes de primer ingreso en cursos iniciales de matemática de educación superior costarricense, para contribuir científicamente al conocimiento sobre la problemática del desempeño académico de estudiantes en estos cursos. Por lo que fue necesario explicar, desde la teoría, la relación de causalidad entre la inteligencia fluida y el rendimiento académico en cursos iniciales de matemática en la Educación Superior; además de estimar, a partir de la teoría, un modelo empírico de relaciones causales que explique satisfactoriamente las correlaciones observadas entre variables cognitivas, no cognitivas y el rendimiento en un curso inicial de Matemática, con el propósito de confirmar la hipótesis de una relación positiva y de importancia práctica entre la inteligencia fluida y el rendimiento en cursos iniciales de matemática de la Educación Superior.

En esta investigación se propuso un estudio observacional transversal con el método de encuesta, con muestras aleatorias de estudiantes de primer ingreso a carreras de ingeniería del Instituto Tecnológico de Costa Rica. Con el propósito de generar inferencias acerca de la relación causal entre inteligencia fluida y rendimiento académico en cursos iniciales de matemática en la Educación Superior, se requirió de los modelos de ecuaciones estructurales para encontrar un modelo causal consistente con los datos empíricos. Se logró estimar, a partir de la teoría, un modelo empírico aceptable de relaciones causales que explicara satisfactoriamente las correlaciones observadas entre variables cognitivas (inteligencia fluida, inteligencia cristalizada), no cognitivas (responsabilidad, ansiedad, autoeficacia, impulsividad) y el rendimiento en cursos de matemática, con el cual se confirmó la hipótesis de una relación positiva y de importancia práctica entre la inteligencia fluida y el rendimiento en cursos iniciales de matemática de la Educación Superior. Se estableció un modelo con el que se evidenció que la inteligencia fluida, mediado por la inteligencia cristalizada, es un predictor del rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria.

LISTA DE TABLAS

Tabla 1.....	49
Tabla 2.....	50
Tabla 3.....	51
Tabla 4.....	53
Tabla 5.....	54
Tabla 6.....	56
Tabla 7.....	58
Tabla 8.....	59
Table 9.....	61
Tabla 10.....	63
Tabla 11.....	64
Tabla 12.....	66
Tabla 13.....	68
Tabla 14.....	69
Tabla 15.....	71
Tabla 16.....	73
Table 17.....	75
Tabla 18.....	76
Tabla 19.....	78
Tabla 20.....	80
Tabla 21.....	94
Table 22.....	95
Tabla 23.....	97
Table 24.....	109
Tabla 25.....	110
Tabla 26.....	110
Tabla 27.....	111
Tabla 28.....	111
Tabla 29.....	113
Tabla 30.....	113
Tabla 31.....	114
Tabla 32.....	114
Tabla 33.....	116
Tabla 34.....	117
Tabla 35.....	117
Tabla 36.....	119
Tabla 37.....	120
Tabla 38.....	120
Tabla 39.....	120
Tabla 40.....	133
Tabla 41.....	133
Tabla 42.....	139
Tabla 43.....	143
Tabla 44.....	144
Tabla 45.....	149
Tabla 46.....	157
Tabla 47.....	161
Tabla 48.....	162

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Variables y constructos estudiados con respecto a su relación con el rendimiento académico en general y para cualquier población académica (primaria, secundaria y universitaria).....	81
Figura 2. Variables predictoras del rendimiento académico en matemática	82
Figura 3. Modelación de los constructos que intervendrán en el modelo teórico causal del rendimiento académico en cursos iniciales de matemática	85
Figura 4. Anexo 2_ I.F.....	110
Figura 5. Datos descriptivos de la variable Inteligencia Fluida.....	112
Figura 6. Anexo 3_PCCM.	113
Figura 7. Datos descriptivos del indicador prueba de conocimientos conceptuales.....	113
Figura 8. Diseño de tabla para evaluar preguntas de desarrollo	114
Figura 9 (ver Anexo 4_PCPPC),.....	114
Figura 10. Datos descriptivos de la prueba sobre los contenidos evaluados	115
Figura 11 Anexo 5_ ER.....	116
Figura 12. Datos descriptivos en la escala de Responsabilidad.....	117
Figura 13. Anexo 6_ AM.....	117
Figura 14. Estadísticos descriptivos de la variable ansiedad matemática.....	118
Figura 15. Anexo 7_ EA.....	118
Figura 16. Estadísticos descriptivos de la variable autoeficiacia.....	119
Figura 17 Anexo 8_IFD.....	120
Figura 18. Estadísticos descriptivos de los datos recopilados en la subescala sobre Impulsividad Funcional	121
Figura 19. Datos descriptivos de los datos recopilados en la subescala Impulsividad Disfuncional	122
Figura 20. Datos descriptivos del indicador apartado verbal examen admisión del ITCT.	123
Figura 21. Datos descriptivos del indicador Prueba Nacional de Bachillerato en Matemática 2014	124
Figura 22. Datos descriptivos del indicador nota del I Examen Parcial curso MA0101	125
Figura 23. Datos descriptivos del indicador nota del II Examen Parcial curso MA0101...	126

Figura 24. Datos descriptivos del indicador nota del III Examen Parcial curso MA0101 .	127
Figura 25. Datos descriptivos del indicador nota en quices y otros en el curso MA0101..	128
Figura 26. Datos descriptivos del indicador puntaje en prueba al primer examen parcial del curso MA1102	129
Figura 27. Representaciones gráficas en el modelo estructural.....	132
Figura 28. Modelo estructural inicial completo con sus respectivos parámetros	145
Figura 29. Correlaciones entre las variables latentes exógenas.....	148
Figura 30. Modelo Estructural inicial completo: solución estandarizada.....	155
Figura 31. Modelo Estructural alternativo completo: solución estandarizada.....	156
Figura 32. Valores de las correlaciones entre variables.....	158
Figura 33. Valores de las correlaciones entre variables.....	158
Figura 34. Gráfico de los residuos estandarizados	164
Figura 35. Gráfico de los residuos estandarizados	165

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

Los estudios científicos señalan múltiples factores causales del rendimiento académico en los diferentes niveles educativos. A nivel universitario, se han observado problemas de rendimiento académico, particularmente para estudiantes de primer ingreso que optaron por carreras cuya malla curricular contiene, en el primer año, cursos de ciencias básicas en el área de química, física y matemática.

En este capítulo se plantea la necesidad de investigar sobre la posible relación causal entre la inteligencia fluida y el rendimiento académico en matemática, esencialmente con los cursos iniciales en la Educación Superior.

La primera sección del capítulo se refiere al contexto del rendimiento académico de los estudiantes de primer ingreso en cursos iniciales de matemática; adicionalmente, se describen aspectos relevantes sobre los estudios empíricos relacionados con los factores predictores y asociados al rendimiento académico en matemática.

En una segunda sección, se presenta un marco contextual que delimita el ámbito circunstancial y el ambiente físico dentro del cual se desarrolla el trabajo. Se hace referencia a las habilidades fluidas en pruebas diagnósticas, en los cursos remediales o propedéuticos de matemática en la educación superior; también, a los estudios sobre inteligencia fluida en el contexto costarricense y al conocimiento matemático y su relación con la educación en carreras de ingeniería de universidades públicas costarricenses.

Se concluye con el planteamiento del problema, los objetivos y la hipótesis de la investigación.

1.1. El rendimiento académico en matemática de los estudiantes de primer ingreso a la universidad: igualdad de oportunidades

Los sujetos que forman parte de la sociedad pueden analizar, interpretar y llegar a comprender lo que les rodea mediante diferentes tipos de representaciones (simbólicas, gráficas, verbales, entre otras) a partir de las cuales es posible realizar un análisis social y cultural del espacio donde se encuentran.

Esta percepción es construida por cada sujeto de acuerdo con las oportunidades educativas ofrecidas en el seno familiar, en el entorno cultural y en las instituciones educativas. Los agentes de la educación –familia, entorno cultural e instituciones educativas, entre otros– de una determinada sociedad, ofrecen a su ciudadanía las condiciones mínimas para que, en igualdad de oportunidades, cada quien logre formar parte del desarrollo de la sociedad a la que pertenece.

Ante la necesidad de formar individuos críticos, analíticos, creativos e innovadores para el desarrollo de una sociedad y con igualdad de oportunidades, las instituciones de educación primaria, secundaria y universitaria, continuamente establecen políticas educativas en pro de un capital humano cualificado que abarque al estudiantado y que promueva, en este grupo, las habilidades requeridas para la resolución de problemas presentes en su quehacer profesional futuro.

Las instituciones universitarias, por su parte, orientan sus objetivos de enseñanza hacia la formación de profesionales capaces de construir soluciones estratégicas a los problemas inmersos en diferentes contextos complejos, desconocidos y cambiantes (Pozo y Pérez, 2009).

Particularmente, en el contexto costarricense, con el propósito de propiciar que la permanencia de cada estudiante en la universidad se traduzca en una efectiva acumulación de capacidades y destrezas para resolver problemas, se estableció un conjunto de objetivos y acciones relacionados con los aspectos de acceso y equidad en la educación superior en el Plan Nacional de la Educación Superior de Costa Rica: 2011-2015 (PLANES, 2011).

Uno de los ejes del Plan Nacional de la Educación Superior en los que se sustenta esta investigación es el relacionado con equidad y acceso. El eje equidad y acceso a la educación superior comprende un conjunto de estrategias y acciones que tienen como finalidad beneficiar a un mayor número de estudiantes de forma amplia y con igualdad de oportunidades de acceso a una educación de calidad y equidad en cuanto al éxito académico, por medio de un proceso sostenido e integral de acceso y acompañamiento que propicie la permanencia y el éxito académico de la población estudiantil, según sus méritos y sus capacidades individuales. En este Plan, el eje accesibilidad se planteó para incrementar la cobertura y el acceso a las universidades estatales de forma equitativa y planificada para promover la cohesión y la movilidad social.

La equidad de acceso a la educación implica una educación que responda a las necesidades de la ciudadanía, asegurándole, en igualdad de condiciones, la calidad en el conocimiento requerido para enfrentar el mundo laboral y para generar la capacidad de generar ingresos (Bernal y Gómez, 2012).

La equidad de acceso a la educación superior no consiste únicamente en formar parte de la institución, también contempla el logro de los resultados educativos por el estudiante. A este logro se le ha conocido como rendimiento académico (García y Jacinto, 2010).

El rendimiento académico es un aspecto ampliamente estudiado por investigadores educativos (Castejón y Miñano, 2008; Cupani y Lorenzo, 2010; Furnham, Monsen y Ahmetoghu, 2009; Garbanzo, 2007; Miñano y Castejón, 2011; Montero, Villalobos y Valverde, 2007; Moreira, 2009; Rosander, Bäckström y Stenberg, 2011; Vargas, 2010) quienes aportan conocimiento científico para el desarrollo de las políticas públicas e institucionales de las universidades. En estas políticas ha prevalecido la búsqueda de estrategias para minimizar la repitencia de los cursos, la deserción y el tiempo para graduarse de la universidad.

Diversos tipos de factores, cognitivos y no cognitivos, afectan el rendimiento académico de estudiantes de primer ingreso a la universidad, particularmente para quienes ingresan en condición de desigualdad de oportunidades en relación con el conocimiento y capacidades necesarias para enfrentar un curso de matemática (Figuera, Dorio y Forner, 2003; Montero, Villalobos y Valverde, 2007), el cual requiere de capacidades de razonamiento lógico que fomentan las habilidades de abstracción para la modelación, resolución e interpretación de los resultados de problemas.

Ante la reflexión ontológica y epistemológica sobre la génesis personal y cultural a la que se enfrenta el estudiantado al ingresar a la universidad, surge la necesidad de conocer las habilidades intelectuales innatas con las que operacionalizará el aprendizaje de los nuevos conceptos por adquirir; esencialmente aquellas habilidades cognitivas de razonamiento y emocionales que influyen en las estructuras conceptuales del individuo y, por consiguiente, en la capacidad de combinar y relacionar experiencias que marcan en la persona la forma de procesar información. A este procesamiento de información se le llama “descomposición recursiva de los procesos cognitivos”, y opera mediante la manipulación de símbolos y dispone de procedimientos sintácticos (Pozo, 2003).

Los grupos de estudiantes de primer ingreso a carreras universitarias, cuyo plan de estudios contiene cursos de matemática, inician un proceso de modificación o adaptación a nuevas formas de pensamiento matemático que implicará comprender su propia forma de procesar la nueva información.

Las diferencias individuales en la forma de procesar nueva información, sumado a la desigualdad de oportunidades educativas de los estudiantes, contribuyen al bajo rendimiento académico en matemática –y por ende a altos índices de reprobación– tanto en primaria y secundaria, como en los cursos iniciales de matemática universitaria (OCDE, 2016; Marín, Fernández, Rodríguez, Sans y Toribio, 2015; Fernández y Del Valle, 2013). Estos índices de reprobación rondan el 60% y han sido el foco de atención de algunos estudios que buscan formas para atenderlos y lograr su disminución (Alfaro y Alpízar, 2013; Arguedas, 2009).

La capacidad de un individuo para aprobar los cursos de matemáticas, a nivel universitario, principalmente para quien transita de la secundaria a la universidad, se pone en duda, por ejemplo, cuando el informe de los resultados de una prueba diagnóstica refleja que tiene un nivel deficiente de conocimientos matemáticos para enfrentar un primer curso de Cálculo diferencial e integral, considerando que obtuvo un puntaje inferior a 50 (en una escala de 0 a 100) en cada una de las áreas evaluadas en la prueba. Es en este momento cuando, ocasionalmente, se tiende a asociar esta capacidad con el nivel de formación matemática recibida en la secundaria, o bien, con la inteligencia del sujeto (Gómez, 2009).

Ante resultados de pruebas diagnósticas desfavorables, las autoridades universitarias recurren a la creación de cursos remediales, de nivelación o propedéuticos que pretenden acomodar (desde la perspectiva de Piaget) o, en ocasiones, ampliar los conocimientos matemáticos de estos grupos de estudiantes y, de esta forma, minimizar las probabilidades de reprobación de los cursos iniciales de matemática universitaria.

Al ingresar a la universidad, el estudiantado presenta creencias y actitudes vinculadas a la matemática que podrían afectar la adquisición de los nuevos conceptos matemáticos sobre el Cálculo diferencial e integral y, por ende, se ve afectado el rendimiento académico. Parte de esta población manifiesta la creencia de que los temas de matemáticas son difíciles y poco aplicables en la vida diaria, o consideran que por terminar de estudiar un tema, este no será aplicable más adelante en su formación. Esta última creencia induce a pensar que la situación de quienes no han comprendido temas anteriores con sus respectivas aplicaciones,

podría generarles dificultades en la adquisición de conocimientos nuevos partiendo de los que ya posee (Gómez, OP'T Eynde y De Corte, 2006).

Algunas de las creencias descritas suelen ser modificadas cuando estudiantes de primer ingreso a la universidad reciben información sobre los resultados obtenidos en pruebas diagnósticas de matemática; estos resultados, por un lado, permiten a los estudiantes reflexionar sobre su situación real en cuanto al nivel de conocimiento matemático que poseen y, de ser esta una situación alarmante, estarían a tiempo de buscar posibles soluciones.

Por otro lado, estos resultados alertan a las autoridades y a los docentes universitarios sobre la importancia de generar óptimas soluciones para solventar las deficiencias del conocimiento matemáticos de los estudiantes y, por ende, disminuya la alta repitencia y deserción en los primeros cursos de matemática, así como el gasto económico en el que se incurre por la apertura de cursos para repitentes (Gómez, OP'T Eynde y De Corte, 2006).

En busca de potenciales soluciones, se han generado líneas de investigación orientadas, por un lado, a la búsqueda de los posibles factores predictores del rendimiento académico en general, y por otro lado, en menor grado, al rendimiento académico en la disciplina de matemática para la educación primaria, secundaria y universitaria (Cupani y Martín, 2012; Cerda, Ortega, Flores y Melipillán, 2011; Cupani y Lorenzo, 2010; Vargas, 2010; Castejón y Miñano, 2008).

1.2. Factores predictores y asociados al rendimiento académico en matemática

El rendimiento académico es multicausal (Garbanzo, 2007) lo que conlleva al estudio de los diversos factores que lo predicen o se asocian.

A nivel general, existen factores asociados con el rendimiento académico clasificados por Garbanzo (2007) como determinantes personales, sociales e institucionales, cuyas implicaciones se abordarán en el marco teórico.

Otras investigaciones han analizado la capacidad predictiva de diversas variables cognitivo-emocionales sobre el rendimiento académico. Castejón y Miñano (2008) realizaron un estudio con 168 sujetos que cursaban el primer curso de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) en centros públicos de Alicante, España. Los resultados mostraron que la variable con mayor poder predictivo fue la inteligencia general/aptitudes. Declararon esto a pesar de la controversia existente sobre el valor predictivo de la inteligencia en el rendimiento estudiantil. Reconocieron que el concepto de inteligencia varía según el tipo de

estudio que se desarrolle, pero generalmente se habla de inteligencia desde un enfoque psicométrico, desarrollista o cognitivista.

Estudios más recientes afirman que uno de los factores predictores del rendimiento académico más conocido ha sido la inteligencia (Gomes y Fernández, 2012; Preusse, Meer, Deshpande, Drueger y Wartenburger, 2011; Primi, Ferrão y Almeida, 2010), pese a lo cuestionado que ha sido su función predictora, se ha determinado, por ejemplo, que la inteligencia general/aptitudes tiene un alto poder predictivo del rendimiento en individuos que cursan un primer curso de la ESO, y se ha clasificado como una variable de tipo cognitivo-emocional (Castejón y Miñano, 2008).

Algunos estudios han concluido que los rasgos de personalidad son predictores del rendimiento académico de diferentes materias escolares para los estudiantes de secundaria. Mediante una serie de modelos de ecuaciones estructurales jerárquicos se ha mostrado que la inteligencia general, la responsabilidad, la extraversión y el neuroticismo se relacionaban significativamente con el rendimiento académico en general, contralando la inteligencia general (Furnham et al., 2009; Rosander, Bäckström y Stenberg, 2011).

En busca de otro tipo de factores asociados al rendimiento académico, que permitan analizar otras posibles causas de las deficiencias de conocimientos matemáticos del estudiantado de primer ingreso, este estudio consideró importante analizar el papel que desempeña la habilidad de razonamiento fluido de los estudiantes de primer ingreso, ya que este tipo de razonamiento considera las habilidades intelectuales básicas propias del aprendizaje de la matemática, aquellas habilidades que se enmarcan en la inteligencia fluida del estudiante. La inteligencia fluida (una definición breve) encierra un conjunto de habilidades primarias: razonamiento deductivo (la habilidad de resolver problemas y la habilidad de razonar desde principios o hechos establecidos); razonamiento inductivo (la habilidad de detectar patrones en observaciones); razonamiento cuantitativo (la habilidad de razonar utilizando argumentos numéricos y matemáticos) (Hunt, 2011).

La inteligencia fluida es considerada como una habilidad básica de razonamiento en los procesos de resolución de problemas, en los que se requiere hacer inferencias, razonar inductivamente y disponer de buena memoria; es heredable, por lo que representaría la inteligencia básica de la persona (Colom, 2012; Spinath, Freusenthaler y Neubauer, 2010; Juan-Espinosa, 1997; Cattell, 1963).

Hasta el momento no se tiene claridad sobre el papel predictor de la inteligencia fluida en el rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria. Sin embargo, lo que sí se tiene es evidencia empírica sobre los factores predictores y asociados al rendimiento académico con sus respectivos abordajes metodológicos en los que se ha concluido que la inteligencia es un factor predictor del rendimiento académico.

Las variables predictoras del rendimiento en matemáticas más representativas en contextos universitarios apuntan hacia la capacidad cognitiva como la principal variable predictora (Lemos, Abad, Leandro y Colom, 2014), luego se apunta hacia los rasgos de personalidad (Furnham, Chamorro y Mc. Dougall, 2003), ansiedad, actitud hacia las matemáticas y autoeficacia (Cupani y Aparicio, 2012; Cupani y Aparicio, 2012). Otras variables asociadas al rendimiento académico en matemática son el tiempo dedicado al estudio, recursos de apoyo y género (Kitsants, Cheema y Ware, 2011; Vittorio, Vecchione, Gerbino y Barberenelli, 2011; Zientek y Thompson, 2010; Steinmayr y Spinath, 2009; Gagné y Pèrè, 2001; Randhawa, Beamer y Lundberg, 1993).

1.3. Marco contextual

El propósito de este apartado consiste en hallar evidencia empírica a nivel internacional, regional y nacional, que considere de forma explícita la teoría de la inteligencia fluida en el abordaje de la problemática de cómo minimizar la brecha entre el conocimiento matemático, adquirido al finalizar la educación secundaria, y el conocimiento requerido para enfrentar exitosamente los cursos iniciales de matemática universitaria. Particularmente se considera el papel de la inteligencia fluida en el diseño de pruebas diagnósticas y en cursos remediales o propedéuticos.

1.3.1 Abordaje de las habilidades fluidas en pruebas diagnósticas en los cursos remediales o propedéuticos de matemática en la educación superior

A nivel nacional e internacional, el esfuerzo de las autoridades universitarias por minimizar esta brecha se ha orientado a la implementación de pruebas diagnósticas y de cursos remediales o propedéuticos que no han considerado la indiferenciación individual en cuanto a las capacidades intelectuales de los estudiantes, particularmente las capacidades cognitivas relacionadas con el razonamiento fluido; es decir, el razonamiento con mínima dependencia del aprendizaje y la formación cultural; este que aborda los diferentes tipos de

razonamiento conocidos como inductivo, deductivo y cuantitativo, los cuales son básicos en los procesos de razonar y resolver problemas (Fossatti, 2007). Estos tipos de razonamiento, por siglos, han formado parte del conjunto de habilidades necesarias en el proceso de adquisición del conocimiento matemático.

Al considerar la inteligencia fluida como una habilidad básica de razonamiento, se pensó necesario identificar la relación que existe entre este tipo de inteligencia y el proceso de adquisición del conocimiento matemático.

El conocimiento matemático se apoya en un conjunto de formas de razonamiento, con las cuales se comprende las diversas formas-con las que un individuo adquiere dicho conocimiento. Algunas de estas formas de razonamiento corresponden al razonamiento transductivo (impide efectuar generalizaciones, exclusivo de la etapa preconceptual); al razonamiento inductivo (favorece la organización de operaciones completas) y al razonamiento deductivo (que va de lo general a lo particular, característico de las operaciones formales) (Serrano, Pons y Ortiz, 2011).

En el proceso de adquisición de nuevos conocimientos matemáticos, el estudiantado se enfrenta a nuevas tareas matemáticas complejas que demandan del individuo hábitos y actitudes matemáticas apoyadas en las distintas formas de razonamiento mencionadas, es decir, se recurre a las habilidades fluidas de razonamiento.

En Costa Rica, hasta este momento, no se tiene evidencia de que las universidades públicas determinen el nivel de razonamiento fluido asociado al conocimiento matemático que posee un estudiante que ingresa por primera vez a la universidad. Se tiene evidencia del uso de pruebas diagnósticas para analizar los conocimientos matemáticos con los que los aspirantes ingresan a la universidad y con base en los resultados de estas pruebas se generan posibles cursos propedéuticos o cursos remediales, sin considerar las habilidades de razonamiento fluido de estos estudiantes, como se muestra a continuación.

En el contexto costarricense las pruebas diagnósticas en matemática han sido aplicadas en tres universidades públicas: el Instituto Tecnológico de Costa Rica (ITCR), la Universidad de Costa Rica (UCR) y la Universidad Nacional de Costa Rica (UNA).

El ITCR inició el proceso de aplicación de la prueba de diagnóstico en matemática para estudiantes de primer ingreso durante los semestres correspondientes a los cursos lectivos 2008, 2009 y 2010. La aplicación de la prueba tenía como fin evaluar los

conocimientos previos básicos para ingresar a carreras que esta universidad ofrece; en el 2008 la nota media obtenida en la prueba diagnóstica fue de 52,4; para el 2009 fue de 37,05 y para el 2010 la nota media fue de un 37,05 (Ramírez y Barquero, 2011).

De acuerdo con el Dr. Luis Gerardo Meza Cascante, director de la Escuela de Matemática de esta Institución –al momento de realizar esta investigación–, la prueba diagnóstica en matemática surgió como una iniciativa de un conjunto de docentes que coordinaban el proyecto *Éxito Académico*, al cual en sus inicios se le denominaba proyecto como RAMA (Rendimiento Académico en Matemática), por lo que la prueba no respondía a una disposición institucional que le diera permanencia (Meza, entrevista, febrero 2014).

Estas pruebas se analizaron con respecto a la dificultad y discriminación de los ítems, así como a la confiabilidad y validez predictiva de las pruebas aplicadas durante el periodo de 2008 a 2010 (Ramírez y Barquero, 2011).

Actualmente en el ITCR no se están aplicando pruebas diagnósticas de matemática a estudiantes que ingresan por primera vez a la universidad a carreras de Ingeniería. Desde el año 2011, el ITCR desistió de la aplicación de la prueba diagnóstica de matemática. Según Meza, se dejó esta práctica porque hubo cambio de coordinadores del proyecto RAMA, quienes cesaron de aplicarla porque enfocaron sus esfuerzos en otros aspectos académicos. Por ejemplo, se inició la aplicación del examen de ubicación que define, para cuatro carreras, quiénes pueden pasar a Cálculo diferencial e integral y quiénes deben cursar Matemática general (aunque la presentación del examen es voluntaria). El factor más relevante es que este examen de ubicación consume los recursos disponibles para la formulación y aplicación de la prueba diagnóstica.

En la UCR cada año se realiza el examen *Diagnóstico en matemática* (DiMa) el cual consiste en la aplicación de una prueba de conocimientos y destrezas matemáticas, creada con el fin de alertar al estudiantado sobre sus posibles deficiencias y ofrecerle, a la vez, alternativas para remediarlas. Es una práctica que se ha venido desarrollando desde el año 2000.

La prueba DiMA es diseñada por la Escuela de Matemática y aplicada a estudiantes que ingresan a carreras que requieren al menos un curso de Cálculo. Algunas de estas carreras son las que pertenecen a las áreas de Ciencias Económicas, Ciencias Básicas,

Ingenierías, Ciencias de la Salud y Agroalimentarias; así como para aquellos estudiantes admitidos en carreras de Computación, Matemáticas e Informática Empresarial.

Algunos de los resultados obtenidos en esta prueba han sido comunicados en los informes que anualmente se emiten desde la Escuela de Matemática de la UCR; en el 2011 la nota media de la población que realizó la prueba fue de un 49,4; en el 2012 la nota media fue de un 46,73 y en el 2014 la nota media correspondió a un 42,87. Estos datos se calcularon considerando únicamente a estudiantes de la Sede Rodrigo Facio.

Desde el 2009 la UNA elabora y aplica un examen de diagnóstico para estudiantes de primer ingreso que en su plan de estudios incorporen, al menos, un curso de matemática. La prueba se fundamenta en los conocimientos básicos estudiados en la educación secundaria que abarcan las áreas de números reales, álgebra, funciones y trigonometría.

De acuerdo con Zamora (2012), en el 2010 el 95% de estudiantes que realizó la prueba de diagnóstico obtuvo notas inferiores a 51 en una escala de 1 a 100. Este autor sostiene que para la UNA es una necesidad determinar el nivel de conocimiento previo en matemática con el que ingresan sus estudiantes, porque considera que es uno de los factores que afecta el rendimiento académico en matemáticas; aclara que existen múltiples factores, pero que el relacionado con los conocimientos previos es influyente.

En resumen, de las tres universidades solo una de ellas prescindió de la aplicación de pruebas diagnósticas en matemática: el ITCR; mientras que las otras permanecen con la práctica de aplicación de pruebas diagnósticas en esta disciplina: UCR y UNA.

Con ello se logra dilucidar que el estudiantado de primer ingreso en universidades públicas presenta un déficit de conocimientos básicos para lo que requiere una matemática de nivel superior. No se tiene claridad de si este déficit de conocimientos podría ser subsanado únicamente con la implementación de planes remediales, o bien, si dichos planes deben contemplar otros factores determinantes para el éxito académico en los cursos iniciales de matemática universitaria, como por ejemplo, factores de índole cognitivo, específicamente los relacionados con la inteligencia fluida.

Cabe destacar que entre los planes remediales se ha considerado la implementación de talleres o cursos propedéuticos, los cuales han sido diseñados con el propósito de brindar oportunidades de mejora del conocimiento matemático requerido para enfrentarse con éxito

a los primeros cursos de matemática universitaria. Algunos de ellos se mencionan a continuación.

A nivel internacional se analizaron dos investigaciones sobre la implementación de planes remediales para enfrentar las matemáticas universitarias. La primera investigación hace referencia a un curso propedéutico ofrecido en la Universidad Complutense de Madrid; el curso fue incorporado como una asignatura genérica denominada Laboratorio de matemáticas para los alumnos de nuevo ingreso, fue considerado como una experiencia innovadora desarrollada en la Facultad de Ciencias Exactas (Gómez, 2009).

El laboratorio se impartió durante los meses de septiembre y octubre y sirvió como punto de partida para que el estudiantado se familiarizara con el sistema universitario; tuvo una duración de cinco semanas, cada día se impartieron 5 horas de clase. El objetivo del curso consistió en ayudar a estudiantes de primer ingreso a habituarse con los procedimientos prácticos y básicos que representaban dificultades de adaptación al estudio de las matemáticas en la universidad; también a que adquirieran prácticas y distintas estrategias y técnicas comunes en la resolución de problemas.

Algunos de los temas que se trabajaron en el curso fueron los siguientes:

1. Diferencias entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático.
2. Familiarización con el ejercicio y formas diversas de la demostración matemática.
3. Introducción a distintas nociones relativas a conjuntos: las relaciones de equivalencia en un conjunto, las aplicaciones entre conjuntos y la cardinalidad.
4. Algunos conceptos que tradicionalmente se suponían conocidos por el alumnado de bachillerato y que, en la actualidad, no se estudian en muchos centros, son temas que forman parte de lo que se conoce como *matemática discreta*.
5. Repaso de algunos aspectos fundamentales del cálculo que se supone que el estudiantado ha adquirido, con mayor o menor profundidad, en su paso por la enseñanza secundaria.
6. Repaso de algunas ideas y técnicas en torno al álgebra y a la geometría, ya tratadas en la enseñanza secundaria.
7. Familiarización con el uso de la visualización en el quehacer matemático.

La propuesta de este laboratorio no se centró solo en los contenidos matemáticos, sino que pretendió desarrollar la experiencia matemática mediante el cultivo de actitudes matemáticas y la estructuración de algunos conocimientos básicos.

La segunda investigación fue realizada por un equipo de investigadores de la Middle Tennessee State University (McCormick y Lucas, 2011). Este equipo llevó a cabo una revisión de bibliografía relacionada con la educación matemática impartida en los Estados Unidos. Como parte de las conclusiones se afirmó que existe una crisis de preparación para la universidad. Según el informe del 2004 de la American College Testing (ACT) solo el 34% de estudiantes que se ha graduado de la secundaria presentó habilidades necesarias en matemática para el trabajo universitario.

La prueba *ACT* pertenece a un programa de estudios basado en estándares educativos que funge como una herramienta de planificación para evaluar la preparación académica de estudiantes para la universidad. De acuerdo con el informe de 2004, presentado por la American College Testing, la educación superior en Estados Unidos se encontraba en medio de un déficit de preparación universitaria para recibir a estudiantes de secundaria (McCormick y Lucas, 2011).

La investigación se basó en la revisión de estudios que pretendían explorar sobre las siguientes preguntas: ¿Cuál es la disposición que tienen los estudiantes hacia las matemáticas de la universidad? ¿Cuál es el estado de preparación que poseen los estudiantes en matemáticas al ingresar a la universidad? ¿Por qué es importante prepararse en matemáticas antes de ingresar a la universidad? ¿Por qué hay un déficit en la formación matemática requerida para las matemáticas universitarias? ¿Qué esfuerzos se están realizando para hacer frente a la preparación matemática universitaria? A su vez, la investigación recopiló un conjunto de recomendaciones brindadas por otras investigaciones que analizaron la temática; estas recomendaciones fueron dirigidas hacia la reestructuración de los programas de matemática para las escuelas secundarias.

En Latinoamérica, diversos estudios han establecido como problema permanente la brecha entre el conocimiento matemático ofrecido en la educación secundaria y el conocimiento matemático previo para ingresar a la universidad (Otero, Fanaro y Elichribehty, 2001; Ramírez, 2012).

En la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, en Argentina, se determinó la necesidad de diseñar y plantear un curso de nivelación para estudiantes de primer ingreso que requerían de un conocimiento matemático amplio. Como particularidad, este curso sería previo a los resultados de un examen diagnóstico aplicado antes de ingresar a la universidad (Otero et al., 2001).

Los resultados obtenidos en esta prueba diagnóstica mostraron que el estudiantado tenía desconocimiento desde la categoría de operaciones aritméticas hasta funciones, lo que requirió proporcionar algún tipo de tratamiento profundo al tema de funciones en la educación secundaria y continuar con la misma intensidad en el proceso de nivelación. Se consideró indispensable desarrollar las competencias matemáticas relacionadas con la capacidad de modelar y con la resolución de problemas.

No obstante, el programa del curso de nivelación consistió en que el alumnado debía dominar aspectos operatorios y conceptuales básicos que le permitieran cursar satisfactoriamente los cursos de matemática de su primer año universitario. Se propuso que la educación secundaria debía plantear propuestas didácticas que tuvieran la resolución de problemas como punto de partida del conocimiento matemático; se aludió, también, a que la resolución de problemas media el trabajo didáctico en torno a los sistemas de representación y sus relaciones, por lo que instaron a investigar en esta área.

En la Universidad Central de Venezuela (UCV) se propuso un modelo de asesoría académica con el objetivo de mejorar los conocimientos en matemática elemental de estudiantes de primer ingreso (Ramírez, 2012). El modelo se fundamentó en el aporte de varios investigadores sobre el impacto positivo que tienen los cursos remediales en el rendimiento de los cursos de cálculo. Esta última afirmación se basó en los datos estadísticos recopilados por este autor, quien destacó que cerca del 72% de las instituciones de educación superior en Estados Unidos ha ofrecido cursos remediales en matemática, los cuales han tenido como fin la adquisición de conocimientos y habilidades en estudiantes con dominio inferior al mínimo requerido en cursos de matemática universitaria.

La investigación realizada por Ramírez (2012) pretendió resolver el problema relacionado con el deficiente dominio de los conocimientos en álgebra elemental y trigonometría que mostraron estudiantes de primer ingreso a la carrera de Ingeniería de la UCV, por lo que propuso un curso remedial tipo taller.

En Costa Rica, actualmente, las universidades públicas invierten recursos en talleres nivelatorios, tutorías o mentorías, con la dirección del proyecto Éxito Académico, el cual ha tenido como objetivo general apoyar el mejoramiento de los procesos de enseñanza aprendizaje en el sistema educativo universitario estatal costarricense por medio del impulso de actividades que desarrollen destrezas, competencias prácticas y actitudes favorables del estudiantado hacia el estudio. Cabe destacar que este proyecto se desarrolla de formas distintas en las respectivas universidades estatales.

El proyecto Éxito Académico, inicialmente conocido como proyecto RAMA, surgió en el año 2006 como un plan de desarrollo por las Escuelas de Matemática de las universidades estatales, coordinado por una Comisión de Vicerrectores de Vida Estudiantil (COMVIVE); el proyecto RAMA no solo identificó y caracterizó la problemática de la matemática en el ingreso, permanencia y graduación de la población estudiantil universitaria, sino también ofreció una serie de opciones que permitieran sacar adelante a la población estudiantil que se consideraba a sí misma incapaz de aprobar los cursos universitarios de matemática.

En el ITCR, el Proyecto Éxito Académico ha sido coordinado en conjunto con la Escuela de Matemática. Básicamente, con este proyecto se han ofrecido talleres impartidos por estudiantes de niveles avanzados de la carrera Enseñanza de la Matemática con Entornos Tecnológicos (MATEC), con la supervisión, permanentemente, de personal docente. Los talleres se imparten semanalmente y tienen la particularidad de que quienes participen del proyecto deben ser estudiantes que hayan llevado un curso de matemática al menos una vez, estar matriculados en el curso de interés y cumplir con la asistencia a los talleres.

En la UCR, el Proyecto Éxito Académico es coordinado entre las Unidades de Vida Estudiantil y la Escuela de Matemática. A diferencia del ITCR, en la UCR se brindan talleres inmediatamente después de conocer los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica de matemática (DIMA), la cual es aplicada a estudiantes de primer ingreso a finales del mes de enero de cada año. Existen diferentes tipos de talleres, así como cursos nivelatorios intensivos de un mes o cursos de precálculo de un semestre.

En la UNA, el Proyecto Éxito Académico ha funcionado como un plan de acompañamiento para estudiantes que muestren bajo rendimiento académico en cursos de matemática, química y física, entre otros. El acompañamiento está a cargo de un estudiante

o una estudiante de nivel avanzado de la carrera de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática de la UNA, quien tiene funciones de tutoría. Se brinda el acompañamiento tanto para cursos iniciales de la carrera de Enseñanza de la Matemática como para estudiantes de otras carreras que requieran cursos básicos de matemática como parte de su plan de estudios (Martínez y Díaz, 2010).

En resumen, las tres universidades públicas han recurrido al Proyecto Éxito Académico de manera distinta, pero teniendo en común la implementación de talleres nivelatorios a cargo de estudiantes de niveles avanzados.

Adicional al esfuerzo realizado a través del Proyecto Éxito Académico, es indispensable para esta investigación conocer sobre los cursos remediales que las escuelas de matemática han venido implementando en cada una de las universidades, con el fin de subsanar el bajo rendimiento académico en los primeros cursos de matemática universitaria. Al respecto, tanto el ITCR como la UCR tienen cursos reconocidos como cursos remediales. En la UNA no existen cursos definidos como remediales, sino cursos que tienen la función de nivelar, pero no son vistos desde esta categoría: son cursos obligatorios que forman parte del plan curricular de varias carreras, por ejemplo el curso MAX084 (Matemática general) es requisito para el curso que le sigue con la sigla MAX085 (Cálculo diferencial e integral).

El curso MA0101 (Matemática general) es un curso propedéutico impartido en la Escuela de Matemática del ITCR. Este curso forma parte de los diversos planes de estudio de algunas carreras de ingeniería. Su creación se justificó, según lo dispuesto en el Reglamento del “Régimen de Enseñanza Aprendizaje” del ITCR:

Para los estudiantes de primer ingreso que, mediante estudios, se detecten deficiencias en conocimientos básicos, se programarán asignaturas y actividades tendientes a la nivelación o al logro de un mejor ajuste al sistema académico del Instituto. Estas actividades no estarán incluidas en los planes de estudio, no recibirán créditos y serán requisito de los cursos para los cuales se detectó la necesidad (Reglamento, 2013).

Este curso propedéutico se ha caracterizado por la continua deserción y repetición, lo que llevó a la Escuela de Matemática del ITCR y a otras autoridades universitarias de esta Universidad, a unir esfuerzos para identificar cuáles son las causas posibles de esta situación. Con el propósito de reconocer esas causas, la Cátedra del curso MA0101 realizó, primeramente, un diagnóstico en el segundo semestre de 1995 y, luego, un proyecto de investigación (Meza y Hernández, 2001).

Con los resultados obtenidos en el diagnóstico y en el proyecto de investigación mencionado, la Cátedra del curso MA0101, en el II ciclo lectivo del 2005 identificó, en una segunda fase, las causas posibles del bajo rendimiento en este curso. Estas fueron agrupadas en cuatro categorías: causas relacionadas con la motivación del estudiante, causas relacionadas directamente con el curso, causas relacionadas con el grupo y causas relacionadas con el personal docente. A partir del análisis de estas categorías, en el primer semestre de 2009 se desarrolló otro proyecto de investigación que pretendió responder a la siguiente pregunta: ¿Cuál es la actitud hacia la matemática de las estudiantes y los estudiantes del ITCR con matrícula en el curso Matemática general en el primer semestre de 2009? (Meza y Azofeifa, 2009).

En la investigación se midió su actitud hacia la matemática a través de un instrumento de diferencial semántico. Este mismo se aplicó en los primeros días de clases como la primera actividad del curso, con el propósito de recoger información que no estuviera influenciada por el propio proceso educativo del ITCR. De este estudio se concluyó que el estudiantado del curso MA0101 presentaba una actitud positiva hacia la matemática en cuanto a que esta disciplina es útil, necesaria, formativa y aplicable.

Actualmente, el curso MA0101 es un curso teórico coordinado por la Escuela de Matemática del ITCR, tiene un valor de dos créditos, requiere de cinco horas de clases presenciales, y su aprobación es necesaria para el curso MA1102 (Cálculo diferencial e integral). Es clasificado como un curso remedial que pertenece a la malla curricular de las siguientes carreras: Ingeniería Electrónica, Ingeniería en Computadores, Ingeniería en Construcción, Ingeniería en Mantenimiento Industrial, Ingeniería en Diseño Industrial, Ingeniería en Producción Industrial, Ingeniería de los Materiales, Ingeniería Agrícola, Ingeniería en Seguridad Laboral e Higiene Ambiental, Ingeniería en Mecatrónica, Arquitectura y Urbanismo, Ingeniería Ambiental, Ingeniería en Agronomía, Ingeniería Forestal, Ingeniería en Biotecnología e Ingeniería en Agronegocios.

En el programa del curso MA0101 se plantearon los siguientes objetivos generales:

1. Lograr que el estudiantado adquiriera los conceptos básicos de la aritmética en el conjunto de los números reales, álgebra, ecuaciones e inecuaciones y la teoría de funciones.

2. Lograr que el estudiantado adquiriera destrezas en la resolución de ejercicios y problemas.
3. Fomentar en el estudiantado una actitud crítica y creativa.
4. Lograr que el estudiantado sea capaz de aplicar los conocimientos adquiridos a situaciones concretas.
5. Fomentar en el estudiantado el interés permanente por la obtención de nuevos conocimientos.

Los contenidos del curso corresponden a tópicos de matemática básica tales como: el conjunto de los números reales; expresiones algebraicas; ecuaciones algebraicas; inecuaciones algebraicas; valor absoluto; geometría; funciones algebraicas; funciones trigonométricas; función exponencial y función logarítmica. Cabe señalar que el programa del curso MA0101, por caracterizarse como remedial, no solo contiene tópicos que fueron estudiados durante la educación secundaria, sino también contiene temas de precálculo.

La otra universidad pública que implementa cursos remediales es la UCR. En esta Universidad los cursos propedéuticos han sido diseñados específicamente para estudiantes de primer ingreso que hayan obtenido en la prueba de diagnóstico una calificación inferior a 40 (en escala de 0 a 100). Los cursos tienen una duración de 16 semanas (un semestre) y únicamente se imparten en el primer semestre de cada año.

Actualmente se han visto beneficiados, con este tipo de cursos, un grupo pequeño de estudiantes del área de ingeniería; sin embargo, la Escuela de Matemática de la UCR continúa desarrollando propuestas innovadoras para mejorar el rendimiento académico de los cursos de Cálculo diferencial e integral.

En la misma línea, la Escuela de Ingeniería Industrial de la UCR formuló su propio curso de nivelación que refuerza las bases matemáticas de sus estudiantes de primer ingreso, relacionado con la implementación de cursos propedéuticos en la UCR. Desde el 2004 hasta el 2014, esta Escuela desarrolló el proyecto de investigación *Bases matemáticas, pilar fundamental en el desempeño del ingeniero industrial* (Arguedas, 2009). A través de esta investigación, por un lado, se observó una mejora considerable en el rendimiento académico de estudiantes de primer ingreso en cursos iniciales de matemática cuando, previo a la matrícula de un primer curso de cálculo, han recibido algún tipo de curso propedéutico. Por

otro lado, se observó que un curso nivelatorio no incide de igual forma en todo el estudiantado que lo recibe; principalmente quienes asisten al 100% de las clases del curso de nivelación, pero no se dedican a repasar o practicar fuera del horario de clase; o bien, quienes no se ajustan al novedoso ritmo de trabajo diferente al que acostumbraban, obtienen menos beneficios.

En general, los cursos propedéuticos o remediales de matemática establecidos en el ITCR y en la UCR han contribuido a minimizar las deficiencias en lo referente a conocimientos matemáticos básicos para cursos iniciales de matemática universitaria, pero la implementación de este tipo de curso no ha sido del todo suficiente, por cuanto se sigue presentando bajo rendimiento en los cursos iniciales de matemática universitaria.

En resumen, los esfuerzos realizados para el mejoramiento del rendimiento académico en los primeros cursos de matemática universitaria, se han orientado a fortalecer contenidos vistos en la secundaria, o bien, hacia el aprendizaje de nuevos contenidos que son la base para los primeros cursos; otros, además del repaso de contenidos, fortalecen aquellos aspectos relacionados con estrategias de estudio y motivacionales, sin contemplar las habilidades fluidas, inmersas en la teoría de la inteligencia fluida, del estudiantado de primer ingreso a la universidad.

No obstante, es ineludible el desarrollo de estudios científicos que consideren el planteamiento de modelos causales que se aproximen a la explicación del bajo rendimiento en cursos iniciales de matemática en la educación superior, considerando la inteligencia fluida como uno de los principales predictores.

1.3.2 Abordaje de la inteligencia fluida en el contexto costarricense

Los estudios relacionados con la inteligencia fluida se han desarrollado en diferentes niveles educativos y con distintos propósitos. A continuación se presentan algunos de ellos en orden cronológico.

En primer lugar, se tiene el estudio que consistió en describir los procedimientos de construcción y validación de las pruebas de expresión escrita del proyecto de Pruebas Específicas de la UCR (Moreira, 2008), las cuales tienen como fin el cumplimiento de los principios de excelencia y equidad en pruebas de habilidades específicas y no generales.

Moreira (2008) se basó en el modelo teórico de las pruebas de expresión escrita propuesto por Carroll en 1993, un modelo jerárquico que establece que la inteligencia tiene una estructura jerárquica representada por tres estratos. En este modelo, la inteligencia fluida y cristalizada se ubican en el II estrato; la medición de estos dos constructos se realizó mediante dos pruebas, una consiste en la redacción de un ensayo y a la otra a través de ítems de selección única.

Con la prueba de ensayo se pretendió medir las habilidades fluidas relacionadas con la competencia comunicativa (inteligencia fluida); en tanto que con la prueba de selección única, se pretendió medir el uso adecuado del lenguaje con base en los conocimientos adquiridos sobre normas de ortografía, léxico y morfosintaxis (inteligencia cristalizada).

Se aplicó un piloto de la prueba ensayo a una muestra compuesta por 63 estudiantes de la Universidad de Costa Rica, quienes cursaban las carreras de Derecho, Computación e Informática, y Farmacia. En un segundo pilotaje se aplicó la prueba de ensayo a una muestra cautiva de 246 estudiantes de primer ingreso que llevaban cursos de Farmacia, Computación e Informática, Derecho y Estudios Generales. La prueba de selección única se aplicó a una muestra de 43 estudiantes que cursaban las mismas carreras de la prueba piloto de ensayo.

En el estudio, Moreira (2008) concluyó que el diseño de los procesos de construcción y validación de ambas pruebas significaron un reto teórico y metodológico para garantizar estándares de confiabilidad, objetividad y validez.

En un segundo lugar se tiene el estudio referente al desarrollo de una propuesta emergente que contempló la equidad en los procesos de admisión a la UCR (Montero, 2010). La propuesta informó sobre el importante papel que desempeñan los conceptos de inteligencia fluida e inteligencia cristalizada de Raymond Cattell para medir el potencial intelectual de aprendizaje; además, se presentaron algunos resultados de la aplicación piloto de una prueba de razonamiento con figuras (PRF) que pretendía medir el constructo de inteligencia fluida, aplicada a 321 estudiantes universitarios de la UCR.

De acuerdo con Montero (2010), el estudio buscaba obtener evidencia de la validez concurrente entre la prueba de inteligencia fluida conocida como Factor g de Cattell y la prueba PRF. La validez concurrente se da “cuando se correlaciona una medición nueva con un criterio adoptado en un mismo momento” (Cea D’Ancona, 2001, p. 151). Con base en la aplicación de ambas pruebas se logró generar estimaciones de tiempo, dificultad y

confiabilidad para el test construido en la UCR y se obtuvieron, como resultado, niveles aceptables de validez concurrente y confiabilidad, en donde se consideró que la velocidad con la que respondió el test, probablemente provocó una subestimación de la confiabilidad, para lo cual se recomendó un diseño de test-retest. El test-retest es una forma sencilla de comprobar fiabilidad, consiste en “administrar una misma medida a una misma población en dos periodos de tiempo diferentes” (Cea D’Ancona, 2001, p. 153).

En tercer lugar, se presenta un estudio que consistió en la construcción de un modelo psicométrico para una prueba de inteligencia fluida. Los datos utilizados se derivaron de la aplicación de una prueba de razonamiento con figuras (PRF) a 1819 estudiantes de diversos colegios del país que pretendían ingresar a carreras de Matemática, Ciencias Actuariales, Enseñanza de la Matemática, Estadística, Informática, Química, Farmacia, Ingeniería Mecánica o Derecho (Villarreal, 2011).

En cuarto lugar, en el 2013, investigaciones de la UCR y del ITCR desarrollaron el proyecto titulado *Evaluación de habilidades verbales, cuantitativas, de inteligencia fluida y generales de razonamiento en población estudiantil indígena de las Zonas sur y atlántica de Costa Rica*. En su estudio consideraron los datos recolectados en tres colegios indígenas, en el último año, con el objetivo de buscar evidencias de validez de una prueba de razonamiento con figuras (PRF) como instrumento de selección alternativa para el ingreso de estudiantes indígenas a la UCR y al ITCR (Montero, Castelain, Moreira, Alfaro, Cerdas, García y Roldán, 2013).

La PRF se diseñó para apreciar la inteligencia individual por medio de pruebas no verbales, compuestas por cuatro subtests relacionados con operaciones cognitivas de identificación, semejanzas perceptivas, seriación, clasificación, matrices y comparaciones. Además, implican contenidos perceptivos distintos; la prueba está fundamentada sobre el concepto de inteligencia fluida en conjunto con el concepto de inteligencia cristalizada. Consideraron que la PRF podría llegarse a considerar como una herramienta fundamental para garantizar el cumplimiento de los principios de excelencia y de equidad.

Para Montero y otros (2013) los resultados obtenidos a través de la PRF podrían estar menos afectados por las oportunidades educativas y por el entorno cultural que las pruebas de selección de estudiantes a la universidad (Prueba de Aptitud Académica) que se han implementado hasta el momento.

1.3.3. El conocimiento matemático y su relación con la educación en carreras de ingeniería: universidades costarricenses

El problema de rendimiento académico en matemática a nivel universitario está presente en diversas carreras, tales como las pertenecientes al área de salud, informática, economía, estadística, ciencias exactas y, particularmente, en carreras de ingeniería.

Las carreras de ingeniería tienen hasta seis cursos de matemática relacionados con Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Lineal, Ecuaciones Diferenciales, entre otros. Los programas de estos cursos plasman un conjunto de contenidos básicos para la resolución de problemas aplicados en otras ciencias como la física, la química y las probabilidades; no obstante, se vuelve necesario indagar sobre las habilidades fluidas de los individuos que ingresan a carreras de ingeniería, ya que en el perfil de entrada de estas carreras, siempre se hace referencia al papel del razonamiento matemático como habilidad necesaria para aquellas personas que opten por carreras de ingeniería.

El conocimiento matemático de profesionales en ingeniería desempeña un papel fundamental en el campo laboral. En este apartado se exponen algunos aspectos que justifican la importancia del conocimiento matemático en relación con las competencias propias del perfil profesional en estudiantes que ingresan a carreras de ingeniería.

De acuerdo con Serna y Serna (2015), el trabajo de los ingenieros y las ingenieras consiste principalmente en la detección, identificación y resolución problemas, por cuanto la sociedad se enfrenta a retos complicados que debe comprender, analizar y resolver para contribuir con el aseguramiento de su supervivencia. No obstante, es necesario el desarrollo del pensamiento lógico y la interpretación abstracta adecuada en estudiantes de ingeniería, que les permitan lograr la solución eficiente y eficaz de los problemas.

La ingeniería es un campo de las ciencias aplicadas que se encuentra en las bases matemáticas, la física y la química. Los individuos profesionales en ingeniería deben adquirir una amplia comprensión del funcionamiento de los procesos y control de las habilidades técnicas; deben lograr una profunda comprensión de los conceptos abstractos, el desarrollo de la capacidad del pensamiento algorítmico y el razonamiento lógico (Serna y Serna, 2015). Para Serna y Serna (2015) la educación en ingeniería debe incluir, en los primeros años de carrera, la lógica, la abstracción, la matemática y la resolución de problemas en todos los niveles, de manera que les permita, a sus profesionales, la aplicación

adecuada del pensamiento y razonamiento lógico, así como el desarrollo de la lógica interpretativa.

Se requieren profesionales en ingeniería con habilidades para desarrollar problemas que no se hayan abordado en el aula, que deban recurrir a las habilidades y principios de ingeniería por medio de acciones que requieran procesos de lógica y razonamiento.

La lógica y el razonamiento son habilidades cognitivas que propician conclusiones contundentes para la toma de decisiones y para la resolución de problemas de la vida diaria, por lo que se han considerado procesos mentales que los profesionales en ingeniería aplican para resolver problemas. Particularmente, cuando se presentan situaciones que se resuelven por medio de representaciones abstractas, es decir, la situación requiere una respuesta del cerebro para traer imágenes relacionadas con dicha situación (Serna y Serna, 2015).

La educación en ingeniería debe adaptarse a los cambios económicos y sociales, de manera que se adecue continuamente a la dinámica de los cambios globales y pueda enfrentar las demandas del siglo XXI (Vega, 2013); por ello, los cuatro primeros semestres de las distintas carreras de ingeniería son dedicados a ampliar y profundizar el conocimiento sobre tópicos relacionados con las ciencias básicas (física y matemáticas básicas) o de conocimientos fundamentales.

Según Vega (2013) los contenidos de ecuaciones diferenciales son necesarios para una apropiada educación de los ingenieros e ingenieras, pues “La ingeniería es la aplicación creativa de los principios de ciencia básica y la expresión tecnológica de la ciencia aplicada” (p. 183). Requiere de innovación y creatividad, se enfoca en el diseño de procesos, dado que el diseño es pilar fundamental de la ingeniería.

De acuerdo con el Quinto Informe del Estado de la Educación 2015 (Programa Estado de la Nación, 2015), en Costa Rica, para conservar la equidad en la formación de profesionales en ingeniería, es necesario considerar las condiciones en desventaja con las que ingresa el estudiantado a estas carreras. Por ejemplo, en este informe se hace referencia a la existencia de diferencias significativas en relación con las competencias matemáticas para estudiantes que han recibido una educación privada de quienes han recibido una educación pública en la secundaria, en beneficio de quienes provienen de los colegios privados en relación con la aprobación de cursos de matemática. Esta ventaja, según el Informe, se atribuye a diferentes factores sociales y emocionales que favorecen el ambiente

de aprendizaje y, por ende, el rendimiento académico, lo cual aclara que el factor de inteligencia pierde fuerza como factor causal al considerar variables sociales y emocionales.

No obstante, tratándose de que las carreras de ingeniería son claves para el desarrollo científico y tecnológico de la sociedad, la perspectiva social del sistema problemático en cuestión presenta relevancia y pertinencia al tratar de hallar el papel que desempeña la inteligencia fluida en estudiantes de primer ingreso con respecto a sus competencias matemáticas; es decir, el estudio busca ofrecer el beneficio de igualdad de oportunidades para estudiantes que presentan potencial académico, sin importar el colegio de procedencia, de manera que adquieran las habilidades para la resolución de problemas, y para la comprensión y posibles diseños de modelos matemáticos. Estas habilidades contribuirán, desde el inicio de carrera, para el logro o éxito académico en los cursos iniciales de matemática, permitiéndoles el bienestar individual y la cohesión social.

En Costa Rica, el ITCR ofrece 16 carreras de ingeniería. Algunas de estas carreras están acreditadas por entes nacionales (Sistema Nacional de Acreditación de la Educación Superior, SINAES) e internacionales (Canadian Engineering Accreditation Board, CEAB).

Las carreras de ingeniería que ofrece el ITCR son las siguientes: Ingeniería en Materiales, Ingeniería Agrícola, Ingeniería en Mantenimiento Industrial, Ingeniería Mecatrónica, Ingeniería en Electrónica, Ingeniería en Agronegocios, Ingeniería Ambiental, Ingeniería en Biotecnología, Ingeniería en Computación, Ingeniería en Computadores, Ingeniería en Construcción, Ingeniería en Diseño Industrial, Ingeniería en Producción Industrial, Ingeniería en Seguridad Laboral e Higiene Ambiental, Ingeniería Forestal. También se encuentra, en el área de ingenierías, la carrera de Licenciatura en Administración de Tecnologías de la Información.

Algunas de las capacidades matemáticas comunes promovidas por los planes de estudio de estas ingenierías corresponden a:

- Diseñar, planificar y administrar procesos.
- Utilizar la matemática, la física y la química como medio para la resolución de problemas.
- Plantear soluciones innovadoras.
- Evaluar sistemas de producción.
- Tomar de decisiones.

Cabe señalar que cada una de las ingenierías tiene variedad de habilidades, propias de cada una de sus ramas; sin embargo, se mencionaron las que tienen relación con las competencias matemáticas comunes y que continuamente son empleadas en el campo laboral, según el perfil de cada carrera.

En resumen, es necesario conocer las habilidades fluidas (inteligencia fluida) que poseen los estudiantes, las cuales se asocian con las habilidades matemáticas requeridas para el desempeño profesional de los futuros ingenieros.

1.4. Enunciación del sistema problemático

De acuerdo con lo expuesto, se ha logrado obtener evidencia empírica de los factores que afectan el rendimiento académico en general y en la disciplina de matemática en particular. La problemática del rendimiento académico en matemática ha sido abordada a nivel internacional y nacional en los distintos niveles educativos, sin embargo, no se ha logrado obtener evidencia empírica de los factores predictores del rendimiento académico, específicamente para los cursos iniciales de matemática universitaria.

De manera concreta los factores predictores del rendimiento académico con mayor evidencia empírica han sido la inteligencia general, la motivación, las actitudes (Miñano, 2009; Vargas, 2010) y, de forma particular, la inteligencia fluida ha resultado como predictor del rendimiento académico en matemática (Primi et al., 2010).

En aras de minimizar el índice de reprobación en cursos iniciales de matemática, las autoridades universitarias han optado por la creación de cursos de nivelación o remediales impartidos previo ingreso a la universidad, o en el primer ciclo lectivo universitario, o paralelamente a los cursos de Cálculo diferencial e integral. Cursos que han sido diseñados como producto de los resultados obtenidos en pruebas diagnósticas, principalmente para carreras de ingeniería.

A pesar de la implementación de estos cursos, la comunidad científica y docente en educación matemática continúa buscando los factores explicativos del bajo rendimiento académico para quienes presenten alto potencial académico y quienes no han tenido las mismas oportunidades educativas a su ingreso a la universidad y, por ende, están en desventaja con respecto a aquellas personas que sí han tenido una formación académica de mayor calidad. Desde esta perspectiva, los estudios son escasos. Sin embargo, con la

aplicación de pruebas que permiten medir la inteligencia fluida, ha sido posible identificar habilidades generales de razonamiento de cualquier persona, incluyendo a personas con oportunidades educativas limitadas por proceder de ambientes con desventajas económicas y sociales (Cliff y Montero, 2010; Montero, Castelain, Moreira y Alfaro, 2013; Vargas, 2010).

A nivel teórico, la mayor parte de investigaciones sobre rendimiento académico se han desarrollado desde una perspectiva socio-cognitiva y socio-cultural, pero pocas desde la perspectiva cognitiva-emocional. Es en esta última línea en la que se podrían analizar variables como la inteligencia fluida, los rasgos de personalidad, la motivación de logro, la autoeficacia y sus respectivas relaciones con el rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria, a pesar de las deficiencias en conocimientos básicos de matemática.

En relación con las pruebas diagnósticas aplicadas a estudiantes de primer ingreso a la universidad, estas no permiten reconocer si los conocimientos matemáticos adquiridos en la secundaria fueron impartidos con una modalidad declarativa, conceptualmente organizados y estructurados (Rico y Lupiáñez, 2008), es decir, un conocimiento matemático consolidado de acuerdo con la puesta en práctica de las habilidades de razonamiento fluido del individuo, que les permita encontrar relaciones entre conceptos y los sistemas de representación que comparten.

La mayoría de estas pruebas miden el dominio sobre los contenidos matemáticos necesarios para los primeros cursos universitarios, pero sus ítems no son construidos a partir de las relaciones entre conceptos y de los sistemas de representación que comparten.

La UCR cuenta con pruebas psicométricas de alto nivel que buscan predecir el rendimiento académico del estudiantado universitario. Algunas de estas pruebas han mostrado ser predictoras del rendimiento académico; sin embargo, aún no se ha logrado determinar a la inteligencia fluida como un factor que explique el rendimiento académico en matemática universitaria. Por tanto, cabe preguntarse, cómo utilizar los resultados de dichas pruebas para realizar intervenciones más efectivas en la población estudiantil con bajos conocimientos en matemática y alto potencial académico.

Adicionalmente, se considera que aún no ha sido analizada la efectividad de los cursos de nivelación o remediales en poblaciones de estudiantes de primer ingreso a la

universidad que presentan escasos conocimientos matemáticos y con pocas oportunidades educativas, pero alto potencial académico o de aprendizaje.

La evidencia empírica muestra diversidad de factores predictores del rendimiento académico que no contemplan cuál es el potencial académico del estudiante hacia las matemáticas universitarias, es decir, no han sido analizadas en esta población estudiantil sus capacidades intelectuales innatas (habilidades fluidas) en relación con esta disciplina.

En definitiva, aún no se han desarrollado estudios que generen evidencia sobre la teoría de la inteligencia fluida como posible factor explicativo del rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria.

1.4.1 Problema de investigación

Con base en lo expuesto, se consideró necesario investigar sobre el siguiente problema: se desconoce científicamente la magnitud de la relación entre la inteligencia fluida y el rendimiento académico en matemática universitaria –relación que desde la teoría posee implicaciones relevantes–, particularmente en los procesos de enseñanza aprendizaje propios de los cursos iniciales de matemática a los que se enfrentan estudiantes de primer ingreso a la universidad.

1.4.2 Objetivos de investigación

La teoría y la investigación previa a nivel internacional, sobre las diferencias de rendimiento académico, señalan la inteligencia fluida como un predictor potencial del rendimiento académico. Sin embargo, la evidencia disponible en el contexto costarricense es escasa, por lo que esta investigación se dirige a obtener la información necesaria para dar respuesta a ese vacío. Esta información se pretende adquirir con el cumplimiento del siguiente objetivo general y los respectivos objetivos específicos:

Objetivo general

Generar evidencias empíricas sobre la posible relación de causalidad entre la inteligencia fluida y el rendimiento académico de estudiantes de primer ingreso en cursos iniciales de matemática de educación superior costarricense, para contribuir científicamente al conocimiento sobre la problemática del desempeño académico de estudiantes en estos cursos.

Objetivos específicos

- Explicar, desde la teoría, la relación de causalidad entre la inteligencia fluida y el rendimiento académico en cursos iniciales de matemática en la Educación Superior.
- Estimar, a partir de la teoría, un modelo empírico de relaciones causales que explique satisfactoriamente las correlaciones observadas entre variables cognitivas, no cognitivas y el rendimiento en un curso inicial de Matemática, con el propósito de confirmar la hipótesis de una relación positiva y de importancia práctica entre la inteligencia fluida y el rendimiento en cursos iniciales de matemática de la Educación Superior.

1.4.3 Hipótesis fundamental de la investigación

Se pretende alcanzar estos objetivos mediante la recolección de evidencia que permita poner a prueba la siguiente hipótesis: los estudiantes de primer ingreso a la educación superior con niveles altos de inteligencia fluida, al controlar posibles efectos de otras variables, tendrán mejor rendimiento académico en cursos iniciales de matemática que los estudiantes con niveles menores de inteligencia fluida.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO Y ESTADO DE LA CUESTIÓN

En este capítulo se sustenta teórica y empíricamente el modelo con el que se estableció una posible relación causal entre las variables de inteligencia fluida e inteligencia cristalizada con el rendimiento académico en los cursos iniciales de matemática universitaria. Se definió un modelo hipotetizado (modelo teórico) con base en la evidencia empírica consultada, en el cual se controlaron otras variables socio-cognitivas y de personalidad.

En primer lugar, se desglosan algunas teorías sustantivas relacionadas con el constructo de inteligencia en general y con el de inteligencia fluida e inteligencia cristalizada; en segundo lugar, se hace referencia a estudios empíricos concernientes al papel de la inteligencia como predictor del rendimiento académico, así como a estudios empíricos sobre otros constructos cognitivos, de personalidad y de rendimiento académico.

Por último, se establece el modelo teórico causal con base en un conjunto de indicadores establecidos por la investigadora; dicho modelo representa de forma sencilla la realidad subyacente de los constructos y de las relaciones entre ellos, según la evidencia empírica.

Es necesario destacar el tipo de relación que se estableció entre los referentes teóricos de esta investigación y los correspondientes a la teoría de la educación. Al respecto, cabe señalar que cualquier investigación científica enmarcada en entender las posibles causas del rendimiento académico y cómo aprenden las personas, tendrá repercusión en términos de procesos educativos; es en este sentido que se vinculó esta investigación a los referentes de la teoría de la educación, se buscó conocer sobre la relación entre inteligencia fluida y rendimiento académico en matemática, para que a partir de estos resultados se alimenten las políticas educativas universitarias, así como el diseño de posibles intervenciones pedagógicas encausadas en el mejoramiento del rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria.

2.1. Teorías sustantivas sobre el constructo Inteligencia

El estudio del constructo de la inteligencia en el comportamiento humano inicialmente se abordó desde las teorías relacionadas con el comportamiento diferencial humano, con el propósito de comprender por qué unas personas resuelven problemas mejor que otras, o bien, por qué lo que para unos cuantos resulta complicado, para otros no.

Existen dos marcos teóricos que sustentan el constructo Inteligencia: las teorías derivadas del análisis factorial y las teorías cognitivas del procesamiento de información, estas últimas son complementarias a las teorías factoriales (Fossatti, 2007). Para efectos de esta investigación se dio mayor énfasis a las teorías factoriales, ya que a partir de estas teorías se estableció el constructo tanto para la Inteligencia Fluida como para la Inteligencia Cristalizada.

Antes de estudiar las teorías factoriales de la inteligencia, es importante mencionar que el concepto de inteligencia ha tenido diversas acepciones, por lo que no existe una única definición universal. Lo que sí es claro al día de hoy, es que existen definiciones con una vasta fundamentación científica y otras más populares. Es un concepto al que se le ha dado forma, en primera instancia, a partir de lo establecido por los científicos Eduard Lee Thorndike, Alfred Binet, Lewis Terman y Louis Leon Thurstone; posteriormente se agregaron los aportes de los científicos Anne Anastasi, Jonataha Baron, John Berry, John Carroll, Earl Hunt, Douglas Detterman, entre otros, en su mayoría psicólogos y pedagogos.

Para efectos de esta investigación se consideró la definición de inteligencia propuesta por el investigador Roberto Colom, quien señala que “La inteligencia es una capacidad mental muy general que, entre otras cosas, implica la aptitud para razonar, planificar, resolver problemas, pensar de modo abstracto, comprender ideas complejas, aprender con rapidez y aprender de la experiencia” (2012, p. 225). Este tipo de aptitudes se encuentran inmersas en lo que se conoce como aptitudes cognitivas o intelectuales (también denominadas capacidades cognitivas o intelectuales), las cuales son consideradas como tareas que tienen como fin el que los individuos rindan con éxito, a partir del supuesto de que dichas tareas sean favorables a los individuos (Juan-Espinosa, 1997).

Una vez definido el concepto de inteligencia –capacidad intelectual– en el que se apoyó esta investigación, se procede con el estudio de las teorías factoriales de la inteligencia, las cuales, de acuerdo con Colom (2012), se clasifican en teorías jerárquicas y

no jerárquicas de la inteligencia. Cabe señalar que para efectos de esta investigación se enfatizó en las teorías jerárquicas.

2.2. Estructura de la Inteligencia: Teorías factoriales jerárquicas de la inteligencia

Las teorías jerárquicas estudiadas son las establecidas por Philip Vernon, Raymond Bernard Cattell, John Horn y John Bissell Carroll (Colom, 2012).

Para Philip Vernon las teorías factoriales jerárquicas representan la estructura de la inteligencia en factores primarios, factores secundarios y un tercer factor general. Los factores primarios corresponden a dimensiones de menor generalidad (verbal, numérica, información mecánica, espacial, amplitud de memoria, entre otras), estos factores se desprenden de los resultados obtenidos en pruebas psicológicas.

Los factores secundarios más generales resumen la información de los factores primarios (aptitud verbal educativa, aptitud práctico mecánica, inteligencia fluida e inteligencia cristalizada). Posteriormente Spearman desarrolló la teoría de la inteligencia general (g), conocido como el tercer factor. —

A partir de la teoría general se desprendieron otros modelos sobre la estructura de la inteligencia, entre los que se encuentran la inteligencia basada en el modelo de Cattell-Horn, que postularon dos dimensiones de la inteligencia: la inteligencia fluida (Gf) y la inteligencia cristalizada (Gc). Para Cattell la inteligencia fluida (Gf) y la inteligencia cristalizada (Gc) son los factores más importantes; en donde la inteligencia fluida la definió como la capacidad para hacer frente al ingenio nuevo y a problemas inusuales; en tanto que a la capacidad de aplicar los conocimientos adquiridos previamente a diferentes problemas la definió como inteligencia cristalizada (Hunt, 2011). En resumen, las capacidades principales de razonamiento inductivo y deductivo se agrupan bajo la inteligencia fluida; habilidades y conocimientos culturales generales del conocimiento verbal se agrupan bajo la inteligencia cristalizada; y las habilidades para comparar las formas espaciales y para manipular la forma espacial están agrupadas en la capacidad visual espacial.

Posteriormente, Cattell y John Horn concluyeron que la teoría de Spearman no daba suficiente importancia a los factores de grupo, además se mostraron escépticos con la idea de que g sea un rasgo.

Otra teoría factorial jerárquica es la denominada HILI (Hlearchical Lisrel), propuesta por Gustafsson, la cual está compuesta por tres niveles. En un primer nivel se encuentran 10 factores primarios (visualización, orientación espacial, flexibilidad de clausura, rapidez de clausura, cognición de relación de figuras, inducción, amplitud de memoria, vocabulario, rendimiento verbal, rendimiento numérico; en un segundo nivel se encuentran tres factores secundarios (visualización general, inteligencia fluida e inteligencia cristalizada) y en el tercer nivel se encuentra el factor terciario, conocido como factor g. Este factor terciario lo consideró análogo factorialmente a la inteligencia fluida (Colom, 2012).

De acuerdo con Colom (2012), otra teoría factorial es la desarrollada por John Carroll, quien formuló su teoría factorial jerárquica de los tres estratos mediante un procedimiento estadístico conocido como análisis factorial exploratorio; consideró que las capacidades cognitivas humanas pueden definirse de forma jerárquica por lo que definieron tres estratos: Estrato I (capacidades específicas), estrato II (categorías más amplias de capacidades cognitivas), estrato III (capacidades generales).

En el estrato I, se encuentran los factores diferenciados de nivel o de velocidad. Un primer factor de nivel es el razonamiento secuencial general (RG), el cual abarca tareas relacionadas con el razonamiento deductivo, es decir, la capacidad de derivar implicaciones y conclusiones; estas tareas de razonamiento deductivo pueden ser subdivididas en silogismos categóricos o silogismos de razonamiento verbal, lineal y general. Un segundo factor de nivel es el llamado inducción (I), el cual comprende el razonamiento de tareas inductivas en el que hay que analizar un conjunto de regularidades señalando estímulo y las características comunes para inferir las relaciones entre los estímulos. Las tareas de razonamiento inductivo pueden subdividirse en: descubrimiento de conceptos/reglas, tareas de seriación, múltiples copias, matrices, elementos extraños, analogías.

El tercer factor de nivel es el llamado razonamiento cuantitativo (RQ), el cual indica tareas que utilizan el razonamiento deductivo e inductivo, pero mezclándose con los conceptos y las relaciones. El cuarto factor de nivel se conoce como razonamiento piagetiano (RP). En cuanto a los factores de velocidad del estrato I, el más conocido sería velocidad de razonamiento (RE).

En el estrato II se completan los factores del primer estrato con una variedad de factores, entre los cuales se encuentran la inteligencia fluida y la inteligencia cristalizada. En

la inteligencia fluida están representados los procesos básicos de razonamiento, los cuales dependen escasamente del aprendizaje y de la cultura. En la inteligencia cristalizada se representan los procesos mentales acumulados a partir de la experiencia, el aprendizaje y la aculturación en general (Colom, 2012). Otros factores ubicados en este estrato son: memoria y aprendizaje, percepción visual, percepción auditiva, capacidad de recuperación, velocidad cognitiva y rapidez de procesamiento de decisión.

En el estrato III se encuentra el factor denominado inteligencia general (*g*); en este estrato se resumen los factores del segundo estrato, pero con distinta intensidad. El análisis de los factores del segundo estrato conlleva a la interpretación de un tercer factor ubicado en el tercer estrato; este tercer factor es considerado como el factor general de inteligencia que es incorporado en los principales factores de aptitudes cognitivas (De Juan Espinosa, 1997).

Para Carroll, la inteligencia fluida (2F) es un “factor que abarca capacidades para realizar tareas intelectuales que apenas requieren conocimiento cultural” (De Juan Espinosa, 1997, p. 160); algunas de las principales aptitudes primarias implicadas en este factor se les conocen como razonamiento, inducción y visualización. En cuanto a la inteligencia cristalizada, Carroll consideró que este factor “representa el grado que una persona es capaz de utilizar o «invertir» su inteligencia general en la adquisición de tipos diversos de conocimiento cultural” (De Juan Espinosa, 1997, p. 160); por ejemplo las aptitudes relacionadas con el lenguaje, el razonamiento cuantitativo, o bien, el conocimiento mecánico.

Las teorías factoriales jerárquicas son similares, por cuanto todas se refieren a la inteligencia general (factor *g*) como el factor más importante, unidos al de inteligencia fluida y al de inteligencia cristalizada. El siguiente apartado, se refiere al constructo de inteligencia fluida y cristalizada.

2.3. Enfoque conceptual sobre Inteligencia Fluida e Inteligencia Cristalizada

En este apartado se hace referencia a los conceptos de inteligencia fluida e inteligencia cristalizada, con base en las diferentes posiciones teóricas de los autores que más han trabajado en el área de la inteligencia. Cabe señalar que se respetó la terminología utilizada por cada uno de los autores; en general, el lenguaje reflejado en este apartado es el mismo lenguaje utilizado por los autores; lo anterior por cuanto los autores utilizan

diversidad de terminologías cuando se refieren al concepto de inteligencia fluida o cristalizada. La inteligencia cristalizada y la inteligencia fluida forman dos grupos de habilidades mentales.

Por una lado, la inteligencia cristalizada está constituida por aquellas habilidades o conocimientos adquiridos dependiendo de la educación formal e informal, por lo tanto, de la cultura; este tipo de inteligencia prioriza el conocimiento, se refiere básicamente a la amplitud y profundidad de la información adquirida a través de la educación formal y es utilizada generalmente en la resolución de problemas similares a los que aprendió en el pasado, acumulando conocimientos (De Juan-Espinosa, 1997; Primi, Ferrão y Almeida, 2010). Cabe señalar que para efectos de esta investigación, y siguiendo la línea de Piaget, se consideró habilidad como el conocimiento puesto en acción, es decir la capacidad innata que tiene una persona para realizar una tarea, particularmente, tareas matemáticas.

Por otro lado, la inteligencia fluida está constituida por habilidades no verbales. Es considerada como un requisito previo para la resolución de problemas nuevos y para hacer frente a situaciones desconocidas, principalmente, para aquellas situaciones que exigen al estudiantado nuevos conocimientos y, consecuentemente, la obtención de nuevas ideas; se caracteriza por la capacidad de percibir y manipular las relaciones (Cattell, 1963; De Juan-Espinosa, 1997).

En general, las personas con alta inteligencia fluida superan a las personas con inteligencia fluida media o baja en tareas cognitivas (Spinath, Freusenthaler y Neubauer, 2010). Lo anterior significa que, en la resolución de una tarea cognitiva, la activación del cerebro es más baja en participantes inteligentes en comparación con los participantes medianamente inteligentes.

De acuerdo con Primi et al. (2010), a pesar de que la inteligencia fluida y la cristalizada se diferencian en su construcción, la Gf es la base de la Gc, ya que soporta la adquisición de habilidades y conocimientos nuevos, que es la esencia de Gc. Esto ocurre especialmente en las primeras fases de aprendizaje, cuando el alumnado se encuentra con nueva información y nuevas experiencias que inicialmente percibía como algo desorganizado y desconectado. En esas situaciones, la capacidad de trabajar de manera sistemática y controlada es una estrategia clave para la creación de representaciones estables.

De acuerdo con la literatura consultada, y con base en la posición de Cattell, para efectos de esta investigación, se asumió inteligencia fluida, como la habilidad innata que posee una persona, para pensar y razonar de un modo abstracto.

2.4. Estado de la investigación empírica sobre la Inteligencia Fluida

Es importante resaltar que la claridad del modelo se determinó de acuerdo con el conocimiento teórico adquirido por la investigadora durante el proceso de revisión de literatura.

En relación con el estado de la investigación empírica sobre la inteligencia fluida, interesó resaltar los hallazgos obtenidos en investigaciones en las que analizara algún tipo de relación entre la inteligencia fluida y las matemáticas.

Uno de los estudios consultados, correspondió al estudio experimental realizado por Preusse, Meer, Deshpande, Krueger y Wartenburger (2011). En este estudio, uno de sus hallazgos más relevantes consistió en que lograron reconocer que algunas áreas de las matemáticas como la aritmética, el álgebra, teoría de conjuntos, la geometría, la probabilidad (indispensables en cursos iniciales universitarios), requerían de habilidades cognitivas que tienen en común la comprensión de las relaciones y la capacidad de manipular mentalmente diferentes tipos de relaciones estructurales y de símbolos, estas habilidades son referidas a la inteligencia fluida.

Otro estudio que relacionó la inteligencia fluida con las matemáticas fue el de Spinath, Freusenthaler y Neubauer (2010). En una muestra de estudiantes de secundaria, se midieron los niveles de inteligencia fluida a través de la ejecución de tareas de razonamiento con niveles graduales de dificultad y de tareas relacionadas con analogías geométricas. Concluyeron que las diferencias interindividuales en el rendimiento de matemáticas están asociadas a las diferencias interindividuales en la inteligencia fluida, e instaron a la comunidad científica a la búsqueda de la caracterización de las bases neuronales de la cognición matemática.

Otra investigación que relacionó la inteligencia fluida con las matemáticas fue la desarrollada por Primi et al. (2010), quienes trabajaron con estudiantes entre 11 a 14 años de edad. Se concluyó que los individuos con mayor nivel de inteligencia fluida obtuvieron un aumento más rápido en las calificaciones de matemáticas en un lapso de dos años, que

aquellos individuos con menor nivel de inteligencia fluida. Este estudio apoyó la hipótesis de que la inteligencia fluida es un factor importante en el aprendizaje de un plan de estudios de matemáticas. En general, la inteligencia fluida se asoció con la capacidad de razonamiento (tanto inductivo y deductivo) de aquellos sujetos que participaron en la comprensión y solución de problemas nuevos.

En esta misma investigación se logró identificar el posicionamiento de la comunidad científica acerca de considerar la inteligencia fluida como predictor del rendimiento en matemáticas. Esta predicción se basó en el supuesto de que los conceptos matemáticos requieren de la formación de representaciones abstractas entre variables de tipo cuantitativas y cualitativas. Además, necesitan del individuo, de la capacidad de vincular segundas relaciones de orden de una manera lógica y ordenada y de la capacidad de manipular representaciones visuales. Por lo tanto se postuló una correlación entre el éxito en el aprendizaje de matemáticas y el nivel de inteligencia fluida.

El estudio realizado por Di Fabio y Busoni (2007) tuvo por objetivo investigar el papel de la inteligencia y los rasgos de la personalidad en la predicción del éxito escolar, para lo cual recurrieron a un diseño metodológico descriptivo correlacional, con una población de estudiantes de educación secundaria entre los 17 y 19 años. Para medir la inteligencia fluida utilizaron la prueba de matrices progresivas de Raven (APM) y para evaluar los aspectos de personalidad utilizaron el *Big Five Questionnaire* (BFQ) de Caprana. Para el análisis de datos recurrieron a regresiones jerárquicas y se logró mostrar que la inteligencia fluida es un predictor del éxito escolar.

Otro estudio analizado es el de Preusse et al. (2011), el cual tuvo por objetivo determinar las correlaciones cerebrales de alta inteligencia fluida, usando la prueba de razonamiento analógico geométrico que mide la capacidad de forma pura, sin considerar las tareas verbales. Para su estudio, consideraron una muestra de dos grupos de jóvenes que no diferían en características psicométricas, excepto por su inteligencia fluida. El tipo de diseño metodológico utilizado fue de tipo correlacional. Concluyeron que a mayor inteligencia fluida se tiene mayor capacidad de resolver tareas de razonamiento analógico geométrico con mejor precisión que con baja inteligencia fluida.

Por último, el estudio de Gomes y Fernandes (2012) tuvo por objetivo investigar el papel predictivo de la inteligencia fluida (Gf) sobre las disparidades de desarrollo (DD) de

ingreso a la escuela. Se analizaron los datos de 684 estudiantes en el sexto grado de primaria, el tercer año de secundaria en una escuela privada; utilizaron un diseño correlacional multivariable. La DD se midió por medio de una escala vertical, en el área de matemáticas y de portugués. La Gf se midió por medio del conjunto de escalas que componen el constructo de inteligencia fluida. Se generó un modelo mediante el modelado de la ecuación estructural, en el que Gf explicó el DD, mostrando el modelo, alto grado de ajuste en los datos.

De acuerdo con la literatura consultada, la relación entre la inteligencia fluida y la matemática apunta a que a mayor inteligencia fluida se tiene mayor capacidad en la resolución de problemas en los que interfieren conceptos abstractos, y que la inteligencia fluida es un predictor del éxito escolar al controlar otras variables, como por ejemplo variables de personalidad.

En resumen, a pesar de que los estudios con estudiantes universitarios no han sido representativos, existe evidencia empírica que establece que el rendimiento académico de un individuo en matemática, se ve influenciado por la inteligencia fluida que posee.

2.5. Conocimiento matemático como Inteligencia Cristalizada

Los estudiantes de primer ingreso a la universidad se enfrentan a cursos de matemática que demandan habilidades fluidas específicas para la comprensión de los nuevos conocimientos matemáticos que están por adquirir, los cuales están saturados de conceptos abstractos.

Estos conceptos abstractos son requeridos en la resolución de problemas matemáticos, no obstante, en tanto se invierte inteligencia fluida, se desarrolla inteligencia cristalizada, por lo que las tareas de razonamiento matemático dependen tanto de la inteligencia fluida como de la inteligencia cristalizada (Hunt, 2011).

Con el propósito de comprender la posible relación entre la inteligencia fluida, la inteligencia cristalizada y la adquisición de nuevos conocimiento matemáticos, se hace referencia a la teoría relacionada con el conocimiento matemático a nivel declarativo y procedimental. El conocimiento declarativo está constituido por los hechos, conceptos y sistemas conceptuales y principios de carácter matemático; no se limita a un conjunto de definiciones y teoremas, sino a cómo estos pueden ser utilizados en la solución de problemas;

además, está mediado por un lenguaje propio de la matemática y por sistemas de notación particulares (Serrano, Pons y Ortiz, 2011).

Por su parte, el conocimiento procedimental en matemática se ocupa del cumplimiento de un objetivo concreto a partir de secuencias de acciones y operaciones. En este tipo de conocimiento se distinguen dos perspectivas de procedimientos: la prescriptiva y la funcional (Serrano et. al., 2011).

Desde una perspectiva prescriptiva se identifican los procedimientos algorítmicos y los heurísticos; los primeros favorecen el planteamiento de acciones concretas con las que es posible resolver problemas matemáticos; en tanto que los segundos se enfocan en los procesos de toma de decisiones cuando se presentan posibles caminos diferentes para resolver problemas.

Desde una perspectiva funcional, el conocimiento procedimental tiene una doble clasificación. En primer lugar, los procedimientos que requieren de habilidades específicas, entre estas la obtención de información, la clasificación de datos, la inferencia de resultados, la representación de modelos matemáticos, entre otros. En segundo lugar, se encuentran los procedimientos más generales por su transversalidad, o bien, los procedimientos más específicos por ser poco transferibles a otras disciplinas curriculares.

El conocimiento declarativo enfatiza hechos y proposiciones, es decir, el conocimiento de los conceptos inmersos en la memoria del estudiantado en la que preservan los respectivos significados.

Los conceptos se disponen para formar estructuras conceptuales denominadas esquemas (Skemp, 1999). Cabe señalar algunas teorías relacionadas con los esquemas y su papel en el aprendizaje de la matemática, teorías que se utilizarán posteriormente en esta investigación para el diseño de un instrumento que permitió medir inteligencia cristalizada.

La teoría APOE (acción, proceso, objeto, esquema), también conocida por sus siglas en inglés como APOS (actions, processes, objects, schemes), es útil para analizar conceptos matemáticos avanzados (Meel, 2003; Roa y Otaç, 2010; Trigueros, 2005). La teoría APOE de Dubisnky apoya la existencia de una relación cercana entre la naturaleza de los conceptos matemáticos y su desarrollo en la mente de un individuo, por lo que sus explicaciones son de orden epistemológico y psicológico. En este sentido, la teoría APOE puede ser utilizada para explicar las dificultades de estudiantes ante un concepto y plantear caminos de

construcción para su aprendizaje, con lo que arroja resultados concretos respecto a las estrategias pedagógicas pertinentes para motivar la elaboración de dicha noción (Trigueros, 2005).

El interés principal de la teoría APOE reside en describir la manera en cómo se construye el conocimiento matemático, y la principal herramienta para tal fin es la descomposición genética, la cual describe los aspectos constructivos de una porción de conocimiento matemático que, a su vez, se espera que determine aspectos metodológicos relacionados con la enseñanza del conocimiento. En la teoría de Dubinsky existen mecanismos que dan lugar a las construcciones llamadas acciones, procesos y esquemas, entre los que encuentran la interiorización, la coordinación, la encapsulación, la generalización y la reversión.

Cabe destacar que los esquemas son las construcciones más amplias que se pueden determinar de una porción de conocimiento matemático, ya que forman una colección coherente de acciones, procesos, objetos y otros esquemas, así como de las relaciones entre ellos en función del concepto. Asimismo, son estructuras inacabadas que evolucionan por la asimilación de un nuevo objeto y la reacomodación de las estructuras por las nuevas relaciones que entabla el objeto. El esquema tiene dos funciones principales, por un lado, integra el conocimiento existente y, por otro, es un instrumento mental para la adquisición de un nuevo conocimiento (Pozo, 2003).

Una característica fundamental de los esquemas es la coherencia que alude a la capacidad del individuo para establecer si un esquema le permite solucionar un problema particular; el esquema se ocupa de resolver una situación matemática y de ser tematizado en un objeto para realizarle nuevas transformaciones (acciones y procesos).

Hasta este punto, se han abordado las teorías sustantivas sobre la inteligencia fluida y cristalizada. En el siguiente apartado se hace referencia a otras teorías sustantivas del modelo teórico propuesto en esta investigación; aquellas teorías relacionadas con las teorías socio-cognitivas, sobre rendimiento académico y de personalidad.

2.6. Teoría socio-cognitiva y rendimiento académico, y teorías de personalidad

Según Garbanzo (2007), el rendimiento académico es multicausal. No obstante, los estudios sobre rendimiento académico, no solo acuden a variables de inteligencia, sino a variables socio-cognitivas.

Para efectos de esta investigación, se tomó como marco de referencia la teoría socio-cognitiva y la teoría de personalidad con el propósito de justificar el uso de las variables actitudinales no asociadas a la inteligencia fluida, pero que requieren ser estimadas y controladas en la formulación de un modelo causal.

La escogencia de las variables de control obedeció no solo a la justificación teórica que las asocia con el rendimiento académico, sino a la suficiente evidencia empírica que las relaciona con el rendimiento académico en general y en matemática.

Este apartado refiere a la sustentación teórica de las variables socio-cognitivas y de personalidad en relación con el rendimiento académico.

En la teoría socio-cognitiva los individuos actúan de acuerdo con sus pensamientos, metas, creencias y valores; donde el comportamiento está representado por la interacción de las personas con su entorno. El principal representante de esta teoría ha sido Albert Bandura, cuya teoría se ha basado en las interacciones recíprocas entre los factores personales, conductuales y ambientales; así como en la relación entre aprendizaje y motivación y la relación entre el aprendizaje vicario (por observación) y aprendizaje en acción.

La teoría socio-cognitiva ha sido abordada desde otras vertientes por autores como Vygotsky, Feuerstein, Ausubel, Novak, Reigeluth, Sternberg, Detterman, Bruner y Piaget. Se trata de un “modelo cognitivo, basado en el cómo aprende el que aprende, en los procesos que usa el aprendiz para aprender, en las capacidades y destrezas necesarias para aprender, incorporando además el desarrollo y la mejora de la inteligencia afectiva” (Patiño, 2006, p. 20).

A esta teoría se integran las teorías de la inteligencia, creatividad y pensamiento reflexivo y crítico. Pretende potenciar la motivación intrínseca con el propósito de que la propia persona que aprende tenga éxito en el logro del aprendizaje; no solo busca saber contenidos, sino intenta potenciar sus capacidades y desarrollar destrezas (Patiño, 2006).

Los factores socio-cognitivos participan en el proceso de ajuste académico y en la satisfacción del estudiantado en ámbitos académicos; asimismo, las variables demográficas

(edad, género, etnia, situación laboral y financiera) se asocian a trayectorias con un mayor riesgo de abandono (Cabrera, Tomás, Álvarez y González, 2006; Crawford y Harris, 2008).

Las variables socio cognitivas –como la autoestima, el estrés, la autoeficacia– se han considerado básicas en la explicación de trayectorias de continuidad (Ojeda, Navarro y Flores, 2011).

Las variables que conforman la experiencia académica previa (centro de estudios, rendimiento, hábitos de estudio, vía de acceso a la universidad, apoyo académico, competencias previas) se muestran relevantes en la predicción del rendimiento académico, especialmente para estudiantes que se encuentran en el primer año de universidad (Yorke y Longden, 2008).

Desde la teoría social cognitiva de Albert Bandura se ha mostrado que la autoeficacia es un constructo fuertemente predictivo del rendimiento académico, la persistencia y la elección de carreras y cursos; el constructo autoeficacia académica puede ser utilizado como variable predictora del rendimiento académico, siempre y cuando se cuente con un instrumento de medición de autoeficacia académica, debidamente validado (England, 2012).

La teoría de la autoeficacia es considerada por Bandura como los juicios que un individuo tiene sobre su capacidad, con los cuales el sujeto organizará y ejecutará sus actos para alcanzar el rendimiento deseado. Una persona con altos niveles de autoeficacia visualiza escenarios exitosos y logra encontrar, a nivel cognoscitivo, buenas soluciones a los diversos problemas que se le presenten. Las creencias de autoeficacia de estudiantes universitarios son mejores predictores de retención que la mayoría de las medidas generalizadas de motivación académica (England, 2012).

La relación entre autoeficacia y motivación es mutua, por lo que se ha logrado identificar que la percepción de un individuo sobre su ambiente universitario y la autoeficacia académica influían considerablemente en que estudiantes de primer año de universidad permanecieran durante el primer semestre; una autoeficacia percibida como alta implica un aumento en la motivación y el rendimiento académico (Pintrich y Schunk, 2006).

De acuerdo con la teoría socio-cognitiva, la motivación del estudiantado está en función de la relevancia de lo que percibe para sus intereses y metas personales. Uno de los indicadores de la motivación se conoce como motivación intrínseca; este tipo de motivación

activa al individuo por sí mismo cuando lo desee, lo insta a superar los retos del entorno, y a sentirse a gusto y cómodo con lo que realiza.

La motivación intrínseca del estudiantado universitario constituye un aspecto importante en la iniciación y mantenimiento del aprendizaje y, definitivamente, a su respectivo rendimiento académico. Otro aspecto de la motivación intrínseca es la motivación de logro en la cual el ser humano se somete a la motivación o necesidad de éxito o logro y a la motivación o necesidad de evitar el fracaso, por lo que la motivación de logro se manifiesta en el nivel de dificultad de las tareas elegidas (Colmenares y Delgado, 2008; Pintrich y Shunk, 2006).

En matemática suelen darse tareas con diferentes niveles de dificultad, por lo que resulta necesario conocer la percepción estudiantil sobre la motivación de logro con respecto a esas tareas, considerando que una persona con alta necesidad de motivación de logro presenta un sentimiento positivo sobre su rendimiento ante tareas difíciles y que las personas con baja necesidad de logro no generan este tipo de sentimientos, es decir, no ponen a prueba sus capacidades y habilidades (Colmenares y Delgado, 2008).

La forma en que las personas interpretan sus éxitos y fracasos se le conoce como atribuciones de logro. Según la teoría de Weiner, los adultos jóvenes tienden a atribuir sus éxitos y fracasos a dos tipos de causas posibles: causas estables que generan fuertes expectativas de logro (capacidad y dificultad de la tarea), y causas inestables o variables de una situación a otra, las cuales estimulan expectativas débiles de logro (el esfuerzo y la suerte). Desde el enfoque de esta misma teoría se ha considerado que las causas pueden ser internas o externas: las primeras son la capacidad y el esfuerzo, identificadas como características del individuo; mientras que la dificultad de la tarea se identifica como causa externa y se le reconoce como característica de la situación (Pintrich y Shunk, 2006).

La teoría atribucional destaca tres aspectos fundamentales en la atribución: la causalidad, la estabilidad y la controlabilidad; se tiene, entonces, que la motivación del logro es positiva en la medida en que las atribuciones causales sean de carácter interno, es decir, cuando la persona se atribuya a sí misma la responsabilidad por el éxito o fracaso de la meta. Las atribuciones que aportan positivamente al aprendizaje se relacionan con la motivación intrínseca de la persona, ya que la orientarán a realizar una acción o tarea asumiendo un

compromiso auténtico con ella, disfrutando y manteniendo el interés por su ejecución hasta culminarla de forma satisfactoria (Pintrich y Shunk, 2006).

Hasta aquí se ha hecho referencia a la teoría socio-cognitiva y su relación con el rendimiento académico; en consecuencia, se identificó que la autoeficacia, la ansiedad y la motivación de logro han ocupado un rol importante en los procesos de aprendizaje de un individuo.

Corresponde referirse al papel que ha desempeñado la teoría de la personalidad en el rendimiento académico de un individuo. De acuerdo con Ackerman (2000), los intereses del individuo y los rasgos de personalidad están mediados por la inteligencia, en donde la inteligencia fluida se ha desarrollado a partir de una inteligencia como proceso y la inteligencia cristalizada se ha desarrollado a partir de la inteligencia como conocimiento adquirido.

La estructura de la personalidad ha sido abordada desde la visión de tres reconocidos investigadores: Join Paul Guilford, Raymond Bernald Cattell y Hans Jurgen Eysenck (Colom, 2012). Las teorías factoriales de estos tres investigadores son similares, sin embargo, existe otra teoría factorial de la personalidad que ha sido utilizada por la comunidad científica: la teoría *Big five*. La teoría de las *Big five* consiste en una taxonomía empleada para estudiar las características de la personalidad. Se dividen en cinco factores: factor I (extroversión, energía, entusiasmo), factor II (cordialidad, altruismo, afecto), factor III (responsabilidad, control), factor IV (impulsividad, afecto negativo, nerviosismo, ansiedad), factor V (apertura, originalidad) (Colom, 2012).

Todas las teorías de la personalidad, por lo general, se dividen en cuatro niveles: respuestas concretas, hábitos de respuesta, facetas de la personalidad según los hábitos de respuesta, y rasgos o factores de la personalidad de acuerdo con las facetas de la personalidad. Los rasgos de personalidad más conocidos son: extroversión, estabilidad emocional, cordialidad, apertura y responsabilidad (Colom, 2012).

Las teorías factoriales conforman mapas de la estructura de la personalidad. Según la teoría de Join Papul Guilford, en las diferencias individuales es donde se ubica la clave de la personalidad, es decir, toda persona es diferente de las demás (Colom, 2012). Una de las teorías factoriales de la personalidad más completa es la teoría de Raymond Bernald Cattell, en la que los factores temperamentales son más predictivos que los factores motivaciones.

Para Cattell, la personalidad no solo se define por la forma en la que las personas actúan (temperamento), sino por las formas en las personas se motivan (Cattell, 1965).

En general, los rasgos de la personalidad se dividen en rasgos temperamentales (confianza o impulsividad) y motivacionales (necesidades, intereses, actitudes). La teoría de Guilford no se ha explorado en experimentos de laboratorio y tampoco se ha estudiado su relación con bases biológica, por lo que se ha considerado una teoría psicológica incompleta.

Otra de las teorías cognitivas de la personalidad es la teoría cognitiva de H. J. Eysenck, la cual investiga el comportamiento de sujetos con distintas personalidades en tareas experimentales, de manera que analizan lo que pasa por la mente de una persona introvertida y otra extrovertida. La teoría factorial de H. J. Eysenck es considerada como una teoría temperamental que explora los factores conocidos como psicoticismo, extroversión y neuroticismo. Las personas extrovertidas son sociables, les gusta la diversión, tener amigos, no les gusta leer o estudiar solas. Algunas de las facetas primarias del neuroticismo son la ansiedad, depresión, sentimientos de culpa, baja autoestima, tensión, timidez, tristeza y emoción. Las personas con alto neuroticismo son ansiosas (Colom, 2012).

Eysenck se ha enfocado en el estudio de la ansiedad, diferenciando ansiedad de rasgo y ansiedad de estado. La ansiedad de rasgo se refiere a las diferencias individuales estables propensas a la ansiedad; en tanto que la ansiedad de estado se caracteriza por sentimientos subjetivos y de estrés. La ansiedad tiene dos efectos básicos: motivacional (efecto positivo) o perturbador (efecto perjudicial); influye más en tareas complejas que en las sencillas. No obstante, los efectos negativos de la ansiedad se atribuyen a la preocupación (componente cognitivo) más que a la emocionalidad (componente fisiológico) (Colom, 2012).

Otra teoría cognitiva de la personalidad es la teoría de Albert Bandura, a quien le ha interesado los procesos cognitivos que emplean las personas para comprender situaciones actuales o predecir el futuro; es decir, considera que el comportamiento de la persona dependerá de su interacción con el ambiente.

Uno de los principales conceptos tratados por Bandura es el de autoeficacia, definido como la “percepción o evaluación que la persona hace de su aptitud para resolver satisfactoriamente las situaciones vitales” (Colom, 2012, p. 471). Los juicios de autoeficacia son significativos siempre y cuando estén vinculados con situaciones concretas.

Según Colom (2012), la sensación personal de autoeficacia, ante una determinada situación, depende de algunos aspectos, entre los que se encuentran: la experiencia previa de la persona (en éxitos o fracasos); las experiencias indirectas sobre situaciones (las observadas en otras personas); la persuasión verbal o social (cuando convence a otra persona sobre su capacidad para enfrentar situaciones); y la activación emocional (alta activación que se relaciona con ansiedad y fracaso).

Dentro de estas teorías se encuentra la teoría de Dickman (1990) sobre el concepto de impulsividad y el funcionamiento cognitivo. Dickman ha dirigido su estudio de la impulsividad como dimensión de la personalidad e insiste en que las consecuencias de la impulsividad no siempre son negativas.

Dickman (1990) consideró que, en tareas experimentales de bajo funcionamiento cognitivo, los sujetos más impulsivos cometen menos errores; o bien, si se cuenta con escaso tiempo para tomar decisiones, los sujetos más impulsivos son más precisos que los menos impulsivos. Ante esta situación, señaló que la impulsividad se puede dividir en impulsividad funcional e impulsividad disfuncional. Aquellas personas con alta impulsividad funcional presentan una conducta impulsiva beneficiosa por estar relacionadas con entusiasmo, riesgo, actividad y audacia. En tanto que las personas con impulsividad disfuncional tienden a reflexionar menos que la mayoría de las personas de igual habilidad, antes de realizar alguna actividad; se les asocia con conductas desordenadas y con falta de acuerdo en conductas estándares. Según Chico (2000), la impulsividad funcional y disfuncional están relacionadas positivamente con la extraversión.

Con respecto a las teorías de personalidad, se observó que algunos rasgos de personalidad son representativos cuando se trata de rendimiento académico; se destaca el rasgo de responsabilidad, nuevamente el de autoeficacia y ansiedad, y el rasgo de impulsividad.

2.7. Estado de la evidencia empírica sobre predicción de rendimiento académico en matemática

Corresponde referirse al estado de la evidencia empírica sobre la predicción del rendimiento académico propiamente en la disciplina de matemática, para lo cual, se recurrió a la revisión de artículos científicos, de los cuales se destacaron los más representativos.

En el estudio de Cupani y Lorenzo (2010) se menciona que se han logrado verificar hipótesis propuestas en relación con el rendimiento académico en matemática. Al respecto, estos investigadores utilizaron diversas escalas de autoeficacia con el fin de asociarla con el rendimiento en matemática (sobre expectativas de resultados en matemática y metas de rendimiento); recurrieron a un “path análisis” para identificar, con mayor precisión, la interrelación entre las variables y sus efectos directos e indirectos. Uno de sus hallazgos consistió en que su modelo explicó parcialmente el rendimiento académico en matemáticas.

Nuevamente, con base en la teoría socio-cognitiva y la teoría de las inteligencias múltiples (Pérez, Lescano, Zalazar, Furlám y Martínez, 2010) se logró medir la autoeficacia para una población meta de niños y preadolescentes de quinto y sexto grado; en esta ocasión quienes investigaban recurrieron a un análisis factorial exploratorio para la interpretación de las escalas utilizadas. Otros estudios realizados desde la perspectiva socio-cognitiva han presentado diseños metodológicos de tipo *ex post facto* con los que lograron explicar los factores asociados al rendimiento académico en matemática para estudiantes de primaria, secundaria y universitaria.

En el estudio de Miñano y Castejón (2011) se sometió a prueba un modelo estructural acerca de las variables cognitivo-motivacionales explicativas del rendimiento académico en lengua castellana y matemáticas; incluyeron, como variables predictoras, el rendimiento anterior, las aptitudes, el auto concepto académico, las atribuciones causales, las orientaciones de meta y las estrategias de aprendizaje. En la investigación participaron 341 estudiantes de primer curso de educación secundaria obligatoria de diferentes centros de la provincia de Alicante (España). Los resultados del análisis de ecuaciones estructurales señalaron un mejor ajuste con los datos del modelo en lengua castellana.

Con base en los estudios anteriores, la evidencia empírica sobre la predicción del rendimiento académico en matemática ha considerado diversas variables socio-cognitivas, entre las que se destacan la autoeficacia y la ansiedad matemática (Zientek y Thompson, 2010). Estos investigadores utilizaron los análisis secundarios sobre los resúmenes de matrices disponibles en estudios publicados para investigar la contribución que hizo la autoeficacia y la ansiedad matemática en el rendimiento en matemáticas. Los resultados indicaron que, en presencia de otras variables identificadas, la autoeficacia representa una contribución al rendimiento en matemáticas, no así para la variable ansiedad.

A partir del sustento teórico abordado, se estableció un modelo teórico hipotetizado que contempló en su diseño, no solo las teorías de inteligencia, la teoría socio-cognitiva y las teorías de personalidad; también, contempló la revisión exhaustiva de un conjunto de estudios empíricos que cumplieran ciertos criterios establecidos por la investigadora; criterios que contribuyeron con la toma de decisiones en cuanto a la escogencia de las variables que conformaron el modelo.

2.8. Planteamiento del modelo teórico causal a partir de la evidencia empírica

El modelo teórico causal se diseñó con base en la evidencia empírica de estudios relacionados con la problemática del bajo rendimiento académico, que cumplieran los siguientes criterios:

- Aquellos estudios en los que se identificaron posibles factores (variables) predictores del rendimiento académico en cursos específicos, particularmente en matemática.
- Estudios que contemplaran en su estructura el principio teórico referido a las relaciones entre dos o más variables a través de una simple covariación; o bien, por los efectos directos o indirectos, mediante una tercera variable que intervenga; o mediante relaciones espurias a partir de una tercera causa común.
- Estudios que informaran sobre la evidencia empírica relacionada con la contribución de las variables cognitivas y no cognitivas en la predicción de las diferencias de rendimiento académico. No obstante, se consideraron estudios en los que claramente se especificaran los valores de los coeficientes de correlación de Pearson (r , asociación entre variables) y de regresión (β , predicción de una variable con respecto a otras), así como los coeficientes correspondientes a los modelos con ecuaciones estructurales, independientemente de las muestras analizadas.

Entre las variables cognitivas se consideraron aquellos estudios que contemplan la variable inteligencia o capacidad intelectual (inteligencia general, inteligencia fluida e inteligencia cristalizada) y los conocimientos académicos valorados con pruebas objetivas (nota final de cursos, calificación de pruebas específicas, promedio de un conjunto de cursos). Entre las variables no cognitivas se analizaron, en primera instancia, las relacionadas con los rasgos básicos de la personalidad, la autoeficiencia, la motivación de logro, la ansiedad y la impulsividad.

Los estudios sobre la predicción del rendimiento académico se han desarrollado explorando grupos de distintos niveles educativos y con diversos planteamientos metodológicos, tanto de tipo longitudinal como transversal. La mayoría de esos estudios se han centrado en el rendimiento académico general, siendo una minoría los que consideraron el rendimiento en matemática a nivel universitario.

Los resultados de la revisión se describieron de forma resumida a través de tablas; cada estudio tiene su propia tabla en la que se consignan los valores empíricos observados y que son de interés para esta investigación. A partir de esta revisión se adoptaron las decisiones oportunas con las que se generó el modelo teórico causal.

Este apartado concluye con el planteamiento del modelo teórico causal que propone la inteligencia fluida como predictor del rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria. Las investigaciones analizadas sobre la predicción del rendimiento académico en los distintos niveles educativos suelen concluir que la capacidad intelectual es el principal predictor; asimismo, se consideraron variables no cognitivas que pudieran contribuir con la predicción del rendimiento académico.

2.8.1 Estudios empíricos sobre el constructo capacidad intelectual

Como se discutió en la sección 2.1, el concepto de inteligencia que abordó esta investigación se asocia con la capacidad intelectual que posee un individuo; otros autores asocian la variable inteligencia con capacidad cognitiva. Para efectos de esta investigación capacidad intelectual o capacidad cognitiva es “cualquier aptitud que esté relacionada con alguna clase de tarea cognitiva o intelectual” (De Juan Espinosa, 1997, p. 65).

No obstante, la capacidad intelectual se relaciona con la inteligencia fluida e inteligencia cristalizada, en el marco de las aptitudes intelectuales que se generan de ellas mismas. Así lo estableció la teoría factorial de Cattell en su teoría trídica, la cual constituye una serie de parámetros que explican el funcionamiento de los factores intelectuales. Algunos de estos parámetros son: procesamiento perceptivo, cognitivo y motor de la información (razonamiento fluido); parámetros procesuales (los cuales se refieren al nivel de complejidad, uso de la memoria y demandas de velocidad de la información, también relacionadas con el razonamiento fluido); y de contenido, el cual se refiere a las

implicaciones de las dimensiones culturales y de la experiencia en el almacenamiento de conocimiento (capacidades cristalizadas) (Fossatti, 2007; Colom, 2012).

Los siguientes estudios empíricos confirmaron el valor predictivo de la variable capacidad intelectual en relación con el rendimiento académico.

Estudio 1. Lemos, Abad, Leandro y Colom (2014), investigadores de la Universidad Autónoma de Madrid y de la Universidad de Minho, Portugal, realizaron un estudio que tuvo por objetivo investigar las relaciones entre la variable capacidad cognitiva con las variables fracaso escolar, futuras aspiraciones académicas y el presente logro académico.

Se requirió de dos muestras independientes, la primera incluyó a 1695 estudiantes del nivel de primaria (12 a 15 años), y la segunda muestra incluyó a 1101 estudiantes del nivel de secundaria (16 a 19 años). Las muestras se obtuvieron al azar y los estudiantes pertenecían a escuelas estatales.

La variable inteligencia se evaluó a través de la batería de pruebas de razonamiento (RTB). Los jóvenes adolescentes realizaron la versión diseñada para el primer nivel (3 ° ciclo de la escuela primaria) y los adolescentes del nivel de secundaria superior respondieron la prueba diseñada para el segundo nivel.

La medición del fracaso escolar pasado se midió a través de un ítem que solicitaba a los estudiantes indicar con un 1 si habían fracasado en el pasado en su desarrollo académico, y con un 0 si no habían tenido ningún fallo.

Las aspiraciones académicas futuras se midieron con un ítem que solicitaba a los estudiantes indicar hasta qué nivel de la escuela querían ir: el 1 hasta el 9 ° grado o final de la educación básica (aplicado para los jóvenes adolescentes); el 2 hasta el 12 ° grado o final de la educación secundaria; el 3 para hacer un curso profesional; el 4 para hacer un curso académico de educación superior.

El rendimiento académico presente fue evaluado por las calificaciones de los estudiantes obtenidas en Lenguaje (portugués) y Matemáticas.

Para el análisis de los datos se calcularon correlaciones de Pearson, modelos de ecuaciones estructurales y modelos de regresión múltiple.

En primer lugar se calcularon las correlaciones de Pearson entre las variables. Se halló que la correlación entre la capacidad cognitiva y el rendimiento académico disminuye

ligeramente para los adolescentes de más edad: las correlaciones de puntuación IQ con las matemáticas fueron 0,40 y 0,33 para los jóvenes y los mayores adolescentes, respectivamente. Las correlaciones entre el fracaso escolar pasado y las aspiraciones académicas disminuyeron para los mayores adolescentes con un $-0,28$, mientras que para los jóvenes adolescentes con $-0,40$. Matemáticas y lenguaje muestran alta correlación en ambas muestras, alrededor de 0,60.

En segundo lugar se calcularon modelos de regresión múltiple, y se hallaron las correlaciones β entre las variables predictoras del rendimiento académico en matemática y lenguaje. En la tabla 1 se describen los resultados obtenidos entre algunas variables de interés.

Tabla 1

Valores de los coeficientes β obtenidos en el modelo de regresiones múltiples para el rendimiento académico presente en matemática, lenguaje y capacidad cognitiva

Variables	Matemática		Lenguaje		Capacidad cognitiva	
	Jóvenes	Adultos	Jóvenes	Adultos	Jóvenes	Adultos
Aspiraciones académicas	0,18	0,14	0,28	0,22	0,32	0,23
Fracaso escolar pasado	-0,13	-0,12	-0,15	-0,22	-0,33	-0,26
Capacidad cognitiva	0,36	0,31	0,28	0,22	---	---

Fuente: elaboración propia con base en Lemos, Abad, Leandro y Colom (2014).

El modelo de regresión múltiple correspondiente a los jóvenes adolescentes, explicó el 22% del rendimiento en lenguaje y el 27% del rendimiento en matemáticas. Las correlaciones entre las variables predictoras fueron significativas. El modelo de regresión múltiple relacionado con los adolescentes mayores explicó el 19% del rendimiento en lenguaje y un 17% del rendimiento en matemáticas. Las correlaciones entre las variables predictoras también fueron significativas.

Posteriormente se analizaron los modelos planteados a través de ecuaciones estructurales. En la tabla 2 se describen algunos de los resultados del modelo de ecuaciones estructurales para los jóvenes y mayores adolescentes

Todos los predictores analizados en el estudio explicaron el 20% del rendimiento académico en lenguaje y el 17% en matemáticas. Excluyendo las variables fracasos del pasado y las aspiraciones futuras se reduce el porcentaje de varianza explicada a un 11% en lenguaje, y a un 13% para matemáticas.

Tabla 2

Valores de los coeficientes correlacionales para el rendimiento académico presente en matemáticas, lenguaje y capacidad cognitiva: modelos de ecuaciones estructurales

Variables	Matemáticas		Lenguaje		Capacidad cognitiva	
	Jóvenes	Adultos	Jóvenes	Adultos	Jóvenes	Adultos
Aspiraciones académicas	0,18	0,15	0,19	0,18	0,32	0,23
Fracaso escolar pasado	-0,14	-0,18	-0,14	-0,22	-0,33	-0,26
Capacidad cognitiva	0,26	0,23	0,11	0,14	-----	

Fuente: elaboración propia con base en Lemos, Abad, Leandro y Colom (2014).

Se concluyó que las diferencias en la capacidad cognitiva, el fracaso escolar pasado y las futuras aspiraciones académicas están relacionados con el logro académico presente. Estas relaciones son generalmente simultáneas e invariantes a través de los grupos de edad considerados.

Se consideró que a mayor capacidad intelectual, mayores serán las aspiraciones académicas futuras y menor será la probabilidad de tener experiencias académicas pasadas de fracaso.

Estudio 2. Deary, Strand, Smith y Fernandes (2007), investigadores de University of Edinburgh y de la University of Warwick, se plantearon dos objetivos. El primero consistió en estimar la verdadera relación entre la inteligencia y la educación a través de ocho muestras de seis estudios longitudinales, cuyas correlaciones reportadas entre habilidad cognitiva y rendimiento académico oscilaban entre 0,40 y 0,63. El segundo objetivo consistió en determinar si la diferencia entre la capacidad verbal en ambos sexos (después de considerar g) explica cualquier diferencia entre el rendimiento escolar en ambos sexos.

Este estudio de tipo longitudinal prospectivo de 5 años, con una muestra de más de 70000 escolares, examinó la asociación entre inteligencia psicométrica a la edad de 11 años y el rendimiento escolar en los exámenes nacionales, en 25 áreas académicas, a los 16 años.

La inteligencia se midió por *The Cognitive Abilities Test* (CAT), la segunda versión de este test se le conoce como CAT2E. CAT se procesa a través de un servicio nacional que proporciona una calificación automatizada y el análisis de las hojas de respuestas de los alumnos. Es considerada como la prueba más utilizada para la medición de capacidades de razonamiento en el Reino Unido.

El rendimiento académico se determinó por los resultados obtenidos en *General Certificate of Secondary Education* (GCSE).

Se utilizó la puntuación verbal por separado, además de *g*, porque mostró diferencias en sexo y contribuyó en la varianza adicional de los resultados en GCSE.

Se empleó un Modelo de ecuaciones estructurales (análisis factorial confirmatorio) para examinar la correlación entre los rasgos latentes de inteligencia y los logros educativos. Se halló que la correlación entre el factor *g* y el logro educativo en general fue de 0,81.

Posteriormente se aplicó el modelo lineal general (ANCOVA) para las puntuaciones de GCSE. En este modelo se consideró el sexo (hombre, mujer) como un efecto fijo; factor *g* y factores verbales residuales eran covariables, al igual que la edad.

También se utilizó un modelo de regresión logística considerando las puntuaciones del factor *g* como predictor del logro educativo.

En la tabla 3 se describen algunas correlaciones entre la capacidad cognitiva general (*g*) y el factor verbal residual, con respecto a los puntajes GSCE de algunas materias académicas.

Tabla 3
Valores de los coeficientes de correlación entre CAT (*g*), CAT verbal residual y los puntajes GSCE

Variables	CAT (<i>g</i>)	CAT verbal residual
CAT (<i>g</i>)	---	---
CAT verbal residual	0,00	---
GSCE total	0,69	0,13
Matemáticas	0,77	0,00
Física	0,50	0,09
Química	0,46	0,08
Historia	0,63	0,18
Música	0,54	0,16
Educación Física	0,55	0,07

Fuente: elaboración propia con base en Deary, Strand, Smith y Fernandes (2007).

En el grupo de las artes y las humanidades la correlación más alta fue con inglés (0,67), en tanto que otras materias de este grupo se encontraban alrededor de 0,6; educación religiosa y drama estaban en torno al 0,5. En el grupo de la ciencias, matemáticas correlacionó más alto (0,77); las ciencias particulares (física, química y biología), que son adoptadas por un número menor de estudiantes, correlacionaron alrededor del 0,5. Este grupo se caracterizó por estudiantes con alta capacidad cognitiva.

La correlación entre un rasgo de inteligencia latente (factor g de Spearman con CAT2E) y un rasgo latente de los logros educativos (GCSE) fue 0,81. La inteligencia general contribuyó al éxito en las 25 áreas académicas. La varianza explicada varió de 58,6% en matemáticas y 48% en inglés, al 18,1% en arte y diseño.

Las niñas no mostraron ventaja en el factor g con respecto a los niños, pero sí con respecto a todas las áreas temáticas, excepto en física.

Se concluyó que alrededor de un 50% a 60% de la variación en la puntuación de los exámenes GCSE puede ser explicada estadísticamente por el factor g . De igual modo una gran proporción de la varianza no es explicada por g .

Por lo tanto, se consideró que los factores no cognitivos tienen un sustancial impacto en el logro educativo. Estos pueden incluir: asistencia a la escuela y el compromiso; la personalidad de los alumnos, la motivación y el esfuerzo; el apoyo de los padres; y la prestación de un aprendizaje adecuado, la calidad de la enseñanza, la cultura escolar y estructura entre otros factores posibles.

Estudio 3. Colom y Flores (2007), investigadores de la Universidad Autónoma de Madrid y de la Universidad Federal de Minas Gerais, Brasil, realizaron un estudio que tuvo por objetivo explorar si las puntuaciones de los test de inteligencia predicen las diferencias individuales en el rendimiento académico, independientemente de los factores de ingresos familiares y la educación de los padres.

Las variables de interés se estudian considerando tres muestras independientes de participantes con un total de 641 niños. Los participantes pertenecían a una escuela brasileña que se caracteriza por un amplio rango en la variable inteligencia, el rendimiento escolar y los factores SES (ingreso económico y educación de los padres). Los autores consideraron tres muestras separadas con el propósito de saber si los resultados se replican o no a través del conjunto de datos.

La inteligencia se midió mediante el test *Progressive Matrices Test* (CPM: *Coloured Progressive Matrices Test*; SPM: *Standard Progressive Matrices Test*). En la primera y tercera muestras se empleó el CPM y en la segunda muestra se utilizó el SPM. También se empleó en la tercera muestra cuatro partes de la escala verbal WISC-III; los puntajes brutos en WISC-II se convirtieron a puntajes z y luego a la escala de coeficiente intelectual (IQ).

El ingreso económico de los padres se midió por medio de un dispositivo diseñado y actualizado por la ANEP (Asociación Nacional de Empresas Pesquisas) denominado “Criterio Brasil”, el cual se basa en una amplia encuesta socioeconómica realizada por el Instituto Brasileño de Geografía y Estadística.

La educación de los padres se cuantificó en cuatro categorías, del más bajo al más alto nivel en cuanto a la cantidad de años de educación formal recibida.

El rendimiento escolar se determinó por una prueba de rendimiento formal conocido como Test de Desempeño Escolar (TDE). Este test comprende tres subpruebas: lengua escrita, aritmética y lectura. El análisis de los datos se realizó mediante correlaciones de Pearson y por regresiones estandarizadas. En la tabla 4 se describen los pesos calculados, para cada muestra, mediante regresiones estandarizadas.

Tabla 4

Valores de los coeficientes de regresión estandarizada para cada muestra

Variables	Muestra 1			Muestra 2			Muestra 3			IQ
	PE	RA	CPM	PE	RA	SPM	PE	RA	CPM	
PI	0,51	0,15	0,20	0,44	0,25	0,18	0,45	0,01	0,16	-0,01
PE	---	0,11	0,19	---	0,23	0,13	---	---	0,13	0,10
RA	---	---	0,69	---	---	0,63	---	---	0,27	0,37

Nota: PI: ingreso padres; PE: educación padres; RA: rendimiento académico. Fuente: elaboración propia con base en Colom y Flores (2007).

Los resultados indicaron que los factores de SES no predijeron las diferencias en el rendimiento escolar de los niños, mientras que las puntuaciones obtenidas en los test de inteligencia predijeron las diferencias escolares. Los factores SES no explicaron la inteligencia y los logros académicos.

Se concluyó que los ingresos de los padres y su nivel educativo están significativamente relacionados y que la inteligencia de los niños predijo su propio rendimiento escolar.

2.8.2 Rasgos de personalidad

Los estudios empíricos evidencian valores predictivos sobre el papel que desempeñan los rasgos de personalidad en la predicción del rendimiento académico. Los siguientes son algunos ejemplos destacados.

Estudio 1. Di Fabio y Busoni (2007) consideraron que son pocos los estudios que han examinado la validez incremental de las variables de personalidad con respecto a la capacidad intelectual en la predicción del éxito académico.

El objetivo de su investigación consistió en explorar el papel de los rasgos de personalidad con respecto a la inteligencia para predecir el éxito escolar en una muestra de 286 italianos que asistieron a los dos últimos años de la escuela científica. En particular se buscó verificar la existencia de la validez incremental de las variables de personalidad en comparación con la capacidad cognitiva, como predictores del éxito académico.

La medición de la capacidad cognitiva se realizó a través de la prueba *Advanced Progressive Matrices* (APM) de Raven, prueba utilizada para medir la inteligencia fluida, con 48 ítems; una primera parte con 12 ítems y la segunda parte con 36 ítems.

Con respecto a la medición de los rasgos de personalidad se recurrió a la prueba BFQ de Caprara, Barbaranelli y Borgogni; esta prueba la conforman 132 ítems y contempla los rasgos de extraversión, cordialidad, responsabilidad, estabilidad emocional y apertura.

En la tabla 5 se presenta un resumen de los valores de las correlaciones de Pearson (r) entre las variables; también se muestran los valores predictivos (β) con respecto al rendimiento académico.

Tabla 5
Valores de los coeficientes de correlación r y β entre las variables Inteligencia (final, puntaje examen de estado y Rendimiento académico general

Relación entre variables		Valor correlacional
Inteligencia	→ Rendimiento académico general	$r=0,21$ $\beta=0,27$
Responsabilidad	→ Rendimiento académico general	$r=0,28$
Responsabilidad	→ Inteligencia	$r=-0,20$
Responsabilidad	→ Inteligencia (final último año)	$\beta=0,27$
Responsabilidad	→ Inteligencia	$\beta=0,46$
Responsabilidad	→ Inteligencia (puntaje en el examen de estado)	$\beta=0,37$

Fuente: elaboración propia con base en Di Fabio y Busoni (2007).

En la muestra total, la inteligencia explicó sólo el 4% de la varianza en el éxito escolar, mientras que al incorporar los rasgos de personalidad como predictores el modelo muestra un incremento significativo del 10% de la varianza. Se resaltó el rasgo responsabilidad como el único predictor fuerte entre las dimensiones de los BFQ.

En un primer modelo con regresión lineal se consideró como variable el criterio al rendimiento académico, medido por el GPA (promedio de notas del último año), en donde la inteligencia explicó la varianza del 13% en el éxito escolar, mientras que al agregar los rasgos de personalidad como predictores, el modelo mostró un incremento del 20% de la varianza. Concluyeron que entre los rasgos de la personalidad, la responsabilidad es el predictor más significativo del rendimiento académico, seguido por amabilidad.

Posteriormente se tomó en cuenta el rendimiento académico con base en el examen de final de año que aplica el estado. En este caso la inteligencia explicó la variación del 17% en el éxito escolar, mientras que si se añaden como predictores los rasgos de personalidad, el modelo presentó un significativo incremento del 11% de la varianza. En este modelo se resaltó la inteligencia como el predictor significativo.

Confirmaron la hipótesis referente a que los rasgos de personalidad añaden varianza adicional significativa a la inteligencia en la definición del éxito académico. La dimensión de responsabilidad es el predictor más significativo, lo que confirma que los estudiantes organizados, atentos, perseverantes y enfocados en la obtención de resultados, pueden lograr un mejor rendimiento en la escuela.

Estudio 2. Esta investigación se realizó en Estonia por Laidra, Pullman y Allik (2007), investigadores de la University of Tartu. Estudiaron la inteligencia y los rasgos generales de personalidad, del modelo de los Cinco Factores, como predictores del rendimiento académico. La muestra estuvo compuesta por 3618 estudiantes escolares de educación primaria y de educación secundaria, pertenecientes a segundo, tercer, cuarto, sexto, octavo, décimo y doceavo grado.

En este estudio se utilizó la prueba de inteligencia *Raven's Standard Progressive Matrices* (SPM, Raven) y para medir los rasgos de personalidad se emplearon dos pruebas: la *Estonia Big Five Questionnaire for Children* (EBFQC) para los grados de segundo a cuarto grado, y la NEO FFI Estonia para los estudiantes de sexto a doceavo grado. El rendimiento académico se midió a través de la GPA obtenida en cada nivel.

En primer lugar se hallaron las correlaciones de Pearson entre las variables de inteligencia y personalidad con respecto al promedio de calificaciones obtenidas en nivel escolar. Posteriormente se realizó un conjunto de regresiones lineales. En la tabla 6 se

muestra un resumen de los resultados obtenidos para un modelo de regresión lineal donde están presentes todas las variables.

Tabla 6

Valores de los coeficientes β entre las variables Inteligencia, Neuroticismo, Extraversión, Apertura a la experiencia, Amabilidad, Responsabilidad y las calificaciones GPA para 2-4 nivel y para 6-12 nivel

Predictores	2 – 4 nivel (β)	6 – 12 nivel (β)
Inteligencia	0,46	0,42
Neuroticismo	-0,04	-0,05
Extraversión	-0,06	-0,07
Apertura a la experiencia	0,09	0,06
Amabilidad	0,15	-0,00
Responsabilidad	0,07	0,21

Fuente: elaboración propia con base en Laidra, Pullman y Allik (2007).

De acuerdo con el análisis de sus resultados, se encontró que la inteligencia era el mejor predictor de la nota media de los alumnos (GPA) en todos los grados.

En cuanto a la personalidad, se determinó que apertura, amabilidad y responsabilidad correlacionaban positivamente con GPA, mientras que neuroticismo correlacionó negativamente con GPA en la mayoría de los grados.

Cuando se introdujeron todas las variables en un modelo de regresión, la inteligencia continuó siendo el más fuerte predictor de GPA, seguido por amabilidad en los grados 2-4 y responsabilidad en los grados 6 a 12.

Interacciones entre las variables predictoras y la edad representaron solo un pequeño porcentaje de la varianza en el GPA, lo que sugiere que el rendimiento académico se basa en los mismos mecanismos a través de los años escolares.

Los cuatro factores de personalidad contribuyeron de forma independiente a la GPA en ambas muestras. Los rasgos de responsabilidad, apertura y extraversión en ambos niveles académicos, mientras que amabilidad contribuyó únicamente en el rendimiento académico de la escuela primaria y neuroticismo en la escuela secundaria. Al interaccionar los rasgos de personalidad con la edad, los resultados fueron en general modestos.

Los análisis posteriores revelaron que los dos predictores más fuertes juntos son la inteligencia y el rasgo responsabilidad, los cuales representaron el 29,1% y el 24,6% de la varianza de GPA en la escuela primaria y de la escuela secundaria, respectivamente. Por tanto, el papel de las restantes variables predictoras resultó limitado. Sin embargo, el

protagonismo del rasgo cordialidad entre los factores de personalidad en la escuela no fue tan fuerte como lo fue responsabilidad en la escuela secundaria.

Estudio 3. Furnham y Monsen (2009), investigadores de University College London, examinaron en qué medida los rasgos de personalidad y las puntuaciones de inteligencia predicen el rendimiento académico en educación secundaria (AP). La muestra de participantes estuvo compuesta por 250 alumnos pertenecientes a tres escuelas de la región del sureste de Inglaterra.

Este estudio examinó cuáles de los cinco grandes factores de personalidad predecían el rendimiento académico en el nivel de la escuela secundaria (las calificaciones del examen público en el 10º grado) y en qué medida la inteligencia puede predecir el rendimiento académico. El propósito de esta investigación, por un lado, consistió en demostrar si los rasgos de personalidad mostraban validez incremental en la predicción del rendimiento académico, por encima de los resultados obtenidos en pruebas de inteligencia y con variables demográficas; por otro lado, trataron de demostrar si las asignaturas de ciencias mostraban un patrón diferente en las correlaciones.

El instrumento utilizado para medir los rasgos de personalidad fue el *NEO Five - Factor Inventory* (NEO-FFI), una versión abreviada del NEO PI R, conformado por 60 ítems. Para medir la capacidad cognitiva se utilizó el *Wonderlic Personnel Test*, compuesto por 50 ítems, y cuya correlación con el WAIS-R ($r=0,92$) es sustancial. Para la medición de la inteligencia fluida se utilizó el *Baddeley Reasoning Test*, compuesto por 60 ítems.

Se calculó una serie de regresiones jerárquicas considerando las calificaciones en disciplinas específicas como variable criterio; y como variables predictores los datos demográficos, inteligencia y resultados de las pruebas de personalidad.

En la tabla 7 se muestran los valores β obtenidos en las regresiones lineales que se emplearon en un modelo donde interactúan todas las variables.

Se confirmó que la variable inteligencia es consistentemente significativa en la predicción del rendimiento académico para las cuatro materias básicas.

Neuroticismo representó un factor predictivo negativo, pero significativo, en solo tres materias. La validez incremental de la personalidad más inteligencia varió en un 9% en matemáticas.

Tabla 7

Valores de los coeficientes predictivos (β) del rendimiento académico entre las variables predictoras de personalidad e inteligencia y el rendimiento académico en materias específicas

Predictores	Inglés Lenguaje	Inglés Literatura	Matemática	Ciencias	Total
Inteligencia	0,25	0,18	0,39	0,32	0,34
Neuroticismo	-0,08	-0,08	-0,26	-0,14	-0,17
Extraversión	-0,18	-0,14	-0,14	-0,13	-0,18
Apertura	0,00	-0,04	0,08	0,01	0,01
Amabilidad	0,05	-0,03	0,03	0,05	0,04
Responsabilidad	0,13	0,20	0,11	0,19	0,19
Sexo	-0,35	-0,34	-0,04	-0,16	-0,25

Fuente: elaboración propia con base en Furnham y Monsen (2009).

Las regresiones se calcularon considerando el rendimiento académico en las cuatro materias básicas como variable criterio. El objetivo era ver cuánto más de varianza se debía considerar y si las variables de personalidad eran todavía capaces de dar cuenta de la validez incremental.

Estudio 4. Leeson, Ciarrochi y Heaven (2009), investigadores de la University of Wollongong, Australia, realizaron un estudio longitudinal de tres años con 639 estudiantes de secundaria. El objetivo de la investigación consistió en predecir la variación en el rendimiento académico en los distintos grados escolares, controlando la variable habilidad cognitiva y tres variables positivas del pensamiento (autoestima, esperanza de éxito y estilo atribucional).

Consideraron importante desarrollar la investigación con estudiantes de secundaria por dos razones; la primera porque reconocieron que la transición de la escuela a la universidad es un momento difícil para el adolescente; la segunda porque los estudiantes al ingresar a la universidad a convivir con otros estudiantes universitarios, por lo general, deben aumentar los factores de personalidad, los cuales se potencian para permitir predecir el rendimiento académico. Su estudio se apoyó en el planteamiento de Sternberg sobre el factor

de correlación entre capacidad cognitiva y rendimiento académico, el cual corresponde a un valor de 0,50.

Se aplicaron pruebas en dos tiempos distintos, en primer y cuarto año de colegio. En el primer año se midió la capacidad cognitiva a través de pruebas estandarizadas numéricas y verbales administradas por *New South Wales* (NSW), Australia, basada en criterios propios del currículo académico. Para la medición de los rasgos de personalidad utilizaron la *Children's Hope Scale* y la escala de autoestima de Rosenberg; para la medición del estilo atribucional utilizaron *Children's Attributional Style Questionnaire* (CASQ).

Tres años después, a final del cuarto año, se obtuvieron las calificaciones de los sujetos por materia (inglés, matemáticas, ciencias e historia). Se realizó un análisis de regresión con el fin de determinar los predictores únicos del rendimiento académico. Este análisis incluyó medidas de aptitud verbal y numérica, junto con las variables de pensamiento positivo y de género. En la tabla 8 se describen algunos de los valores obtenidos.

Tabla 8

Valores de los coeficientes β entre las variables aptitud verbal, aptitud numérica, esperanza de éxito con respecto al rendimiento académico en matemática 10 grado

Relación entre variables	Valores obtenidos
Aptitud verbal → Rendimiento académico matemática 10 grado	$\beta = 0,42$
Aptitud numérica → Rendimiento académico matemática 10 grado	$\beta = 0,38$
Esperanza de éxito → Rendimiento académico en matemática 10 grado	$\beta = 0,09$
Contribución al modelo	$R^2 = 0,61$

Fuente: elaboración propia con base en Leeson, Ciarrochi y Heaven (2009).

Posteriormente, un modelo de ecuaciones estructurales reveló que la autoestima, la esperanza y el estilo atribucional eran indicadores latentes de un factor del pensamiento positivo de segundo orden. El modelo muestra que la autoestima, el estilo atribucional y esperanza han hecho contribuciones más o menos iguales al factor de pensamiento positivo de segundo orden. Sin embargo, en el modelo de regresión lineal, que no considera el error de medición, se observó que la esperanza, junto con la aptitud verbal y numérica, fueron los únicos predictores del rendimiento académico en todos los grados.

En este estudio se concluyó que la inteligencia y las variables de personalidad incluidas no explicaron toda la varianza en los grados de la escuela, por lo que especularon sobre qué otros factores pueden ser importantes. Algunos de estos otros corresponden al

impacto de los factores familiares, el entorno escolar, las influencias y factores de personalidad no estudiados.

Entre los hallazgos más importantes resaltó que la esperanza, el estilo atribucional y la capacidad cognitiva predicen los grados más altos, mientras que la autoestima era un predictor menos consistente del rendimiento académico. Con los resultados obtenidos se sugirió que la inteligencia, el género y el pensamiento positivo cada uno juegan un papel único en la predicción del rendimiento académico de los jóvenes.

Estudio 5. Cupani y Aparicio (2012), investigadores de la Universidad Nacional de Córdoba (UNC), Argentina, realizaron su estudio con una muestra de 328 estudiantes argentinos, con edades comprendidas entre los 12 a los 16 años, de octavo y noveno grado pertenecientes a colegios públicos y privados.

Llevaron a cabo dos estudios empíricos con el fin de establecer cómo los rasgos de personalidad y algunas variables contextuales contribuyen, directa e indirectamente, a predecir el éxito académico en matemáticas.

Se propuso un modelo alternativo del rendimiento académico integrando los rasgos de personalidad. Específicamente exploraron la contribución directa e indirecta de los rasgos de personalidad dentro del marco teórico de la Teoría Social Cognitiva de las Carreras (SCCT).

Con respecto a los instrumentos de medición, se utilizó la Escala de Autoeficacia Lógico-Matemática (EALM) de Pérez y Cupani para medir la autoeficacia en matemática. Comprende 6 ítems, tipo Likert de 1 a 10, 1: "Nada seguro", a 10: "Totalmente seguro de poder realizar esa actividad". Otro instrumento es el Test de Aptitudes Diferenciales Versión 5 (DAT-5), el cual mide 8 aptitudes: razonamiento verbal, razonamiento numérico, razonamiento abstracto, rapidez y exactitud perceptiva, razonamiento mecánico, relaciones espaciales, ortografía y uso de lenguaje.

Además, se utilizó el test Expectativas de Resultados en Matemática (EERM): una versión modificada de la escala de Expectativas de Resultados en Matemática y Ciencia. Para la medición de los rasgos de personalidad se utilizó el Cuestionario de personalidad: IPIP-FFM de Goldberg, el cual contiene 50 ítems.

El modelo propuesto explicó un 45% de la varianza del rendimiento académico en matemática de los estudiantes argentinos adolescentes; el modelo incluyó las siguientes variables: metas de rendimiento, rasgos de personalidad (extraversión, amabilidad, responsabilidad, estabilidad emocional, intelecto), aptitudes, autoeficacia, expectativas de resultado y metas de rendimiento.

En la tabla 9 se presenta un resumen de los resultados más representativos obtenidos a partir de los modelos de regresión propuestos.

Tabla 9

Valores de los coeficientes β obtenidos en los modelos de regresión del estudio de Cupani y Aparicio (2012) considerando rendimiento académico como variable criterio

Modelo	Descripción	R ² ajustado	Predictores	β
1	Los cinco factores de personalidad	0,04	Responsabilidad	0,18
2	Más razonamiento numérico	0,28	Responsabilidad	0,18
			Aptitudes	0,50
3	Más autoeficacia y expectativa de resultados	0,39	Responsabilidad	0,05
			Aptitudes	0,34
			Autoeficacia	0,39
4	Más metas de rendimiento	0,43	Responsabilidad	-0,01
			Aptitudes	0,36
			Autoeficacia	0,32
			Metas de rendimiento	0,26

Fuente: elaboración propia con base en Cupani y Aparicio (2012).

Se evidenció que las aptitudes cognitivas son una variable de peso para explicar el rendimiento académico en matemática. La autoeficacia posee un efecto independiente en la predicción del rendimiento académico, aun cuando se incluyan en los modelos predictivos variables como las aptitudes o el rendimiento previo.

Otro hallazgo consistió en que los estudiantes más responsables presentaron un mejor rendimiento académico, pero no pudiendo determinarse la contribución predictiva de los rasgos Apertura/intelecto y Neuroticismo.

Se concluyó que la contribución predictiva del rasgo responsabilidad estuvo mediada de manera total por las creencias de autoeficacia y las metas de rendimiento. Este resultado se justifica porque el coeficiente de regresión estandarizado del factor responsabilidad disminuyó a un valor 0.00 cuando ingresaron las variables cognitivas. Los estudiantes que puntuaron alto en responsabilidad presentaron creencias de autoeficacia más elevadas y se

propusieron metas de rendimiento con mayor grado de exigencia. La responsabilidad contribuyó de manera indirecta en la predicción del rendimiento académico.

El estudio ratificó que los estudiantes que presentaron mejor rendimiento académico se caracterizaron por exhibir mayores aptitudes en matemática, son optimistas con respecto a sus creencias sobre sus capacidades en esta disciplina y demostraron la contribución predictiva que realizan los rasgos de personalidad y las variables contextuales mediadas por las creencias de autoeficacia y las metas de rendimiento.

Estudio 6. Furnham, Chamorro y Mc. Dougall (2003) de la University College London, con una muestra de 93 estudiantes universitarios británicos trataron de explorar la relación de BAI (creencias sobre inteligencia) con la personalidad y con la capacidad cognitiva que poseen los estudiantes universitarios.

Se examinó la predicción del rendimiento académico AP a través de BAI, de los rasgos de personalidad y de la capacidad cognitiva; se consideró que a pesar de que existen estudios que han explorado la relación entre rasgos de personalidad y rendimiento académico en el ámbito universitario, no se ha contemplado en sus medidas la capacidad cognitiva, por lo que el poder predictivo de los rasgos de personalidad no podía ser comparado con el de la inteligencia psicométrica.

El rendimiento académico (AP) se midió considerando los resultados obtenidos en las notas de los exámenes, y con base en la nota obtenida en otros rubros (es decir, el comportamiento en clase, las marcas de ensayo y el registro de asistencia) durante un periodo de dos años.

Se utilizó el instrumento NEO PI R (240 ítems) para medir los cinco grandes rasgos de personalidad; para medir las creencias acerca de su inteligencia se utilizó el BAI.

Para medir la capacidad cognitiva se utilizó el *Wonderlic Personell Test* (WPT).

La variable relacionada con BAI se evaluó a través de una escala de autoinforme que consta de siete ítems adaptados del de Dweck. Una puntuación alta en este factor se refiere a BAI aumentado, es decir, se tiene la creencia de que la inteligencia puede aumentar lo largo de la vida, mientras que una baja puntuación en este factor se refiere a que la inteligencia es estable e inmutable.

Con base en el análisis de correlaciones se observó que la personalidad, no así la inteligencia, se relacionó con BAI. Los participantes más responsables eran más propensos a pensar que la inteligencia puede aumentar durante toda la vida, mientras que los individuos de responsabilidad baja eran más propensos a creer que la inteligencia es estable.

Los resultados sugirieron que, una vez que se cumplen los niveles adecuados de la inteligencia, las variables de personalidad juegan un papel creciente en los resultados educativos.

Posteriormente se realizó una serie de regresiones jerárquicas con los datos para probar la predicción de AP (primera, segunda, y las notas globales de examen) considerando las variables BAI, rasgos de personalidad, y capacidad cognitiva y se incluyó la variable género. En la tabla 10 se muestran los valores β obtenidos.

Tabla 10

Valores de los coeficientes β que predicen el rendimiento académico según un modelo de regresiones jerárquicas planteado por Furnham, Chamorro y Mc. Dougall (2003)

Predictor	Examen I año	Examen II año	Examen global
BAI	-0,15	-0,15	-0,16
Responsabilidad	0,43	0,33	0,40
Habilidad cognitiva	0,06	0,10	0,08
Género	0,21	0,27	0,25

Fuente: elaboración propia con base en Furnham, Chamorro y Mc. Dougall (2003).

Se concluyó que ni BAI, ni la inteligencia psicométrica fueron predictores significativos de AP. Sin embargo, los resultados mostraron que la personalidad es un predictor significativo de la AP, y representa casi el 20% de la varianza única, aclarando que la mayor parte de esta variación correspondió al rasgo responsabilidad como el predictor más importante del AP.

En sus conclusiones manifestaron que los individuos desarrollan o aumentan su responsabilidad en ambientes académicos competitivos para compensar la inteligencia fluida relativamente menor. Sin embargo, esta posición es abiertamente especulativa.

Estudio 7. Asghar, Tayarani y Saeed (2012) realizaron una investigación en Allameh Tabataba'i University, Irán, con una muestra de 217 estudiantes universitarios entre 19 y 25 años de edad. El estudio se diseñó con el propósito de examinar el posible papel mediador de la motivación académica entre la personalidad y el rendimiento.

Se investigó el efecto de la personalidad en la motivación académica y en el desempeño educativo, para lo cual se consideró como punto de partida, la evidencia empírica según la cual los rasgos de personalidad pueden predecir la motivación y el logro académico. Sobre la base de los supuestos teóricos y resultados empíricos previos, se plantearon la hipótesis de que la responsabilidad y la apertura a la experiencia son los principales rasgos de la personalidad que influyen en el rendimiento académico.

Para evaluar la motivación académica de los estudiantes emplearon el cuestionario *Academic Motivation Scale* (AMS-C), el cual incluye siete subescalas que miden tres tipos de motivación intrínseca (motivación intrínseca para saber, para llevar a cabo cosas y para experimentar la estimulación), tres tipos de motivación extrínseca (externa, introyección regulada, e identificación regulada) y la desmotivación. Las puntuaciones altas en una de las siete áreas indican la intensidad de la persona por su motivación académica y por el deseo de continuar su educación post-secundaria. Este cuestionario consta de 28 ítems que se responden en una escala Likert de 7 puntos.

Se empleó el cuestionario personalidad NEO-FFI, que evalúa las dimensiones de neuroticismo (o baja estabilidad emocional), extraversión, apertura a la experiencia, amabilidad y responsabilidad.

El rendimiento académico se evaluó mediante el puntaje promedio de grado (GPA) obtenido en el año (promedio de dos semestres).

Para el análisis de datos recurrieron a un análisis multinivel a través de modelos de ecuaciones estructurales (SEM), con el propósito de investigar sistemáticamente cómo influyen los diferentes factores en el rendimiento académico del estudiante. En la tabla 11 se resume parte de los resultados que presentaron los autores en su investigación en el SEM.

Tabla 11

Resumen de valores de los coeficientes obtenidos en el SEM del estudio de Asghar, Tayarani y Saeed (2012)

Variables del modelo	Chi-cuadrado	df	p	RMSEA	GFI	TLI	CFI	RFI
Apertura	-							
Responsabilidad								
Motivación Intrínseca	3,709	3	0,295	0,033	0,993	0,981	0,994	0,909
Motivación extrínseca								
GPA								

Fuente: elaboración propia con base en Asghar, Tayarani y Saeed (2012).

El modelo estructural mostró un buen ajuste de trayectorias. La apertura a la experiencia resultó ser un predictor de la motivación académica más fuerte que la responsabilidad. La relación entre la apertura y la motivación extrínseca no fue significativa.

El factor de responsabilidad se relacionó significativamente, tanto con la motivación intrínseca como con la motivación extrínseca, pero la fuerza de la relación fue menor que con la apertura a la experiencia.

Con los resultados confirmaron que la motivación juega un papel de mediador en las relaciones entre rasgos de personalidad y rendimiento académico. Se evidenció que la responsabilidad predice tanto la motivación intrínseca como extrínseca; la apertura a la experiencia predijo únicamente la motivación intrínseca.

Los resultados también confirmaron que la motivación juega un papel de mediador en las relaciones entre rasgos de personalidad y rendimiento académico.

2.8.3 Autoeficacia

Este apartado se refiere a tres investigaciones relacionadas con el papel que ocupa la autoeficacia en predecir el rendimiento académico de estudiantes de la educación secundaria y universitaria.

Estudio 1. Vittorio, Vecchione, Gerbino y Barberenelli (2011), investigadores de Sapienza University of Rome, Italia, realizaron un estudio longitudinal con 412 estudiantes con edades comprendidas entre los 13 a 16 años.

Esta investigación trató de examinar qué tipo de contribución proporcionaban los rasgos de personalidad y las creencias de autoeficacia académica en el logro académico obtenido al final de la escuela secundaria.

La investigación abordó dos rasgos de personalidad: la apertura a la experiencia y la responsabilidad.

Para la recogida de datos se evaluaron todos los participantes en cuatro momentos distintos. Las medidas de la apertura, la responsabilidad y la de autoeficacia percibida se les administró en dos momentos diferentes. En un primer momento, los participantes se encontraban matriculados en el séptimo grado de la escuela secundaria (13 años), y en el momento 3, cuando estos se encontraban matriculados en el 10º grado de la escuela secundaria superior (16 años).

El rendimiento académico fue evaluado en dos períodos críticos de la secundaria: en el momento 2, al final de la escuela secundaria (octavo grado), que marcó el final de la educación obligatoria; en el momento 4, al final de la escuela secundaria superior, antes de la entrada a la universidad.

Se empleó el *Big Five Questionnaire Children* (BFQ-C), de Babaranelli; este instrumento contiene 65 ítems (13 por cada dimensión) diseñados para evaluar los cinco grandes en la infancia y la adolescencia temprana.

Se utilizó una escala sobre la percepción de autoeficacia académica, la cual contiene 15 ítems relacionados con dos grandes dominios sobre las creencias de autoeficacia. El primer dominio se refirió a la capacidad percibida por el estudiante sobre el dominio que cree poseer para enfrentar con éxito las diferentes áreas curriculares; el segundo dominio se refirió a la capacidad percibida por el estudiante para realizar actividades con un aprendizaje autorregulado (capacidad de planificar y organizar las actividades académicas, estructurar entornos propicios para el aprendizaje y motivar a los estudiantes para hacer su trabajo de la escuela).

El rendimiento académico de los estudiantes se midió a través de la nota final del último año de la escuela secundaria (octavo grado) proporcionada por los maestros (utilizando una gradación de cinco niveles). Para la medida del rendimiento académico también consideraron el conjunto de los logros académicos asignados por el grupo de profesores en las distintas materias escolares (matemáticas, ciencias, lenguaje y estudios sociales).

En la tabla 12 se describen las correlaciones de Pearson calculadas entre cada uno de los cinco grandes rasgos de personalidad y autoeficacia académica en los momentos 1 y 3, para los grados junior de secundaria en el momento 2 y las calificaciones finales de la escuela secundaria en el momento 4.

Tabla 12

Valores de los coeficientes de correlación de Pearson, resumen de resultados según el estudio de Vittorio, Vecchione, Gerbino y Barberenelli (2011)

Variables	Junior High-School (14 años)		Senior High-School (19 años)	
	Chicas	Chicos	Chicas	Chicos
Responsabilidad (13 años)	0,21	0,22	0,50	0,21
Apertura (13 años)	0,41	0,40	0,06	0,40
Autoeficacia Académica (13 años)	0,32	0,31	0,07	0,22
Responsabilidad (16 años)	0,19	0,24	0,15	0,29

Apertura (16 años)	0,40	0,28	0,14	0,24
Autoeficacia académica (16 años)	0,38	0,44	0,30	0,34

Fuente: elaboración propia con base en Vittorio, Vecchione, Gerbino y Barberenelli (2011).

Los análisis preliminares mostraron que la apertura y la responsabilidad fueron los únicos rasgos de personalidad asociados con el rendimiento escolar; la contribución única de extraversión, amabilidad y la estabilidad emocional, a veces no resultó significativa en los momentos 1 y 3. Por lo que optaron por centralizar su estudio en los rasgos de la apertura y responsabilidad.

Posteriormente, mediante un SEM, hallaron que a la edad de 13 años los rasgos de personalidad y la autoeficacia académica contribuían con el rendimiento académico de los grados de secundaria junior, después de controlar la variable relacionada con el nivel socioeconómico.

Las creencias de autoeficacia académica mediadas parcialmente por la contribución de los rasgos de personalidad se asociaban con el logro académico de los estudiantes a los 16 años de edad. Por su parte, los rasgos de personalidad representaban características individuales estables, derivadas en su mayoría de la dotación genética individual.

Estudio 2. Kitsants, Cheema y Ware (2011) son investigadores de George Mason University, Estados Unidos. Para el desarrollo de la investigación se utilizaron parte de los datos recopilados en las pruebas del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos, conocido por sus siglas en inglés como PISA (*Programme for International Student Assessment*).

El propósito de la investigación consistió en examinar cómo la autoeficacia en matemáticas, los recursos para hacer tareas y el tiempo dedicado a las tareas matemáticas impactaban en el éxito académico en esta disciplina. También se consideró el género y el origen étnico.

Los datos provienen de las evaluaciones realizadas en PISA 2003, con las cuales se evaluaron la competencia lectora, la alfabetización de las matemáticas y la alfabetización de las ciencias en estudiantes estadounidenses con 15 años de edad de la secundaria. La prueba PISA evalúa las áreas de lectura, matemáticas y ciencias; se examinan cada año una de ellas en profundidad, mientras que a los otros dos se les presta relativamente menos atención. En el 2003 el énfasis fue hacia las matemáticas.

Para el análisis trabajaron con una muestra final de 5200 estudiantes (2603 chicos y 2597 chicas) y la composición étnica estuvo formada por 3097 Caucásicos, 799 afroamericanos, 883 hispanos, 169 asiáticos, y 252 de otras etnias. Las edades de los estudiantes oscilaban entre los 15 y 16 años. El rendimiento en matemáticas se evaluó de acuerdo con el resultado obtenido en los ítems de matemática de la prueba PISA 2003.

Para medir la Autoeficacia Matemática se utilizó una escala que incluía ocho ítems relacionados con la confianza que el alumno tiene para la realización de diversos cálculos matemáticos; por ejemplo, la solución de ecuaciones lineales elementales en una variable para el cálculo de porcentajes ($\alpha=0,86$).

El tiempo relativo dedicado a las tareas de matemáticas estuvo representado por la relación entre el número de horas que, en un autoinforme, el estudiante especificó haber dedicado a las tareas matemáticas y el número real de horas dedicadas a toda la tarea.

Con respecto a la medición de la variable recursos de apoyo a la tarea, se utilizó un cuestionario de ocho preguntas que incluía aspectos relacionados con los siguientes tipos de recursos: escritorio para estudiar en una habitación propia, un lugar tranquilo para estudiar, una computadora para su uso del trabajo escolar, una conexión a internet, su calculadora propia, libros para ayudar con sus tareas, y diccionarios. Cada pregunta requirió que cada encuestado informara si tenía un elemento específico o servicio en el país.

En la tabla 13 se muestran algunas de las correlaciones encontradas entre las variables de estudio.

Tabla 13

Valores de los coeficientes de correlación de Pearson entre las variables autoeficacia en matemática, tiempo relativo dedicado a tareas matemáticas, recursos de apoyo para las tareas matemática y rendimiento en Prueba Pisa en matemática.

Variables	Prueba PISA en Matemática
Autoeficacia en matemática	0,54
Tiempo relativo dedicado a tareas matemáticas	-0,17
Recursos de apoyo para las tareas matemáticas	0,32

Fuente: elaboración propia con base en Kitsants, Cheema y Ware (2011).

Se determinó que la autoeficacia en matemáticas y el logro en matemáticas están altamente correlacionados. Los recursos de apoyo para las tareas tuvieron una correlación moderadamente positiva con el logro en matemática y la autoeficacia en matemática, pero asociado negativamente con la cantidad relativa de tiempo dedicado a las tareas. Posteriormente realizaron 4 regresiones lineales.

En la tabla 14 se muestran los valores predictivos obtenidos para tres de los cuatro modelos que analizaron. El cuarto modelo incluyó variables relacionada con grupos étnicos.

Tabla 14

Valores de los coeficientes β que predicen la nota en PISA según los modelos de regresión lineal según el estudio de Kitsants, Cheema y Ware (2011)

Predictores	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
Negro	-1,03	-0,88	-0,82
Hispano	-0,75	-0,58	-0,50
Asiático	-0,05	-0,05	-0,15
Otras etnias	-0,28	-0,21	-0,25
Género	0,10	0,12	0,01
Tiempo relativo dedicado a las tareas matemáticas		-0,12	-0,08
Apoyo en las tareas		0,26	0,15
Autoeficacia en Matemática			0,47

Fuente: elaboración propia con base en Kitsants, Cheema y Ware (2011).

En el tercer modelo se añadió la autoeficacia en matemática como predictor de rendimiento en matemáticas, además de género, raza, tiempo relativo dedicado a la tarea de matemáticas, y ayuda con la tarea. La función principal de este modelo consistió en determinar la proporción de la variación en el logro de las matemáticas que podría explicarse por la autoeficacia en matemáticas por encima de lo explicado por la raza, el género y apoyo en tareas.

Este modelo representó aproximadamente 44% de la variación total en el logro de matemáticas. Por lo tanto, la autoeficacia en matemáticas representó un incremento del 20% de la variación total en el rendimiento en matemáticas, por encima de lo pronosticado por la raza, el género, y la variable de apoyo. Se observó una diferencia significativa en el promedio del rendimiento en matemática entre varones y mujeres al introducir en el modelo la variable autoeficacia en matemáticas.

Los resultados mostraron que la brecha de rendimiento disminuyó con el aumento de la disponibilidad de los recursos de apoyo para realizar las tareas y el aumento de la autoeficacia en matemáticas. Al aumentar proporciones de tiempo en la realización de tareas matemáticas se observó que se asociaban con una disminución en el rendimiento en matemáticas. Se sugirió que los educadores deben tratar de proporcionar los recursos para que los estudiantes completen sus tareas; los resultados también sugieren que los educadores deben centrarse en la mejora de la autoeficacia con respecto a las matemáticas para todos los estudiantes.

Estudio 3. Randhawa, Beamer y Lundberg (1993), investigadores de University of Saskatchewan, University of Technology y University of Umea, respectivamente, realizaron un estudio con 255 estudiantes con el propósito de examinar el papel de la autoeficacia como mediador entre las actitudes y el rendimiento en matemáticas.

Esta investigación se basó en la teoría de Bandura, la cual indica que las expectativas de autoeficacia en relación con la capacidad de realizar con éxito una tarea dada, es un predictor fiable si la persona va a intentar la tarea.

Se distinguieron dos tipos de autoeficacia, una de ellas conocida como autoeficacia generalizada y la otra como autoeficacia específica.

La autoeficacia generalizada se refiere a las percepciones que posee un individuo sobre sus competencias en un tema determinado de matemática. La autoeficacia específica se refiere a juicios de las personas sobre su competencia en tareas circunscritas, en temas tales como problemas de permutación, problemas de interés compuesto, o ecuaciones simultáneas

Para el análisis de los datos se hallaron las matrices de correlaciones entre las variables de estudio y se utilizó un modelo estructural.

La variable criterio correspondió al rendimiento académico en matemática, la cual se midió por la nota obtenida en un examen de álgebra y la nota final del curso de matemática.

La variable autoeficacia se midió a través de una escala de autoeficacia dividida en tres sub-escalas. Para la medición de las actitudes hacia las matemáticas se recurrió a dos instrumentos específicos.

Se utilizó una prueba de rendimiento en matemáticas, constituida por 40 ítems que pretendían medir el rendimiento en curso de álgebra para estudiantes de 12 grado. Cada ítem se clasificó a lo largo de dos dimensiones: la dimensión de nivel cognitivo y la dimensión relacionada con los contenidos. Las categorías de nivel cognitivo, dispuestas en orden ascendente de complejidad cognitiva, correspondieron a la identificación de los conceptos, el cálculo, la comprensión de los conceptos y la aplicación y resolución de problemas.

La prueba de rendimiento en matemática evaluó los siguientes contenidos: número y conjuntos de números; las potencias y radicales, los polinomios; la resolución de ecuaciones y desigualdades; los sistemas de ecuaciones y las funciones (gráficos y variaciones).

Además de esta prueba de álgebra se consideró una segunda medición, correspondiente a la nota final del curso.

Para medir la autoeficacia, utilizaron la Prueba de autoeficacia MSES (*Mathematics Self-Efficacy Scale*), la cual se subdivide en las siguientes subescalas:

- MSES dialy_desempeño diario en tareas matemáticas.
- MSES problem_resolución de problemas en matemática académica
- MSES courses_completar la secundaria según cursos de matemática

Para medir la variable relacionada con actitudes hacia las matemáticas se utilizó: *Mathematics Attitude Inventory* (MAI) y *Mathematics attitude survey* (MAS).

En la tabla 15 se muestra un resumen de los valores correlacionales entre las subescalas de autoeficacia y actitudes con el rendimiento académico en álgebra y nota final del curso de matemática.

Tabla 15

Valores de los coeficientes de correlación de Pearson (r) entre las variables con respecto a las de Matemática según el estudio de Randhawa, Beamer y Lundberg (1993)

Variables	MAT	ALG
MSES dialy	0,24	0,21
MSES courses	0,40	0,48
MSES problems	0,37	0,44
ATT2	0,30	0,47

Fuente: elaboración propia con base en Randhawa, Beamer y Lundberg (1993). MAT (matemática); ALG (álgebra).

De acuerdo con los investigadores, tanto la variable autoeficacia como la actitud en promedio se asocian con el éxito en matemáticas. Posteriormente se planteó un modelo estructural, cuya variable criterio fue el rendimiento académico en matemática.

Con la autoeficacia como variable mediadora en un modelo estructural plausible, resultó que la autoeficacia incrementa la predicción en un 6,2% con respecto a la que proporcionó de manera individual la variable actitud.

El coeficiente total de determinación del modelo estructural fue de 0,52, y los indicadores manifiestos de la variable dependiente e independiente fueron 0,98 y 0,90, respectivamente. Con los resultados obtenidos se sugirió que el modelo estructural no solo era un buen ajuste a los datos, sino que también tenía un alto grado de determinación.

Los autores concluyeron que la autoeficacia y la actitud tienen poder predictivo del rendimiento en matemática casi similar. Además, consideraron que la autoeficacia en matemática es una variable mediadora entre las actitudes en matemática y el rendimiento en matemática.

2.8.4 Ansiedad

Este apartado se refiere a tres investigaciones relacionadas con el papel que ocupa la ansiedad en predecir el rendimiento académico en matemática y en otras disciplinas.

Estudio 1. El estudio de Zientek y Thompson (2010), investigadores de Sam Houston State University y de Texas A&M University, respectivamente, tuvo como propósito obtener una mejor comprensión sobre la contribución única que aportan las variables de autoeficacia matemática y ansiedad matemática al rendimiento académico de esta disciplina.

A través de un meta-análisis se logró sintetizar los datos de cinco estudios en los que se utilizaron instrumentos y variables comunes, pero con diferentes poblaciones.

Se inició con la estimación del efecto de las contribuciones únicas aportadas por las variables de autoeficacia matemática y ansiedad matemática al rendimiento académico en esta disciplina; el tamaño de este efecto determinó una contribución única de mayor consistencia que la contribución en los diferentes modelos predictivos establecidos en cada uno de los estudios.

Se realizó un análisis de homogeneidad con los datos de 4 estudios con 5 muestras diferentes compuestas por estudiantes de los grados 6 a través de los niveles universitarios.

Se evidenció que la variable autoeficacia matemática desempeña un papel mediador en la predicción del rendimiento académico; a esta variable se le consideró como la mejor variable de motivación que predice el rendimiento académico en matemática para los estudiantes hispanos y no hispanos.

Con respecto a la variable ansiedad matemática, se logró confirmar que la influencia de la ansiedad matemática en la resolución de problemas era principalmente un resultado de una covariación no causal.

Por un lado, el análisis de las regresiones múltiples se llevó a cabo a partir de los resúmenes de las matrices de covarianzas. Se eligieron cuatro componentes para realizar el

análisis: el rendimiento en matemáticas, autoeficacia en matemática, ansiedad matemática y se consideró información estadística descriptiva y resúmenes de las matrices.

La Ansiedad Matemática se midió con la Escala de Ansiedad Matemática (MAS). La Autoeficacia Matemática (SE) se midió mediante evaluaciones de tareas específicas; se utilizó una escala para medir el rendimiento en matemática.

La variable concepto de sí mismo se midió mediante una Escala de Auto descripción en Matemática.

Cada uno de los estudios contempló predictores adicionales e instrumentos distintos.

La variable rendimiento académico en matemática se utilizó como la variable dependiente en los cinco análisis. En la tabla 16 se muestran los porcentajes únicos, comunes y totales aportados por las variables predictoras.

Tabla 16

Valores porcentuales único, común y total aportados por autoeficacia y ansiedad al rendimiento en matemática de acuerdo con el estudio de Zientek y Thompson (2010)

Variables	Sexto Grado			Doceavo Grado			Universitarios		
	Única	Común	Total	Única	Común	Total	Única	Común	Total
SE	3,88	28,61	32,49	7,18	33,78	40,96	16,44	32,56	49,00
MAS	0,02	15,98	16,00	0,84	20,32	21,16	0,19	25,82	26,01

Fuente: elaboración propia con base en Zientek y Thompson (2010).

De acuerdo con los resultados obtenidos, la ansiedad matemática no contribuyó de forma única a la varianza explicada del rendimiento en matemáticas de sexto grado, doceavo grado y para los universitarios (0,02%, 0,84%, y 0,19%, respectivamente); si contribuyó a la varianza explicada que fue compartida en común con uno o más de las variables predictoras en los modelos (15,98%, 20,32%, 25,82%, respectivamente).

En el estudio se concluyó que, en presencia de otras variables debidamente identificadas como una contribución al desempeño en matemáticas, la autoeficacia en matemáticas representó consistentemente una variación única sustancial en el rendimiento en matemáticas. Sin embargo, la ansiedad matemática no representó de manera consistente una variación única apreciable en el rendimiento en matemáticas. Los investigadores recomendaron para aquellos investigadores que buscan la parsimonia, incluir ya sea autoeficacia en matemática o ansiedad matemática en un determinado modelo.

Los autores concluyeron que independientemente de las edades de los estudiantes, la autoeficacia en matemáticas representó una variación única consistentemente que permitió explicar el rendimiento académico en matemáticas.

En el análisis de regresión múltiple, la ansiedad matemática no representó una única variación apreciable en el rendimiento en matemáticas, mientras que la autoeficacia en matemática contribuyó de manera constante a la varianza única del rendimiento.

Estudio 2. González, Rinaudo, Paoloni y Danolo (2012), investigadores de la Universidad de Vigo, de España, y de la Universidad Nacional de Río Cuarto, Córdoba, de Argentina, desarrollaron un estudio que tuvo por objetivo evaluar las relaciones entre metas de aprendizaje, de rendimiento-aproximación y de rendimiento-evitación, esperanza, ansiedad con el rendimiento académico en lengua española.

A una muestra de 642 estudiantes españoles de secundaria de 12 a 18 años de edad, se les aplicó un conjunto de pruebas para medir las variables del estudio. La variable relacionada con meta de logro fue medida a través de un cuestionario de metas de logro (AGQ, *Achievement Goals Questionnaire*, por sus siglas en inglés); este cuestionario evaluaba preguntas relacionadas con las siguientes metas: aprendizaje-aproximación, aprendizaje-evitación, rendimiento-aproximación y rendimiento-evitación.

Las emociones académicas se midieron a través de dos escalas, ambas extraídas del cuestionario AEQ (*Achievement Emotions Questionnaire*). Se evaluaron dos emociones relacionadas con las clases de lengua española, la esperanza y la ansiedad.

El rendimiento académico se midió con la nota final obtenida por cada estudiante en el curso de lengua.

Se planteó un modelo hipotético de relaciones entre las siguientes variables: meta de aprendizaje-aproximación (denominada meta de aprendizaje), meta de rendimiento-aproximación y meta de rendimiento-evitación. Otras dos variables relacionadas con emociones activadoras de la conducta son la ansiedad y la esperanza. Se consideró al rendimiento académico como la variable criterio. Cada una de las variables se evaluó referida a la asignatura de lengua española.

En la tabla 17 se muestran los valores β predictores hallados en el modelo de ecuaciones estructurales.

Las metas de logro fueron predictores significativos de las dos emociones evaluadas. La meta de aprendizaje predijo positiva y más intensamente la esperanza y negativamente la ansiedad. Las proporciones de varianza de cada emoción explicada por las metas de logro fueron dispares, siendo ese porcentaje superior para la esperanza (34%) que para la ansiedad (15%).

Tabla 17

Valores de los coeficientes de correlación de Pearson (r) y valores β del modelo estructural propuesto en el estudio de González, Rinaudo, Paoloni y Danolo (2012)

Variables predictoras		Indicadores	R	B
Metas de logro	Aprendizaje	Aprendizaje aproximado	0,50	0,21
		Aprendizaje-evitación	-0,1	
	Rendimiento	Rendimiento-aproximado	0,36	0,15
		Rendimiento-evitación	-0,21	-0,10
Emociones	Esperanza	Esperanza	0,63	0,34
	Ansiedad	Ansiedad	-0,53	-0,24

Fuente: elaboración propia con base en González, Rinaudo, Paoloni y Danolo (2012).

Se concluyó que las variables esperanza y ansiedad predicen significativamente el rendimiento académico, aunque de manera diferente: la esperanza fue un predictor positivo con intensidad mayor; sin embargo, la ansiedad predijo el rendimiento con menor fuerza y negativamente.

Las metas de logro y emociones se consideran como condicionantes de los resultados académicos.

En conjunto, metas, ansiedad y esperanza explicaron el 57% de la varianza del rendimiento; los nexos indirectos entre metas y rendimiento, parcialmente mediados por la esperanza y la ansiedad, fueron significativos.

Estudio 3. Vigil-Colet, Lorenzo y Condon (2008), investigadores de la Universidad Rovira i Virgili, en Italia, realizaron un estudio que tuvo por objetivo el diseño y validación de una Escala de Ansiedad de Estadística para ser utilizada en investigaciones sobre rendimiento académico en Estadística. Se trabajó con una muestra de 150 estudiantes no graduados, matriculados en un curso de estadística en una facultad de psicología en España.

Con el propósito de estudiar la estructura factorial de la prueba, se realizó un Análisis Factorial Exploratorio (AFE) y se utilizó un método que permitió distinguir la varianza

común explicada a partir de la varianza común total, por lo que fue posible evaluar la proporción de varianza común explicada.

El instrumento se diseñó con un conjunto de 24 ítems que midieron tres subescalas: ansiedad ante examen, ansiedad al pedir ayuda y ansiedad interpretación. Al correlacionar entre sí las tres dimensiones se les consideró como subescalas de una escala general. Se calculó la matriz de correlación de Pearson entre los 24 ítems de la prueba SAS; con un KMO de 0,89 consideraron que la matriz era apta para un análisis factorial. A través de un Análisis Paralelo se reflejaron tres dimensiones.

Con el propósito de relacionar la prueba SAS con el rendimiento académico en Estadística, los participantes completaron la escala rasgo del Estado de Ansiedad Rasgo (Spielberger, Gorsuch, y Lushene) y un cuestionario que contenía los ítems de la escala N de la versión española del Cuestionario de Personalidad Revisado de Eysenck (EPQ-R).

El rendimiento académico se evaluó mediante las calificaciones obtenidas en un examen de estadística que consistió en una serie de preguntas teóricas y un determinado número de ejercicios.

En la tabla 18 se muestran las correlaciones de Pearson obtenidas entre las variables.

Tabla 18

Valores de los coeficientes de correlación de Pearson entre las variables de ansiedad y personalidad en relación con el rendimiento en Estadística

Variables	Descripción	Rendimiento en Estadística		
		Teoría	Ejercicios	Promedio
Escala General	Ansiedad Estadística	-0,29	-0,31	-0,32
SAS	Ansiedad examen	-0,26	-0,31	-0,31
	Ansiedad al pedir ayuda	-0,29	-0,30	-0,31
	Ansiedad al interpretar	-0,13	-0,13	-0,14
Personalidad	Rasgo ansiedad	-0,15	-0,14	-0,15
	Neuroticismo	0,03	0,05	0,04

Fuente: elaboración propia con base en Vigil-Colet, Lorenzo y Condon (2008).

El análisis factorial exploratorio mostró que el cuestionario era de tres dimensiones; que los ítems estaban relacionados con la dimensión de lo esperado y que los factores extraídos explicaban el 70,90% de la varianza común total.

En el ámbito específico de la ansiedad Estadística se demostró que las medidas generales de la personalidad, tal como neuroticismo o ansiedad, en general, no tienen poder en la predicción del rendimiento académico.

2.8.5 Impulsividad

Los estudios empíricos que consideran el rasgo impulsividad como un factor predictor del rendimiento académico son escasos; sin embargo, en este apartado se describen dos investigaciones que analizaron la correlación existente entre la impulsividad con el rendimiento académico en estadística y con el nivel de razonamiento que posee un individuo.

Estudio 1. Lozano, Gordillo y Pérez (2014), investigadores de la Universidad de Camilo José Cela, en Madrid, realizaron un estudio que tuvo por objetivo analizar las interrelaciones entre la impulsividad, inteligencia y rendimiento académico en estudiantes universitarios, con especial atención a la interacción potencial entre la impulsividad y la inteligencia en la predicción del rendimiento académico. Para ese fin, los análisis se llevaron a cabo en el nivel latente mediante modelos de ecuaciones estructurales.

La relación entre la impulsividad y el rendimiento académico parece ser mucho más clara para los estudiantes brillantes y menos para estudiantes moderadamente inteligentes, y para los de menor inteligencia la relación no se sostiene. Según estos autores, la impulsividad parece ser perjudicial para el rendimiento solo en individuos con bajos niveles de inteligencia.

Esta investigación se realizó con una muestra de 174 estudiantes graduados de psicología, cuyas edades oscilaban entre 18 a 37 años de edad. La participación en este estudio formó parte de una de las actividades de un curso académico.

Se destacó que la impulsividad puede actuar como una variable de moderador en la relación entre inteligencia y logro; se supone que modera la forma en que la gente invierte sus recursos cognitivos para producir logros. Tal enfoque ha encontrado apoyo en los estudios en que las medidas de la impulsividad mostraron valores de correlación más elevados con las medidas de inteligencia cristalizada (Gc) y el rendimiento académico que con medidas de la inteligencia fluida (Gf).

Este estudio intentó probar las siguientes hipótesis: que la impulsividad está negativamente correlacionada con la inteligencia y el rendimiento académico; que la inteligencia se correlaciona positivamente con el rendimiento académico; que la impulsividad predice el rendimiento académico significativa e independiente de la

inteligencia; y que la impulsividad e inteligencia interactúan unos con otros en la predicción del rendimiento académico.

Se utilizó la *Barratt's Impulsivity Scale* (BPI) para medir la impulsividad. Se trató de un cuestionario de 30 ítems que mide tres componentes diferentes de impulsividad: impulsividad motora, que refleja la tendencia a actuar sin pensar; la impulsividad cognitiva, se caracteriza por la toma rápida de decisiones cognitivas en un momento determinado; y la impulsividad no planificada, la cual refleja falta de planificación para el futuro.

Se utilizó la prueba *Primary Mental Abilities* (PMA) una adaptación al español de la prueba adaptada por L. L. Thurstone. Esta prueba consta de cinco subescalas que evalúan capacidades diferentes: verbal, espacial, razonamiento, numérico, fluidez verbal.

El rendimiento académico (AP) se midió por la nota final obtenida en cuatro cursos de licenciatura en Psicología: Psicometría (AP-PS), Psicología de la Atención (AP-AT), Psicología del Aprendizaje (AP-LE), e Historia de la Psicología (AP-HI).

El análisis se llevó a cabo considerando variables observadas compuestas de la inteligencia y de la impulsividad, ambas como predictoras de la variable del rendimiento académico, considera como variable de respuesta. La inteligencia se ha introducido en el modelo de regresión en un primer bloque, seguido por la impulsividad en el segundo bloque.

En la tabla 19 se describen las correlaciones de Pearson y el valor predictivo del rendimiento académico obtenido en un modelo estructural.

Tabla 19

Valores de los coeficientes de correlación de Pearson y valores predictores en el Modelo Estructural según el estudio de Lozano, Gordillo y Pérez (2014)

Variable	Sub escala	Rendimiento académico por materia de Psicología (r)				Rendimiento Modelo estructural
		Psicometría	Atención	Aprendizaje	Historia	
Impulsividad	Cognitiva	-0,118	-0,287	-0,180	-0,99	-0,29
	Motora	0,007	-0,283	-0,151	-0,145	
	No planeada	-0,001	-0,810	-0,149	-0,040	
Inteligencia	Verbal	0,420	0,129	0,116	0,228	0,33
	Espacial	0,159	0,194	0,251	0,123	
	Razonamiento	0,289	0,209	0,160	0,091	
	Numérica	0,010	0,239	0,106	0,047	
	Fluida	0,091	0,256	0,288	0,196	

Fuente: elaboración propia con base en Lozano, Gordillo y Pérez (2014).

En primer lugar, la impulsividad se relacionó negativamente con el rendimiento y la inteligencia académica. En segundo lugar, la inteligencia presentó una relación positiva con el rendimiento académico. En tercer lugar, la impulsividad y la inteligencia contribuyeron significativamente, y de forma independiente, a predecir y explicar el rendimiento académico. Por último, hubo un efecto de interacción significativa entre la impulsividad y la inteligencia en la predicción del rendimiento académico, por lo que la impulsividad era más fuertemente asociada con el desempeño entre los estudiantes más inteligentes que entre los menos inteligentes.

El modelo representó el 26,4% de la varianza en el rendimiento académico; con estos resultados, los investigadores concluyeron que tanto la impulsividad como la inteligencia contribuyen significativa e independientemente a predecir y explicar rendimiento académico.

De acuerdo con los resultados obtenidos, la relación entre la impulsividad y el rendimiento académico no es la misma cuando se tienen diferentes niveles de inteligencia. La impulsividad parece estar más fuertemente asociada con el rendimiento académico entre estudiantes brillantes que entre los estudiantes menos inteligentes.

Además, en bajos niveles de inteligencia, la relación casi no existe. Para los investigadores este resultado les confirmó una posible interacción entre la impulsividad y la capacidad en la predicción del rendimiento académico.

Estudio 2. La investigación realizada por Schweizer (2002), de Johann Wolfgang Goethe-Universität, Alemania, consistió en investigar el tipo de relación que existe entre la impulsividad y el razonamiento de una forma más integral. Se trabajó con una muestra de 108 estudiantes de la secundaria y de la universidad.

Para la medición de la variable de impulsividad se recurrió a tres escalas diferentes: la PRF Escala de Impulsividad de Jackson; la Escala de Impulsividad MMPI de Gough y la Escala de Impulsividad de FPI.

La variable de Razonamiento fue evaluada por medio de las dos escalas de razonamiento incluidas en el *Leistungs-Proof-System* (LPS de Horn). La primera escala referida al razonamiento con figuras y la segunda referida al razonamiento numérico y verbal.

La impulsividad se midió mediante tres escalas: la escala de impulsividad de la Investigación de la Personalidad Form (PRF de Jackson); la Escala de impulsividad (Gough) que se basa en los ítems de la *Minnesota Personality Inventory* (MMPI de Hathaway y McKinley); la escala de impulsividad de Freiburger Personlich Keitsinventar (FPI de Fahrenberg, Hampel, y Selg). Todos los elementos incluidos tienen un formato de respuesta dicotómica.

Se utilizó la escala de la emocionalidad de *Freiburger Personlichke Itsinventar* (FPI) para medir neuroticismo.

Otras tres escalas de personalidad se consideraron en el estudio: la Escala 16PF; la Escala Extraversión FPI y FPI Escala de Orientación de Logro. Estas escalas permitieron obtener una descripción más completa de la personalidad.

Se observaron correlaciones negativas sustanciales de razonamiento con la impulsividad y neuroticismo. Se aplicaron modelos de ecuaciones estructurales para predecir el razonamiento por medio de un compuesto de la impulsividad.

En la tabla 20 se describen las correlaciones de Pearson encontradas entre las variables de impulsividad y neuroticismo con respecto a las variables de razonamiento.

Tabla 20

Valores de los coeficientes de correlación Pearson entre los rasgos de impulsividad y neuroticismo con respecto a las variables de razonamiento con figuras y numérico/verbal

Variable	Escalas	Razonamiento	Razonamiento con figuras	Razonamiento numérico/verbal
Impulsividad	PRF	-0,215	-0,199	-0,187
	MMPI	-0,321	-0,283	-0,295
	FPI	-0,132	-0,134	-0,103
Neuroticismo	FPI	-0,300	-0,289	-0,248

Fuente: elaboración propia con base en Schweizer (2002).

Todas las correlaciones de las escalas de razonamiento e impulsividad fueron negativas. Todas las correlaciones entre MMPI Escala de Impulsividad y razonamiento fueron significativas.

En un modelo estructural se encontró un valor predictivo de la impulsividad y neuroticismo con respecto al razonamiento de un $-0,33$. Este coeficiente sugiere un moderado grado de influencia de la impulsividad en el razonamiento.

2.9. Planteamiento del modelo teórico causal

Posterior a la revisión de la literatura consultada, y con base a la evidencia empírica en torno a la predicción del rendimiento académico en general y en matemáticas, se definieron las variables que conformaron el modelo teórico causal.

En la figura 1 se presenta un resumen del conjunto de constructos analizados en los diferentes estudios consultados, en donde la variable criterio fue el rendimiento académico en general y para cualquier población académica (primaria, secundaria y universitaria).

Del conjunto de variables incorporadas en la figura 1, las más representativas en la predicción del rendimiento académico a nivel universitario, y con base en los señalados por los autores de los artículos consultados, son la capacidad intelectual, los rasgos de personalidad, la autoeficacia académica, la ansiedad y la impulsividad.

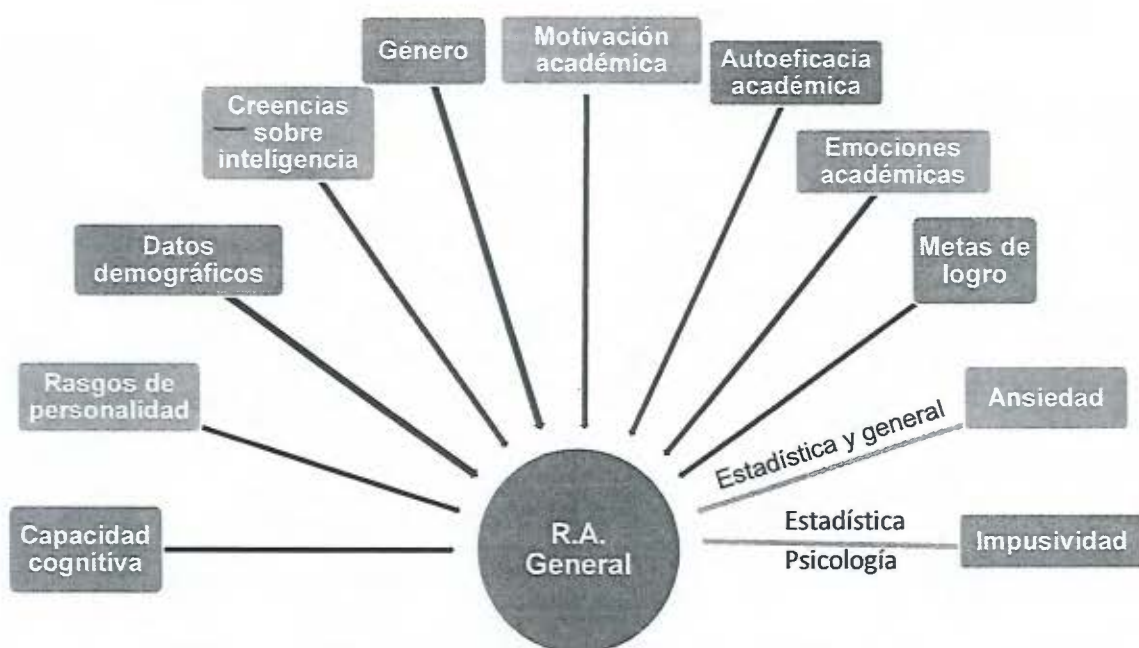


Figura 1. Variables y constructos estudiados con respecto a su relación con el rendimiento académico en general y para cualquier población académica (primaria, secundaria y universitaria) Fuente: elaboración propia (2016).

En la figura 2 se resumen otras variables predictoras del rendimiento académico, específicamente en matemática. La literatura consultada abordó distintos niveles educativos, desde primaria hasta educación universitaria, de los cuales se logró identificar que las variables predictoras del rendimiento en matemáticas más representativas en contextos

universitarios apuntan hacia la capacidad intelectual como la principal variable predictora, luego apuntan hacia los rasgos de personalidad, ansiedad, actitud hacia las matemáticas y autoeficacia.



Figura 2. Variables predictoras del rendimiento académico en matemática.
Fuente: elaboración propia (2017)

De acuerdo con las figuras 1 y 2, el papel de la capacidad intelectual se destacó como el principal predictor del rendimiento académico (Gagné y Père, 2001; Colom y Flores, 2007; Deary, Strand, Smith y Fernandes, 2007; Laidra, Pullmany y Allik, 2007; Leeson, Ciarrochi y Heaven, 2009; Steinmayr y Spinath, 2009; Lemos, Abad, Leandro y Colom, 2014; Lozano, Gordillo y Pérez, 2014).

Se confirma, no obstante, que existe suficiente evidencia empírica sobre la inteligencia como predictor del rendimiento académico, tal y como se reflejó en el estudio de Laidra et al. (2007) (estudio 2 del apartado 2.8.2), en el cual se obtuvo un $\beta=0,42$; para aptitud numérica y verbal como predictores del rendimiento académico en matemática se obtuvo un $\beta=0,38$ y un $\beta=0,42$, respectivamente.

Por lo tanto, se estableció un modelo teórico que incorporó dos tipos de inteligencia (inteligencia fluida e inteligencia cristalizada) como los constructos que permitirán evaluar la capacidad intelectual que poseen los estudiantes universitarios de primer ingreso matriculados en los primeros cursos de matemática.

Con respecto a las variables no cognitivas, se observó que, de los cinco grandes rasgos de personalidad, los que muestran valor predictivo del rendimiento académico han sido responsabilidad y extraversión (Furnham, Chamorro y Mc. Dougall, 2003; Di Fabio y Busoni, 2007; Laidra, Pullman y Allik, 2007; Vittorio, Vecchione, Gerbino y Barberenelli, 2011).

El rasgo responsabilidad no solo contribuye a la predicción del rendimiento en general, sino también al rendimiento académico en matemática con coeficientes $r=0,22$ y $\beta=0,18$ (Cupani y Aparicio, 2012).

El modelo teórico causal consideró al rasgo de responsabilidad y sus seis facetas: competencia, orden, sentido del deber, necesidad de logro, autodisciplina y deliberación. Estas facetas forman parte del perfil académico que un estudiante debe tener para enfrentarse a cursos de matemática universitaria.

Con respecto a la variable autoeficacia, la evidencia empírica ha mostrado una alta correlación con el rendimiento académico: $r=0,54$ con el rendimiento en matemática y $r=0,40$ con el rendimiento académico en un curso de álgebra (Randhawa et al., 1993); o una correlación de $r=0,54$ entre autoeficacia matemática y notas en pruebas PISA y un valor predictivo de (Kitsants et al., 2011); en un estudio longitudinal la autoeficacia correlacionó con el rendimiento académico después de tres años, $r=0,30$ en las mujeres y $r=0,34$ en los hombres (Vittorio et al., 2011). Es importante aclarar que, en el estudio de Vittorio et al., no fue considerada la variable capacidad intelectual.

La variable ansiedad se consideró necesaria en el modelo porque existe evidencia empírica de que es un rasgo de la personalidad que predice negativamente el rendimiento académico de forma significativa con un $\beta=-0,24$ (González et al., 2012). Teóricamente la ansiedad suele activarse cuando el estudiante cree que sus capacidades intelectuales y motivacionales serán sobrepasadas por otro tipo de situaciones de logro de mayor valor. Así, por ejemplo, se puede activar en estudiantes de primer ingreso con alta inteligencia fluida. La ansiedad también puede activarse cuando estudiantes que han sido exitosos durante el

periodo de secundaria, se ven obligados a asistir a cursos de nivelación ante el escaso dominio de conocimientos matemáticos conceptuales. Para la situación anterior, no existe evidencia de que la ansiedad hacia la matemática bloquee el razonamiento lógico del estudiante a pesar de su capacidad intelectual. Al incorporar esta variable en el modelo, interesó conocer cuánto contribuye a la predicción del rendimiento académico directamente.

La búsqueda de evidencia empírica sobre la contribución de la ansiedad en la predicción del rendimiento académico no es abundante, pero se recomienda que sea estudiada e incluida en un modelo de predicción (González et al., 2012).

Con respecto a la variable impulsividad como variable predictora del rendimiento académico, no existe suficiente evidencia empírica. No obstante, se consideró un aporte al conocimiento científico analizar el papel que ocupa este rasgo de personalidad en la predicción de rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria, principalmente para aquellos estudiantes de primer ingreso con alto potencial académico, pero con insuficientes conocimientos matemáticos.

Existe evidencia empírica de que la impulsividad correlacionó negativa y significativamente con el razonamiento lógico, $r=-0,32$ (Schweizer, 2002).

Para Lozano et al. (2014) la relación entre impulsividad y el rendimiento académico no es la misma cuando se tiene diferentes niveles de inteligencia. Actualmente esta posición de Lozano et al., no cuenta con suficiente evidencia empírica, razón por la cual la variable impulsividad será incorporada en el modelo teórico como posible predictora del rendimiento académico en matemática.

En resumen, los constructos (variables) que se incorporaron en el modelo correspondieron a inteligencia fluida, inteligencia cristalizada, responsabilidad, ansiedad, impulsividad y autoeficacia; su escogencia se justificó por el marco teórico que sustenta a dichos constructos, y por la fuerte evidencia empírica que reflejó su relación con el rendimiento académico. Como variable criterio se consideró a la variable de rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria.

En la figura 3 se muestra un diagrama en el que se representa los constructos cognitivos y los constructos de personalidad, así como la variable criterio que conformaron el modelo teórico causal.

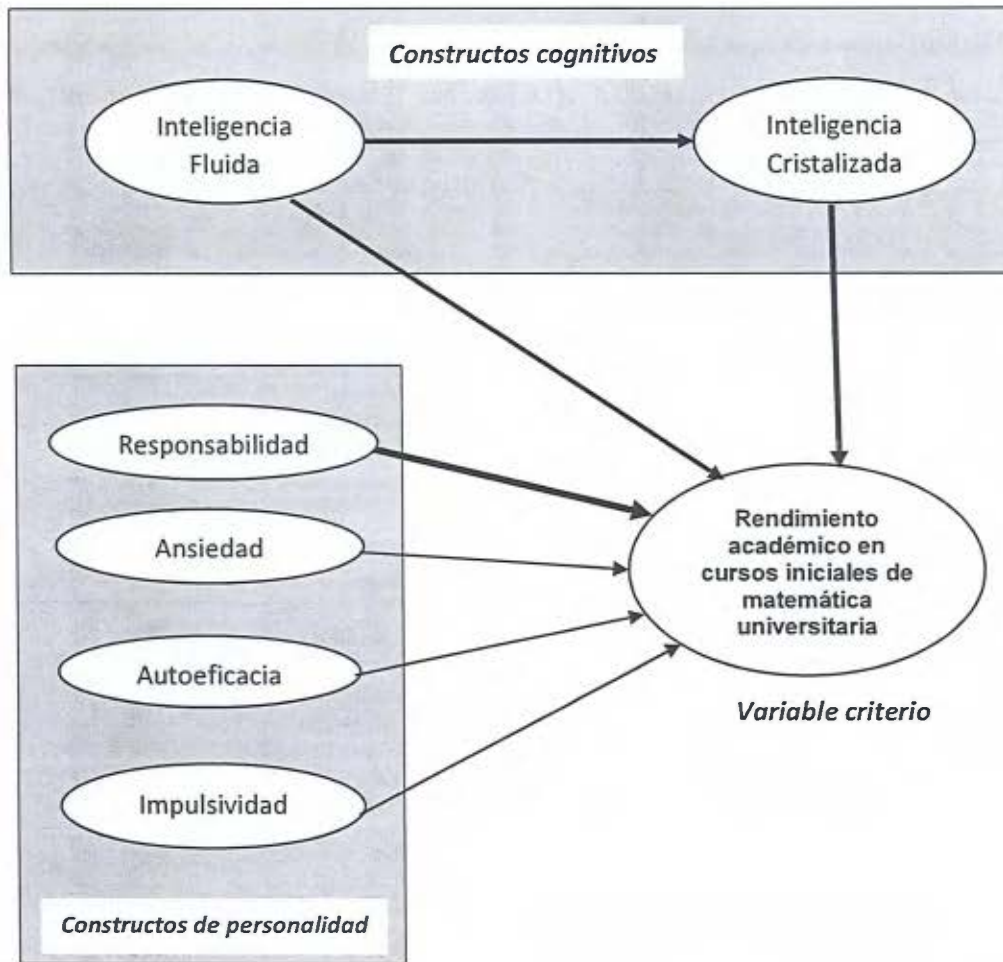


Figura 3. Modelación de los constructos que intervendrán en el modelo teórico causal del rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria. Fuente: elaboración propia (2017).

La dirección de la flecha indica que la variable a la que apunta es explicada por la variable colocada al inicio de la flecha. En la figura 3 se observa que la variable criterio “Rendimiento académico en cursos iniciales de matemática” es explicada directamente por variables de personalidad (impulsividad, responsabilidad, autoeficacia y ansiedad) y por variables las cognitivas de inteligencia fluida e inteligencia cristalizada.

Adicionalmente, la variable criterio es explicada por la variable inteligencia fluida, de ahí que se observe una flecha que sale de la variable inteligencia fluida a la variable rendimiento académico. De igual forma, se observa que la variable inteligencia cristalizada

es explicada por la variable inteligencia fluida, por lo que sale una flecha de la variable inteligencia fluida a la variable inteligencia cristalizada.

No obstante, de la variable inteligencia fluida salen dos flechas, una hacia la variable inteligencia cristalizada y otra hacia la variable rendimiento académico; al existir la ruta inteligencia fluida-inteligencia cristalizada-rendimiento académico, se tiene que el rendimiento académico es explicado por la inteligencia fluida mediado por la inteligencia cristalizada, lo que se denomina efecto indirecto de la variable inteligencia fluida sobre la variable rendimiento académico, mediado por la variable inteligencia cristalizada.

A partir de estas relaciones entre variables es como quedó representado el modelo teórico hipotetizado.

En la figura 3, de acuerdo con la intensidad de las líneas, se predijo que la responsabilidad es un predictor potencial del rendimiento académico en matemática. En un menor grado lo serán los constructos ansiedad y autoeficacia; siendo la variable impulsividad la de menor predicción.

De acuerdo con la figura 3, en la que se modela teóricamente las relaciones entre variables, se plasman las siguientes hipótesis teóricas:

- H₁: el constructo inteligencia fluida (IF) evidenciará un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre el rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria (RA_CIMU). Los estudios empíricos señalaron la inteligencia fluida como un potencial predictor del rendimiento académico en matemática (Ren, Schweizer, Wang y Xu, 2015; Primi, Ferrao y Almeida, 2010; Cerda, Ortega, Pérez, Flores y Melipillán, 2011; Vargas, 2010; Almeida, Guisande, Primi y Lemos, 2008). A mayores habilidades fluidas mejores puntajes en pruebas de CIMU.
- H₂: el constructo IF evidenciará un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre IC. A mayores habilidades fluidas mayores son los puntajes en pruebas verbales y de conocimiento matemático (IC) (Postlethwaite, 2011). De acuerdo con el sistema Gf (inteligencia fluida) - Gc (inteligencia cristalizada) de Raymond B. Cattell, la inteligencia fluida representa un caudal por el que fluye diversidad de procesos mentales; estos procesos mentales unidos a la experiencia (lo que aprende del medio) da como resultado la inteligencia cristalizada.

- H₃: el constructo IF evidenciará un efecto indirecto de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre RA_CIMU, mediado por la variable inteligencia cristalizada (IC). De acuerdo con Juan-Espinoza (1997), la inteligencia cristalizada se refiere a los procesos mentales producto de la experiencia, el aprendizaje y la aculturación e incluye los procesos mentales que son producto de operaciones de inteligencia fluida. No obstante, los logros intelectuales de los estudiantes dependerán del conjunto de procesos mentales básicos de razonamiento fluido y de las habilidades verbales que le haya proporcionado la experiencia educativa.
- H₄: el constructo IC evidenciará un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre RA_CIMU. El rendimiento en matemáticas se encuentra relacionado con factores de conocimiento especializado y con factores de logro como lo es el conocimiento matemático (Juan-Espinoza, 1997). Se consideró el conocimiento conceptual matemático como uno de los indicadores de la inteligencia cristalizada, por cuanto mide estructuras conceptuales que requieren de un dominio de lenguaje matemático, de razonamiento cuantitativo y de conocimientos previos.
- H₅: el constructo responsabilidad (RESP) evidenciará un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativa sobre el RA_CIMU. Es decir, a mayor puntaje en responsabilidad mayor el RA_CIMU (Mittochione, Berbino y Barberenelli, 2012; Furnham, Chamorro y Mc Dougall, 2003; Cupani y Aparicio, 2012).
- H₆: el constructo ansiedad (ANS) evidenciará un efecto inverso de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre el RA_CIMU, lo cual indicó que a mayor ansiedad matemática menor es el RA_CIMU. De acuerdo con Skemp (1999), la ansiedad en general reduce o podría reducir la eficacia del pensamiento matemático en determinadas tareas matemáticas; además, la ansiedad matemática aumenta si los esquemas necesarios para la comprensión no están presentes o disponibles en la-mente del estudiante. Si estas situaciones determinan la ansiedad matemática, se concluyó que un estudiante con alta ansiedad matemática tendrá un efecto negativo en el RA_CIMU.

- H₇: el constructo autoeficacia (AU) evidenciará un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre RA_CIMU. Es decir, a mayor percepción general positiva tenga cada estudiante de sí mismo, mayor es el puntaje en RA_CIMU. La autoeficacia se consideró como uno de los rasgos de personalidad de mayor predicción del rendimiento académico (Randhawa, Beamer y Lundberg (1993); Vittorio, Vecchione, Gerbino y Barberenelli, 2011); Kitsants, Cheema y Ware, 2011)
- H₈: el constructo impulsividad (IMP) evidenciará un efecto inverso de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre RA_CIMU. Un estudiante con puntajes altos en impulsividad funcional tendrá puntajes bajos en el RA_CIMU (Schweizer, 2002; Morales, 2007; Lozano, Gordillo y Pérez, 2014). Según Lozano et al. la impulsividad es perjudicial en individuos con bajos niveles de inteligencia, por cuanto la impulsividad funcional está relacionada con la tendencia a tomar decisiones rápidas cuando la situación implica un beneficio personal o mayor exigencia. Además, la impulsividad afecta la capacidad para aprender, particularmente la inteligencia cristalizada del estudiante, no así a la inteligencia fluida (Morales, 2007).
- H₉: el constructo RESP será un predictor potencial en del RA_CIMU y en un menor grado lo serán las variables ansiedad y autoeficacia, siendo la variable impulsividad la de menor predicción.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

En este capítulo se explican los mecanismos utilizados para el proceso de recolección y análisis de los datos. Se describe el diseño metodológico de la investigación, las variables, la población, la selección de la muestra, los instrumentos utilizados y los procedimientos para el análisis de los datos.

3.1. Metodologías en estudios previos de inteligencia y rendimiento académico

Las investigaciones que han analizado las variables inteligencia y rendimiento académico han recurrido a distintos diseños metodológicos, entre los que se encuentran los de tipo cuasi-experimental (Luengo y González, 2005) y los diseños basados en métodos correlacionales, los cuales tienen como finalidad verificar teorías y se caracterizan por el estudio de las diferencias entre humanos (Sandín, 2003).

Los métodos correlacionales se basan en la búsqueda de relaciones entre medidas o variables, por lo que es importante destacar que la existencia de correlación no implica causalidad; es decir, no es posible inferir causalidad a partir de una correlación empírica. Es importante tener claridad sobre el significado de un modelo causal explicativo; estos modelos tienen como objetivo describir las posibles relaciones causales entre una serie de variables para explicar un fenómeno, no son modelos estadísticos, pero sí requieren de la estadística para estimar los parámetros causales (Colom, 2012).

A través de un modelo causal explicativo y con el apoyo de la psicometría ha sido posible el estudio de las diferencias individuales con respecto a la inteligencia (De Juan Espinosa y Colom, 1989). Particularmente desde la psicología diferencial psicométrica se ha logrado explicar la posible relación de causalidad entre la inteligencia fluida y el rendimiento académico en cursos de matemáticas, en la que se ha considerado a la inteligencia fluida como la capacidad cognitiva que permite conocer las características de conceptos y procesos (Primi, 2002).

Otras investigaciones han recurrido al método conocido como análisis factorial, el cual se caracteriza por identificar rasgos psicológicos, ser muy utilizado en los procesos de validación de constructos, tener como propósito simplificar la descripción de la conducta;

además, permitir identificar el número de categorías posibles que describen la composición factorial de las pruebas (Colom, 2012).

Otros modelos utilizados en estudios sobre inteligencia fluida y rendimiento académico son los conocidos modelos estructurales. El modelo estructural es un modelo multivariable que utiliza correlaciones parciales para encontrar los denominados coeficientes estructurales, lo que permite incorporar todas las correlaciones entre las variables; asimismo, estos modelos consideran los errores de medición y de muestreo e incluye las previsiones para reconocer, al menos, la probabilidad de otras variables causales no medidas; con el modelamiento con ecuaciones estructurales es posible calcular relaciones causales entre constructos más que entre variables aisladas (Anastasi y Urbina, 1998; Mulaik, 2009).

A través de modelos de ecuaciones estructurales se ha logrado identificar que la teoría de inteligencia fluida está asociada con la capacidad de almacenamiento de información que posee un individuo, permitiéndole mantener activamente trozos distintos de información y construir flexiblemente enlaces relevantes para la tarea entre ellos. La capacidad de almacenamiento de información ha representado en promedio el 70% de varianza en la inteligencia fluida (Chuderski, Taraday, Necka y Smolén, 2011).

No obstante, los estudios relacionados con modelos estructurales realizan previamente un análisis factorial exploratorio con los datos recopilados, a este análisis se le denomina AFE (EFA, por sus siglas en inglés *Exploratory Factorial Analysis*). Este análisis forma parte de los estudios en los que se aplican diversos instrumentos o escalas de medición; su función principal ha consistido en determinar la estructura factorial de los ítems que conforman dichos instrumentos o escalas, lo cual brinda evidencias empíricas de lo que se quiere medir.

Las técnicas de los modelos estructurales tienen como objetivo fundamental contrastar modelos teóricos sobre las relaciones entre variables independientes y variables dependientes, las cuales pueden ser latentes u observadas, o medidas. El investigador dispondrá de un conjunto de datos observados resumidos en una matriz de varianzas-covarianzas. El análisis de ecuaciones estructurales es una técnica explicativa que permite resolver situaciones acerca de la posible relación causal de un conjunto de variables (Mulaik, 2009; D'Ancona, 2002; Raykov y Marcoulides, 2000).

A partir de esta revisión de la literatura sobre diseños metodológicos empleados en estudios de inteligencia fluida y rendimiento académico, se destaca el uso de las ecuaciones estructurales para contrastar teorías, además de ser una técnica multivariable potente en la explicación de modelos causales.

3.2. Diseño metodológico de la investigación

En esta investigación se propuso un estudio observacional transversal con el método de encuesta, con muestras aleatorias de estudiantes de primer ingreso a carreras de ingeniería del ITCR. Los estudios observacionales en el marco del desarrollo del conocimiento científico permiten analizar e interpretar datos en relación con las hipótesis planteadas (Colás y Buendía, 1998). El método de encuesta permite realizar una investigación con base en las declaraciones verbales de una población concreta (muestras aleatorias); es un método no experimental que se caracteriza por recoger información en ausencia de la manipulación del investigador (Cea D'Ancona, 2002). Tiene como objetivo describir ciertos aspectos o características de la población y prueba de hipótesis sobre la naturaleza de las relaciones dentro de una población (Fowler, 2009).

Con el propósito de generar inferencias acerca de la relación causal entre inteligencia fluida y rendimiento académico en cursos iniciales de matemática en la Educación Superior, se requirió de los modelos de ecuaciones estructurales para encontrar un modelo causal consistente con los datos empíricos; posteriormente se justifica por qué los modelos de ecuaciones estructurales son los indicados cuando se contrasta un modelo hipotetizado con datos reales.

3.3. Diseño y selección de la muestra

La población cautiva (grupo de personas que permanecen en un mismo lugar) estuvo compuesta por los estudiantes de primer ingreso a las carreras de Ingeniería del ITCR que no hayan recibido ningún tipo de intervención propia de esta Universidad, por aquellos estudiantes de primer ingreso matriculados en el curso MA0101 (Matemática General) de 2015. Cabe señalar que la Escuela de Matemática de esta institución brindó las condiciones necesarias para el desarrollo de la investigación (apoyo de los docentes en cuanto al tiempo brindado para la aplicación de los instrumentos; comunicación continua con los estudiantes

por parte de la Dirección de la Escuela para que apoyaran durante el desarrollo de la investigación).

3.3.1 El tamaño de la muestra

Para la toma de decisión con respecto al tipo de diseño muestral se tomaron en cuenta los siguientes aspectos (Cea D'ancona, 2001, p. 164):

- El tiempo y los recursos disponibles para llevar a cabo la investigación (se contó con un año y con recursos económicos propios de la investigadora).
- La modalidad de muestreo seleccionado en atención a los objetivos de la investigación (se seleccionó un muestreo probabilístico por conglomerados para garantizar la presencia de una muestra representativa para una población infinita, ya que es un universo hipotético, presente y futuro, de personas en las mismas condiciones con las mismas características).
- La diversidad de los análisis de datos prevista (se precisó cierta proporcionalidad entre el tamaño de la muestra y el número de variables incluidas en el estudio).
- La varianza o heterogeneidad poblacional (ante un universo se desconoce la varianza poblacional, por lo que se recurrió al supuesto de que en la población hay la máxima diversidad posible).
- El margen de error máximo admisible para la estimación de los parámetros poblacionales (a pesar de que los errores máximos admisibles están comprendidos entre 2,5% y el 2% en la investigación social, para efectos de esta investigación se definió un error a priori de un 4,77%).
- El nivel de confianza de la estimación muestral (con el objetivo de que la estimación se ajustara a la realidad se determinó calcular la muestra a un nivel de confianza del 90%).

3.3.2 Justificación y cálculo de la muestra

Se aplicó un muestreo probabilístico porque es el que se adecua al propósito de la investigación y es recomendado para la comprobación de hipótesis. Entre los muestreos probabilísticos se consideró un muestreo por conglomerados, los cuales constituyen una representación de la variedad de los elementos del universo. Para efectos de esta

investigación, dichos elementos correspondieron a la totalidad de los grupos que conformaban el curso MA0101 (para el primer semestre del 2015). Se extrajo una muestra aleatoria de conglomerados; es decir, una muestra del total de los grupos (conjunto de individuos que conforman cada grupo).

Se procuró una muestra con un número de casos elevado (entre 200 a 500). El tamaño de la muestra fue de al menos 20 veces más casos que las variables independientes; no obstante, para efectos de esta investigación se realizó el proceso de tamizaje con 638 estudiantes.

Al emplearse un diseño muestral probabilístico, se fijó el margen de error máximo a priori para la estimación de los parámetros poblacionales, sopesando la precisión para las respectivas estimaciones.

Se recurrió a la siguiente fórmula al calcular el tamaño de la muestra:

$$n = \frac{z^2 \cdot pq}{e^2}$$

z : nivel de confianza

p : probabilidad de éxito o proporción esperada

q : probabilidad de fracaso

e : error máximo admisible en términos de proporción

La fórmula corresponde a la estimación de una proporción para muestreo simple al azar de una población infinita, en la cual se consideró un nivel de confianza de la estimación muestral de un 90% de probabilidad, a partir de los datos muestrales.

Para un nivel de confianza del 90% se tiene un valor de $z=1,645$, con $p=0,50$ y $q=0,50$ (supuesto para varianzas poblacionales desconocidas) y con un error muestral de un 4,77%, se obtuvo una muestra de 297 estudiantes:

$$n = \frac{1,645^2 \cdot 0,5 \cdot 0,5}{0,0477^2}$$

$$n = 297$$

3.4. Operacionalización de las variables

3.4.1 Tipos de variables

En la elaboración del modelo causal se utilizaron variables latentes (constructos o variables que no se pueden medir directamente) clasificadas como variables latentes

endógenas y exógenas. Las variables latentes endógenas son conocidas como variables dependientes, reciben el efecto de otras variables y son afectadas por un error; en tanto que las variables latentes exógenas son independientes, afectan a otras variables. La variable latente endógena se simboliza con la letra griega “ η ” y la variable latente exógena con la letra griega “ ξ ” (Cea D’Ancona, 2002).

También en este tipo de modelos se tienen variables observadas (o indicadores) tanto para las variables endógenas como exógenas. Son aquellas variables que se pueden medir directamente. Se simbolizan con “X” a los indicadores de las variables exógenas y con “Y” a los indicadores de las variables endógenas.

De acuerdo con la función de las variables en la investigación, las variables se clasificaron en independientes “X” (explicativas o predictoras), dependientes “Y” (criterio) y las variables mediadoras; estas últimas son consideradas como variables intermedias entre la relación de dos variables produciendo efectos indirectos en dicha relación (Ato y Vallejo, 2011).

Las variables independientes se consideraron como las posibles causas de la variación de la variable dependiente. En tanto que las variables dependientes se consideraron como las variables en las que sus atributos dependen de las variables independientes.

En la tabla 21 y 22 se describen las variables endógenas y exógenas que conformaron el modelo, junto con sus respectivos símbolos e indicadores.

Tabla 21
Descripción de los indicadores de las variables latentes endógenas con sus respectivos símbolos

Símbolo	Nombre Variable Latente Endógena	Indicadores	Descripción del indicador
RA η_1	Rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria	Parc_I (Y ₁)	Nota primer examen parcial MA0101
		Parc_II (Y ₂)	Nota segundo examen parcial MA0101
		Parc_III (Y ₃)	Nota examen final MA0101
		Porc_Q (Y ₄)	Porcentaje pruebas cortas (quices) MA0101
		Calcu_D (Y ₅)	Puntaje en prueba sobre contenidos al primer examen parcial MA1102
IC η_2	Inteligencia cristalizada	ADVERB (Y ₆)	Puntaje apartado verbal en examen admisión al ITCR
		Concept (Y ₇)	Puntaje prueba conocimiento conceptual
		BACH_MA (Y ₈)	Puntaje examen bachillerato en matemática (directa)

Fuente: elaboración propia (2016).

Los constructos IF, RESP, ANS, AU e IMP corresponden al conjunto de variables latentes exógenas, no observadas directamente, las cuales se encuentran medidas a través de sus posibles efectos en el conjunto de indicadores señalados. Los constructos RA e IC corresponden a las dos variables latentes endógenas del modelo.

3.4.2. Constructos, instrumentos e indicadores

Se recurrió a un conjunto de instrumentos con sus respectivos indicadores para la medición de las variables o constructos.

Tabla 22

Descripción de los indicadores de las variables latentes exógenas con sus respectivos símbolos

Símbolo	Nombre Variable Latente Exógena	Indicadores	Descripción del indicador
IF ξ_1	Inteligencia fluida	FLUIDA1 (X ₁)	Parcela test de Inteligencia Fluida
		FLUIDA2 (X ₂)	Parcela test de Inteligencia Fluida
		FLUIDA3 (X ₃)	Parcela test de Inteligencia Fluida
		FLUIDA4 (X ₄)	Parcela test de Inteligencia Fluida
RESP ξ_2	Responsabilidad	Resp_1 (X ₅)	Parcela escala de responsabilidad
		Resp_2 (X ₆)	Parcela escala de responsabilidad
		Resp_3 (X ₇)	Parcela escala de responsabilidad
		Resp_4 (X ₈)	Parcela escala de responsabilidad
ANS ξ_3	Ansiedad matemática	Ans_ex (X ₉)	Ansiedad ante un examen
		Ans_ayu (X ₁₀)	Ansiedad para pedir ayuda
		Ans_int (X ₁₁)	Ansiedad para interpretación
AU ξ_4	Autoeficacia general	Au_Ef1 (X ₁₂)	Parcela escala de autoeficacia
		Au_Ef2 (X ₁₃)	Parcela escala de autoeficacia
		Au_Ef3 (X ₁₄)	Parcela escala de autoeficacia
IMP ξ_5	Impulsividad	Imp_1 (X ₁₅)	Parcela escala de impulsividad
		Imp_2 (X ₁₆)	Parcela escala de impulsividad
		Imp_3 (X ₁₇)	Parcela escala de impulsividad

Nota: El proceso de parcelación es utilizado cuando se quiere definir indicadores de un constructo bajo cierto criterio. El criterio más común es configurar los ítems aleatoriamente (Litte, Cunningham y Shahar, 2002; Meade y Kroustalis, 2006) o por nivel de dificultad. Elaboración propia (2016).

Se utilizaron instrumentos de orden cognitivo (Inteligencia Fluida, pruebas construidas por la investigadora, puntajes obtenidos por los estudiantes en la prueba de Bachillerato en Matemática y en la Prueba de Aptitud Académica para ingresar al ITCR (examen de admisión), puntajes de las pruebas parciales realizadas por los docentes de los cursos) y puntajes obtenidos por los participantes en las pruebas de orden no cognitivo (rasgos de personalidad).

Se diseñaron dos pruebas estandarizadas: una de ellas tuvo como propósito tener información sobre el conocimiento declarativo de los conceptos matemáticos básicos (esquema conceptual en matemática básica) que poseen los estudiantes de primer ingreso a la universidad; la otra prueba estandarizada midió los contenidos evaluados al primer examen parcial del curso MA1102 (Cálculo Diferencial e Integral, segundo curso de matemática).

Con respecto a los instrumentos relacionados con rasgos de personalidad, se utilizaron escalas que tuvieran evidencia de sus propiedades psicométricas (en cuanto a fiabilidad y validez) y de uso frecuente en la investigación científica educativa. Se contactó vía correo electrónico a los creadores de estas con el objetivo de contar con el aval respectivo de aplicación y, en algunos casos, para ajustarlas al contexto costarricense.

Todos los instrumentos se sometieron a una aplicación piloto y, finalmente, se determinó la calidad técnica de cada instrumento a través de un análisis factorial exploratorio y con la Teoría Clásica de los Tests (TCT).

TCT nace de los primeros trabajos realizados por Spearman, seguido por los trabajos efectuados por Thorndike y Thurstone y los test de inteligencia descendientes de las primeras escalas de Binet. Cabe destacar que TCT, la Teoría de la Generalizabilidad y Teoría de Respuesta al Ítem han sido las teorías más conocidas en estudios psicométricos (Anastasi y Urbina, 1998). TCT se trata del principal modelo de referencia para la construcción y evaluación de tests psicológicos; este modelo expresa de forma simple que la puntuación observada surge de una puntuación verdadera (la puntuación brindada directamente por el sujeto) y se le suma un error de medida (Martínez, 2006; Muñiz, 2010). Con este modelo ha sido posible el análisis de la fiabilidad de los diferentes instrumentos psicométricos utilizados en el campo de la investigación educativa.

Mediante el coeficiente alfa de Cronbach se pretendió examinar la consistencia interna o fiabilidad de los instrumentos, para establecer que la variabilidad de los puntajes observados en el desempeño de los estudiantes está en función de sus diferencias individuales con respecto a su estructura conceptual y no es producto al azar (Muñiz, 1996).

En la tabla 23 se describe el conjunto de instrumentos utilizados y algunas de sus propiedades psicométricas de acuerdo con el modelo TCT.

Tabla 23

Nombre de los constructos con la descripción de los respectivos instrumentos utilizados: fuente, ítems, indicadores.

Constructo	Instrumento /puntajes	Fuente	No. de ítems	Alfa Cronbach	Indicadores	Descripción
Inteligencia fluida	Escala 3 de Cattell	Cattell, R.B. y Cattell, A.K.S. (2009). Tea Ediciones	32	0,708	Fluida 1 Fluida 2 Fluida 3 Fluida 4	Parcela test de Inteligencia Fluida Parcela test de Inteligencia Fluida Parcela test de Inteligencia Fluida Parcela test de Inteligencia Fluida
Conocimiento declarativo en matemática	Conocimiento conceptual en matemática (PCCM)	Elaborado por la investigadora (2015)	43	0,846	Unidimensional (concept)	Su puntaje se consideró como indicador de Inteligencia Cristalizada
Conocimiento procedimental en Cálculo	Contenidos al primer examen parcial de curso de MA1102 (PCPPC)	Elaborado por la investigadora (2015)	10	0,774	D1 D2	Desarrollo 1 (5 puntos) Desarrollo 2 (5 puntos)
Responsabilidad	Escala R (ZKA-PQ Zucherman-Kuhlman-Aluja)	Aluja, Kuhlman y Zuckerman (2010) Adaptada	38	0,878	Resp_1 Resp_2 Resp_3 Resp_4	Parcela escala de responsabilidad Parcela escala de responsabilidad Parcela escala de responsabilidad Parcela escala de responsabilidad
Autoeficacia	Escala de autoeficacia general (Escala AG)	Sanjuán, García y Bermúdez (2000)	10	0,851	Au_Ef1 Au_Ef2 Au_Ef2	Parcela de autoeficacia Parcela de autoeficacia Parcela de autoeficacia
Ansiedad	Escala de ansiedad matemática (SAM)	Vigil-Colet y otros (2008), modificada por la investigadora	24	0,910	Ans_ex Ans_ayu Ans_int	Ansiedad ante un examen Ansiedad para pedir ayuda Ansiedad para interpretación
Impulsividad	Escala de impulsividad (Escala IFD)	Dickman (1990) analizada por Chico, Tous, Seva y Vigil-Colet (2003)	20	0,802	Imp_1 Imp_2 Imp_3	Parcela escala de impulsividad Parcela escala de impulsividad Parcela escala de impulsividad
Inteligencia cristalizada	Puntajes	Admisión al ITCR (2015) Investigadora			ADVERB Concept BACH MA	Puntaje apartado verbal en examen de admisión al ITCR Puntaje prueba conocimiento conceptual Puntaje examen bachillerato en matemática (directa)
Rendimiento académico en cursos iniciales	Puntajes	MEP (2015) Docentes que impartieron el curso MA0101 Investigadora			Parc_I Parc_II Parc_III Porc_Q Calcu_D	Nota primer examen parcial MA0101 Nota segundo examen parcial MA0101 Nota examen final MA0101 Porcentaje de quices MA0101 Puntaje en prueba de contenidos al primer examen parcial MA1102

3.4.3 Descripción de los instrumentos

En este apartado se describen los instrumentos utilizados para los constructos relacionados con medidas cognitivas (inteligencia fluida, conocimiento matemático, conocimientos para el primer examen parcial de cálculo) y para los relacionados con medidas no cognitivas o afectivas (responsabilidad, autoeficacia, impulsividad, ansiedad matemática).

Medidas cognitivas

3.4.3.1 Escala de Inteligencia Fluida

Para la medición de Inteligencia Fluida se utilizó el test de inteligencia de Cattell, conocido como “Test de factor g”, el cual busca medir la inteligencia concebida como una capacidad mental general, reconocida como “factor g”. Mediante tareas no verbales, este test de inteligencia busca eliminar la influencia de habilidades cristalizadas (libre de elementos culturales), por ejemplo, la fluidez verbal y otros aprendizajes adquiridos.

Existen tres versiones del test de Cattell denominadas Escalas 1, 2, 3 y pueden ser utilizadas en niños, adolescentes y adultos. Para efectos de esta investigación se utilizó la Escala 3 con la finalidad de determinar el potencial del estudiante para realizar tareas en las que esté implicada la aptitud cognitiva. De acuerdo con el manual (Cattell y Cattell, 2009), este test establece una separación más clara entre la aptitud natural y el aprendizaje específico, lo que permite realizar mejores análisis del potencial individual. La Escala 3 se puede aplicar de forma colectiva o individual, consta de 50 ítems y tiene un tiempo máximo aproximado de 12,5 minutos para responder el total de la prueba. Está constituida por cuatro subtest: 13 ítems de series (3 minutos), 14 ítems de clasificación (4 minutos), 13 ítems de matrices (3 minutos) y 10 ítems de condiciones (2,5 minutos). La puntuación directa en cada subtest corresponde al número de aciertos logrados en él; la puntuación total lograda por cada sujeto concierne a la suma de los puntajes obtenidos en los cuatro subtest.

En el test de series, la tarea a realizar por el examinado consiste en seleccionar entre las opciones propuestas la respuesta que continúa adecuadamente las series incompletas y progresivas que se le presentan. En el test de clasificación, el cual consta de 5 figuras, la tarea del examinado consiste en identificar las figuras que no concuerdan con el resto. La tarea del examinado en el test de matrices es completar el cuadro de dibujos o matriz que se le presenta en el margen izquierdo, debe seleccionar una de las cinco soluciones que se le proponen. En

cuanto al test de condiciones, el examinado selecciona la alternativa que cumpla las mismas condiciones representadas en el cuadro o figura que se le brinda de referencia.

La fiabilidad de la Escala 3 en primer año de universidad para la población española es de 0,75, con una media 22,97 (D.t.: 4,63); la fiabilidad se calculó utilizando el método de las “dos mitades” el cual fue corregido con la fórmula de Spearman-Brown. Esta misma escala obtuvo una fiabilidad de 0,865 en el nivel de Educación Universitaria para una población mexicana, con una media de 21,3 (D.t.: 4,59). La diferencia en el valor de fiabilidad se debió al tamaño y características de la muestra utilizada en cada país (Cattell y Cattell, 2009).

Para efectos de esta investigación, se consideró el puntaje directo obtenido por los examinados, no se aplicó ningún tipo de baremos. Cabe señalar que previo a la aplicación de la Escala 3 se realizó una capacitación a los aplicadores con base en la normativa del Manual, a cada uno se les entregó copia de las instrucciones de aplicación y se realizó un simulacro.

3.4.3.2 Medida de la Inteligencia Cristalizada

La medición de la Inteligencia Cristalizada se obtuvo a través de los siguientes indicadores:

- Puntaje en examen de bachillerato en matemática: corresponde a la nota directa obtenida en la prueba que realizó el Ministerio de Educación Pública (MEP) en el 2014. Esta información se recopiló mediante una solicitud realizada a la Dirección del Departamento de Gestión y Control de Calidad del MEP y los datos se brindaron con estricta confidencialidad. La nota se encuentra en una escala de 0 a 100.
- Puntaje en admisión en el apartado verbal: corresponde al puntaje directo obtenido por los estudiantes en los ítems relacionados con las habilidades verbales evaluadas en la Prueba de Aptitud Académica (prueba de admisión) del ITCR. Su puntaje se encuentra en una escala de 0 a 100.
- Puntaje en la prueba sobre -conocimiento previo conceptual (conocimiento declarativo): corresponde al puntaje obtenido a través de los ítems que respondieron correctamente. El puntaje se encuentra en un rango de 0 a 44 puntos

(prueba construida por la investigadora, su diseño, construcción y validación (ver Anexo 1 DV_PEM, Parte I).

Se consideró necesario el puntaje de la Prueba Nacional de Bachillerato en Matemática con el propósito de obtener información cristalizada en relación con el conocimiento matemático adquirido en el proceso de formación durante la educación secundaria. Estos datos se recopilaron con base en los resultados obtenidos en la aplicación de las Pruebas Ordinarias de Bachillerato en Matemática del 2014. Los datos los proporcionó de forma confidencial el MEP, directamente del Departamento de Gestión de Calidad.

De acuerdo con el enfoque de la inteligencia cristalizada, fue necesario tener alguna medición relacionada con las habilidades verbales, por lo que se consideró oportuno recurrir a la nota obtenida en el apartado de habilidades verbales del examen de admisión al ITCR. Las habilidades evaluadas se relacionaron con razonamiento inferencial en textos cortos y largos, razonamiento deductivo y semántico (razonamiento con silogismos).

La prueba sobre conocimiento previo conceptual se relacionó con el nivel de dominio del lenguaje simbólico y algebraico representado en las estructuras conceptuales de los estudiantes. A través de este instrumento fue posible obtener información sobre el nivel de comprensión y uso del lenguaje, así como el uso de las relaciones semánticas en un contexto matemático (prueba diseñada por la investigadora).

3.4.3.3 Medida del rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria

La medición de la variable latente Rendimiento Académico se obtuvo a través de los puntajes directos obtenidos en pruebas parciales y pruebas cortas (quices) del curso MA0101 (Matemática General) y del puntaje directo obtenido en el instrumento de conocimiento sobre los contenidos de límites y derivadas, evaluados del primer examen parcial del curso MA1102 (Cálculo Diferencial e Integral), representada por el código PCPPC y cuyo instrumento fue elaborado por la investigadora (diseño y validación en el Anexo 1 DV_PEM Parte II).

Los puntajes relacionados con el curso MA0101 los suministraron los docentes de cada uno de los grupos evaluados durante el I semestre del 2015. Estos puntajes corresponden

a la nota del I y II examen parcial (de 0 a 100); a la nota del examen final (de 0 a 100); y al porcentaje de pruebas cortas (de 0% al 25%).

El puntaje en la prueba de conocimientos del primer examen parcial del curso MA1102 (CLDIP) se obtuvo de los datos recopilados en el proceso de investigación durante setiembre del 2015 y corresponde al puntaje directo obtenido en la prueba (0 a 10).

Medidas afectivas

Para los propósitos de esta investigación, se recurrió a la búsqueda de instrumentos con adecuadas propiedades psicométricas, escritas en el idioma español y que contaran con amplia evidencia de su aplicación en contextos educativos. Adicionalmente, se contempló la revisión de aspectos culturales y lingüísticos para que dichas pruebas se adaptaran lo mejor posible al contexto costarricense.

3.4.3.4 Escala de Responsabilidad: Escala R (NEO PI-R Inventario de Personalidad NEO revisado y ZKA-PQ Zucherman-Kuhlman-Aluja Personality Questionnaire)

En relación con las escalas de personalidad, la mayoría de estas corresponden a cuestionarios de 200 o más ítems que incluyen en su estructura más de un factor de personalidad, por lo que estos cuestionarios no resultaron funcionales para los propósitos de esta investigación, ya que se requería de un cuestionario con ítems que solo midieran el rasgo responsabilidad.

En el proceso de búsqueda se halló un cuestionario muy utilizado por investigadores educativos que contiene el rasgo de responsabilidad, es el Inventario de Personalidad NEO PI-R de Costa y Mc Crae (Arribas, Minguijón y Sánchez, 2008), el cual permite la medición global de la personalidad del adulto. La versión española autorizada del NEO PI-R de adultos (Costa y McCrae, 1999) consta de 250 ítems que evalúan 5 factores de personalidad: neuroticismo, extraversión, apertura, amabilidad y responsabilidad; cada factor está compuesto por 6 facetas; las facetas del factor responsabilidad se conocen como libre competencia, orden, sentido del deber, necesidad de logro, autodisciplina y deliberación. El NEO PI-R es autoaplicable tanto para varones y mujeres de cualquier edad, y el factor responsabilidad de esta escala ha presentado valores aceptables en cuanto a su consistencia

interna; por ejemplo, se obtuvo un alpha de Cronbach de 0,88 en el estudio realizado por Balluerka, Gorostiaga, Arbiol y Haranburo (2007).

En busca de una escala con menor cantidad de ítems y exclusiva para el rasgo responsabilidad, se recurrió al estudio de la escala ZKA-PQ de Aluja, Kuhlman y Zuckerman (2010), para la cual García, Escorial, Blanch y Aluja (2012) presentaron la evidencia que favoreció la consistencia interna y de validez estructural de la escala ZKA-PQ con las facetas y dominios de la Escala NEO PI-R.

Aluja, Kuhlman y Zuckerman (2010) desarrollaron este instrumento para las poblaciones americanas y españolas que incluían 4 facetas de cada uno de los 5 rasgos de personalidad del modelo psicobiológico de Zuckerman. Se evaluó la validez convergente y discriminante del ZKA-PQ mediante la inspección de las correlaciones con la versión abreviada del Inventario de Personalidad revisado NEO de Costa y Mc Crae (1992).

Posteriormente García et al. (2012) mejoraron el instrumento ZKA-PQ con base en la recopilación de los datos de 654 personas con estudios de primaria o secundaria completos. De estas 654 personas, 317 tenían nacionalidad italiana, con edad media de 44,9 años (D.t.: 17,15); se exploró la validez convergente y discriminante del nuevo instrumento en relación con la escala NEO PI-R de personalidad; y se logró extraer exclusivamente los ítems relacionados con la faceta responsabilidad (o escrupulosidad).

El ZKA-PQ se compone de 200 elementos con 4 puntos de Likert, cuyo formato de respuesta va de 1 (No estoy de acuerdo) hasta 4 (Completamente de acuerdo). Mientras que el NEO PI-R es un instrumento compuesto por 5 factores y 30 facetas (seis facetas por factor); con 240 preguntas en una escala de 5 puntos de tipo Likert que va de 0 (Muy en desacuerdo) a 4 (Muy de acuerdo). La versión española del NEO PI-R tiene adecuadas propiedades psicométricas, y los coeficientes de confiabilidad de los cinco factores estaban en el rango de 0,83 a 0,90.

De acuerdo con los resultados obtenidos en el estudio realizado por García et al. (2012), y a partir de la lectura del estudio de Aluja et al. (2010), para efectos de la presente investigación se optó por trabajar solo con los ítems de responsabilidad de la Escala NEO PI-R, y se generó la Escala R conformada por 48 ítems, los cuales incluyen las facetas de competencia, orden, sentido del deber, necesidad de logro, autodisciplina y deliberación.

En el cuestionario Neo PI-R, puntuar respuestas significa asignarles un primer punto directo (PD) y luego -con base en el PD- se obtiene un puntaje estandarizado; en esta investigación solo se consideraron puntajes directos. La puntuación obtenida hace referencia al proceso activo de planificación, organización y ejecución de tareas.

Para efectos de una posible interpretación, se considera que un resultado:

- Bajo en competencias, implica que el sujeto tiene una opinión pobre sobre sus habilidades.
- Alto de orden: se considera una persona pulcra, organizada y limpia.
- Bajo en sentido del deber: implica una persona descuidada con los principios éticos y nada fiables a la hora de cumplir con sus obligaciones.
- Bajo en necesidad de logro: persona muy negligente, perezosa, no busca el éxito en la vida. Con frecuencia está satisfecha con sus muy bajos niveles de rendimiento.
- Baja autodisciplina: frecuentemente dilata el inicio de sus quehaceres, se desanima fácilmente y está deseando abandonarlos.
- Bajo de deliberación: persona algo precipitada y a menudo habla o actúa sin tener en cuenta las consecuencias.

3.4.3.5 Escala de Ansiedad Matemática (Escala SAM)

Vigil-Colet y otros (2008) desarrollaron y validaron una escala para evaluar la ansiedad generada por el curso de estadística. El instrumento está compuesto por tres subescalas: ansiedad para pedir ayuda, ansiedad ante un examen y ansiedad en interpretación. Ansiedad de examen: alta puntuación sugiere que los estudiantes sufren de altos niveles de ansiedad al realizar exámenes de estadística. Ansiedad al pedir ayuda: alta puntuación sugiere que estudiantes sufren de altos niveles de ansiedad cuando piden ayuda al profesor o a otro estudiante. Ansiedad interpretación: alta puntuación sugiere que los estudiantes sufren altos niveles de ansiedad cuando interpretan datos estadísticos.

La escala consta de 24 ítems (8 ítems por subescala), los cuales se tradujeron al español utilizando el método de traducción inversa. Cada ítem consiste en una frase positiva que describe una situación representativa que experimenta un estudiante matriculado en un curso de estadística. El puntaje que un estudiante obtenga en esta prueba indica el nivel de

ansiedad que presenta en esa situación, dicho puntaje se obtiene por medio de una escala de cinco puntos que va desde “Ninguna ansiedad” (1) hasta “Una ansiedad considerable” (5).

De acuerdo con Vigil-Colet y otros (2008), la escala contó con un Análisis factorial exploratorio (AFE), se calculó la matriz de correlación de Pearson entre los 24 ítems de la escala; con un valor de 0,89 en el test de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) se realizó un análisis factorial. En cuanto a la consistencia interna (alfa de Cronbach) de las subescalas, Vigil-Colet y otros la consideraron aceptable: para ansiedad ante examen el alpha fue de 0,874; para ansiedad al pedir ayuda resultó un alpha de 0,924 y para ansiedad en interpretación se obtuvo un alpha de 0,819. Participaron en el estudio 159 estudiantes no graduados, matriculados en un curso de estadística de la facultad de psicología en España, 139 mujeres, y 20 hombres, cuya edad media es de 21,6 (D.t: 3,5).

Para efectos de esta investigación se adaptó esta escala de ansiedad estadística a una escala de ansiedad matemática; algunos ítems fueron modificados y a otros se les cambió la palabra estadística por la palabra matemática. Cabe señalar que se contó con los permisos respectivos de los autores para realizar los cambios necesarios y estas modificaciones contaron con el visto bueno del Dr. Roberto Colom, psicólogo especializado en el área de inteligencia.

Con respecto al factor Ansiedad de Examen, los respectivos ítems midieron ansiedad ante exámenes de matemática. En relación con el factor Ansiedad para pedir ayuda, se midió los niveles altos de ansiedad cuando se le hace al profesor del curso, o a algún compañero preguntas sobre el curso de matemática. Por último, con respecto al factor Ansiedad de interpretación se midió la interpretación de datos matemáticos y si el estudiantado logra entender la formulación de los procesos matemáticos para la solución de ejercicios. Para efectos de esta investigación se realizó en análisis de la Escala Ansiedad Matemática con base en los puntajes directos obtenidos por estudiante, para los que se interpretó que a mayor puntaje, mayor ansiedad generada por un curso de matemática.

3.4.3.6 Escala de Autoeficacia General (Escala AG)

Se utilizó una escala tipo Likert que midiera autoeficacia general. La Escala de Autoeficacia General de Baessler y Schwarcer fue adaptada a la población española por Sanjuán, García y Bermúdez (2000).

La autoeficacia general se considera como el constructo que se refiere a la creencia estable de las personas sobre su propia capacidad para enfrentarse adecuadamente a diferentes situaciones de la vida cotidiana que pueden causar estrés. El cuestionario consta de 10 ítems con una escala tipo Likert de 10 puntos, que va desde “0” (totalmente en desacuerdo) a “10” (totalmente de acuerdo). Para efectos de esta investigación se consideró una escala tipo Likert de 6 puntos, con el propósito de conservar una puntuación lo más homogénea posible a las otras escalas.

Esta escala se aplicó a muestras de diversas nacionalidades, tales como alemanes y costarricenses y mostró una consistencia interna considerable entre 0,79 y 0,93. La escala se adaptó para la población española y se aplicó a una muestra de 259 estudiantes universitarios, 61 hombres y 198 mujeres, con una media de edad de 28,26 (D.t.: 8.8). La escala obtuvo una consistencia interna de 0,87 y una correlación entre dos mitades de 0,88. Los autores concluyeron que la escala puede ser aplicada con garantía en estudios relacionados con rendimiento, salud y procesos emocionales.

Esta escala “evalúa el sentimiento estable de competencia personal para manejar de forma eficaz una gran variedad de situaciones estresantes” (Sanjuán et al., 2000, p. 510).

3.4.3.7 Escala de Impulsividad (Escala IFD)

Se utilizó la escala de impulsividad de Dickman (1990) analizada por Chico, Tous, Seva y Vigil-Colet (2003). Chico et. al. recurrieron a un análisis factorial exploratorio para determinar la estructura factorial de la adaptación española del Inventario de Impulsividad de Dickman.

Resultó una prueba con dos factores: impulsividad funcional y disfuncional; aplicaron la rotación oblimin a las versiones en español, estadounidenses y holandeses y obtuvieron alta congruencia entre las tres soluciones factoriales, por lo que consideraron que la escala sugirió ser estable a través de lenguas y poblaciones.

El instrumento se aplicó a una muestra de 355 estudiantes universitarios de psicología, pedagogía y las ciencias sociales de la Universidad de Barcelona y la Universidad Rovira i Virgili (163 hombre y 192 mujeres) en edades que oscilaban entre 17 y 44, con edad promedio de 20,56 (D.t.; 3,95). La Impulsividad funcional se relaciona con una tendencia a tomar decisiones rápidas cuando la situación lo exige. La impulsividad Disfuncional se

relacionada con la velocidad y no con decisiones reflexivas, las cuales tienen consecuencias negativas para el individuo, aquellas decisiones que no toman en cuenta los riesgos y consecuencias asociados a una determinada acción.

El cuestionario cuenta con 23 ítems, 11 de impulsividad funcional y 12 de disfuncional (americanos y holandeses), traducido al español por medio de un hablante nativo de inglés y administrado con el formato de verdadero (V) o falso (F). Los ítems 1,3, 8, 12, 17, 20, 21 y 22 tienen una relación inversa con respecto al resto de los demás ítems, razón por la que se recodificaron a la hora de realizar el análisis de los datos.

Los sujetos que puntuaron V se les asignó un uno y los que puntuaron F se les asignó un cero. El puntaje total de la prueba constó de 23 puntos. Este instrumento ha mostrado adecuada validez de constructo y, en general, con adecuadas propiedades psicométricas, en diversos idiomas (Pedrero, 2009).

La fiabilidad de la escala de impulsividad disfuncional en el estudio español fue ligeramente menor que en los estudios americanos y holandeses (0,85 y 0,84, respectivamente). Con respecto a la consistencia interna de cada factor, obtuvieron un alfa de 0,777 con desviación estándar de 2,93 para la subescala de impulsividad funcional; en tanto que para la escala de impulsividad disfuncional obtuvieron un alfa de Cronbach de 0,762 con desviación estándar de 0,762.

Chico et. al (2003) concluyeron que la impulsividad funcional podría actuar como variable mediadora entre la inteligencia y la velocidad de procesamiento de la información, por cuanto la inteligencia con frecuencia es relacionada con la velocidad en las etapas iniciales y de toma de decisiones en el procesamiento de información. Los autores invitaron a realizar más investigación para clarificar las relaciones entre la velocidad de procesamiento de la información, la inteligencia y la impulsividad funcional.

3.5. Procedimiento para la recolección de información

La investigación, en términos de recogida de datos, se desarrolló considerando las siguientes fases:

Fase I. Aplicación de pruebas piloto.

Fase II. Aplicación operativa: el primer día de clases se aplicó la prueba de inteligencia fluida y la prueba de conocimiento conceptual matemático; posteriormente, a

medio semestre, se aplicaron las pruebas relacionadas con los constructos de las variables de personalidad (todos los instrumentos en una batería de test). Los estudiantes faltantes se citaron posteriormente a través de una convocatoria emitida por la Dirección de la Escuela de Matemática.

Fase III. Recopilación de datos de los participantes: ello contempla la nota de examen de admisión al ITCR, la nota de habilidad matemática y verbal en la prueba de admisión, la nota de examen de matemática en la Prueba de Bachillerato del 2014.

Fase IV. Seguimiento del comportamiento de los participantes durante el curso remedial (en cuanto a calificaciones obtenidas en el curso MA0101).

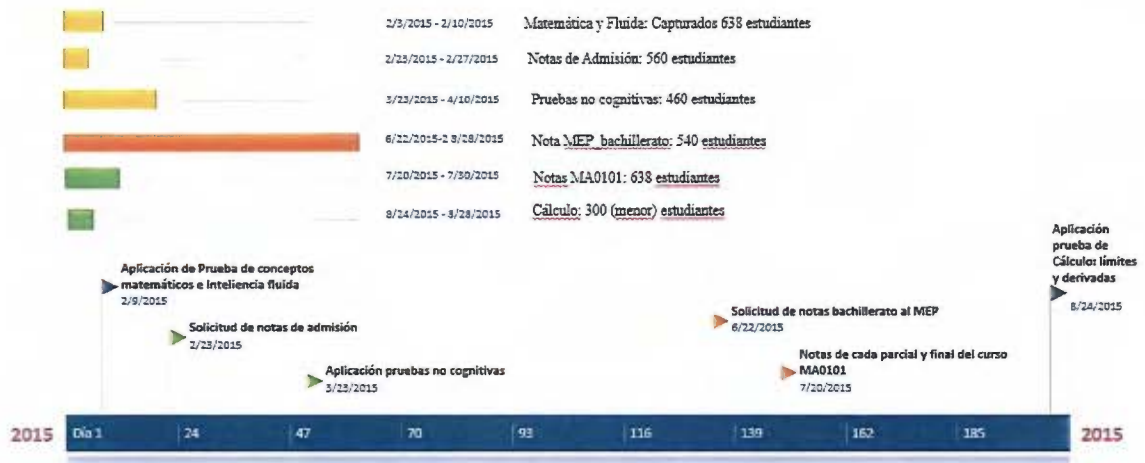
Fase V. Procesamiento de los datos recopilados.

Fase VI. Aplicación prueba estandarizada de Cálculo (curso siguiente al curso MA0101): se evaluaron los contenidos estudiados al primer examen parcial del curso de Cálculo Diferencial e Integral (MA1102).

Fase VII. Incorporación de los datos recopilados en la fase VI para proceder al análisis y discusión del conjunto de los datos.

Cada fase se llevó a cabo de acuerdo con un cronograma de trabajo. Durante el 2014 y primer semestre del 2015 se desarrolló la fase piloto de las pruebas. En el 2015 se aplicaron las pruebas operativas, se hizo la recolección y se analizaron los datos para cada fase. En el siguiente diagrama se muestra el recorrido del proceso de obtención de los datos recopilados en el periodo del 2015.

Se dispuso de dos años para la recopilación y análisis de datos. En el primer año se construyeron y validaron los instrumentos de matemática y se aplicaron y analizaron los datos de todas las pruebas piloto aplicadas (en total 7 pruebas); en el segundo año se culminó con la aplicación operativa de las pruebas de rasgos de personalidad (batería de test) y de la prueba de inteligencia fluida; también se culminó con la aplicación de la prueba de conocimiento conceptual en matemática y con la prueba de conocimiento de contenidos al primer examen parcial de cálculo; posterior a la recopilación de los datos se inició con el procesamiento y análisis de estos datos. Las pruebas operativas se aplicaron a la población de primer ingreso de 2015.



Fuente: elaboración propia (2015).

3.6. Descripción de las aplicaciones de los instrumentos en la fase piloto

Cada uno de los instrumentos utilizados en el estudio se sometió a una fase piloto con el propósito de evaluar aspectos técnicos, mejorar y corregir todas las deficiencias que puedan afectar la calidad psicométrica.

Las pruebas de Inteligencia Fluida y de conocimiento conceptual matemático se aplicaron el primer día de clases del primer semestre del 2014, a una muestra aleatoria de 467 estudiantes de primer ingreso a carreras de ingeniería.

La aplicación piloto de las escalas relacionadas con rasgos de personalidad (una batería de test), se llevó a cabo en el segundo semestre del 2014, con una muestra de 167 estudiantes de primer ingreso (carné 2014). La aplicación piloto de la prueba de cálculo se aplicó en el primer semestre del 2015 a una muestra de 140 estudiantes matriculados en el curso de Cálculo. Cabe señalar que en todas estas aplicaciones piloto se realizó un muestreo aleatorio por conglomerados.

Todas las pruebas se ajustaron de acuerdo con los requerimientos necesarios para obtener pruebas con calidad técnica y de confiabilidad aceptable de acuerdo con el AFE (Análisis Factorial Exploratorio) y TCT (Teoría Clásica de los Test).

En la tabla 24 se muestra un resumen del número de ítems que permanecieron en las pruebas operativas, posterior a la aplicación piloto; adicionalmente se indica el número de ítems considerados para el análisis de los resultados.

Tabla 24

Número de ítems de los siete instrumentos en cada fase y para el análisis final

Instrumento	Número ítems Fase Piloto	Número ítems Fase Operativa	Número ítems en el análisis
Prueba de Inteligencia Fluida	50	50	32
Prueba de Conocimiento conceptual	60	43	43
Prueba de Cálculo	15 (selección) 2 (desarrollo)	15 selección 2 desarrollo	Los ítems de desarrollo
Escala de Responsabilidad	50	38	38
Escala de Autoeficacia	10	10	10
Escala de Ansiedad	24	24	24
Escala de Impulsividad	23	20	20

Nota: La columna # ítems en el análisis se refiere al número de ítems definitivos en el modelo estructural. Elaboración propia (2017).

Tanto para la fase piloto como para la fase operativa, se contó con el consentimiento de todos los examinados para responder los cuestionarios y para tener acceso a las calificaciones de los cursos y a los puntajes que obtuvieron en la prueba de Admisión y en la prueba de Bachillerato en Matemática. Este consentimiento se realizó a través de una nota que firmaron desde la primera aplicación.

3.7. Descripción de las pruebas: fase operativa

A continuación se presentan los resultados obtenidos en el Análisis Factorial Exploratorio (AFE) y el análisis de confiabilidad para cada uno de los instrumentos y escalas utilizadas en el estudio, además se presenta el análisis descriptivo de las variables y sus indicadores.

3.7.1 Prueba de Inteligencia Fluida

Tanto en la fase piloto como en la operativa esta prueba no fue clara en su estructura factorial. Con los 50 ítems (prueba original) no se logró conservar la estructura factorial inicial de cuatro factores con sus respectivos ítems; además, el Alpha de Cronbach fue de 0,666 y se obtuvieron cargas negativas e inferiores a 0,15 en la correlación de algunos ítems con el total de la prueba.

De acuerdo con estos resultados, se decidió eliminar los ítems con cargas negativas e inferiores a 0,15 (correlación del ítem con el total de la prueba). No obstante, se eliminaron 18 ítems (36%) y se conservaron 32 ítems (64%) de la prueba original para un Alpha de 0,708. Con este último valor se determinó que la consistencia interna de la prueba era

aceptable ya que se llegó a un punto de saturación donde la eliminación de ítems no mejoraría el Alpha. En la tabla 25 se visualizan estos resultados.

Tabla 25 (Ver Anexo 2_ I.F.)

Se obtuvo un valor de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) de 0,646 (regular), Bartlett's Test of Sphericity $1,310 \times 10^3$, $df=496$, significancia de 0,00, por lo que se procedió a realizar el AFE con los 32 ítems.

Con el propósito de determinar la estructura factorial de los ítems 32 ítems resultantes se procedió a realizar un Análisis de Componentes Principales. En dicho análisis se observó que el porcentaje total de la varianza del primer componente explicaba un 11, 25%, por lo que se definió la existencia de un solo factor, como puede visualizar en la tabla 26.

Tabla 26. (Ver Anexo 2_ I.F.)

El *Scree Plot* es un gráfico de sedimentación de los valores propios y se consideró el número de componentes en el que el descenso se estabiliza. De acuerdo con la figura 4 (ver Anexo 2_ I.F), la cual representa el gráfico de sedimentación, se determinó la existencia de un factor, por lo que se definió que la prueba era unidimensional.

Al reducir la Escala 3 de Cattell de 50 ítems a una escala de 32 ítems, se perdió la configuración de los cuatro sub-test que tenía inicialmente dicha escala, por lo que fue necesario identificar nuevos indicadores por medio del método de parcelación.

El método de parcelación se utiliza con el objetivo de obtener variables con mejores propiedades distributivas y psicométricas al realizar análisis estadísticos bajo el supuesto de que los datos son normales continuos. Violar este supuesto cuando se trabaja con modelización de ecuaciones estructurales (SEM) implicaría obtener de forma incorrecta los errores estándar por defecto y las estadísticas respectivas; adicionalmente, si en un SEM se tiene una variable con pocas categorías (indicadores), se podrían obtener parámetros subestimados (Rhemtulla, 2016). Según Rhemtulla, ante variables latentes con dos o menos categorías (indicadores), o bien sin categorías, se recomienda parcelar bajo algún criterio con el fin de incrementar la probabilidad de convergencia del modelo.

El proceso de parcelación es utilizado en los SEM cuando se quiere definir indicadores de un constructo bajo cierto criterio. El criterio más común es configurar los ítems aleatoriamente o por orden dificultad (Litte, Cunningham y Shahar, 2002; Meade y Kroustalis, 2006; Rhemtulla, 2016). Para la prueba de inteligencia fluida se decidió configurar las parcelas según orden de dificultad, ya que se observó en los estudiantes participantes dificultades al responder la prueba, quizás por la escasa participación en pruebas con limitación de tiempo. Además, Rhemtulla recomienda que las variables endógenas y exógenas de un SEM tengan al menos tres indicadores para obtener un modelo estable.

Ante esta situación se decidió formar 4 parcelas con 8 ítems considerando el criterio grado de dificultad en los ítems (el más común) para la parcelación. No obstante, para obtener las parcelas según grado de dificultad, se ubicaron los ítems en orden ascendente, con base en el porcentaje de respuestas correctas (a mayor respuestas correctas por ítem menor dificultad del ítem). Luego se dividió en cuarto partes los ítems ordenados de mayor a menor grado de dificultad, en donde los primeros 8 ítems son los de mayor dificultad, los siguientes 8 con una dificultad menor, hasta culminar con los últimos 8 ítems de menor dificultad; luego se distribuyeron los ítems con base en el patrón que sigue las flechas que se observan en la última columna de la tabla 27.

Tabla 27. (Ver Anexo 2_ I.F.)

En la tabla 28 se observa la distribución de los ítems que conforman los indicadores de la variable Inteligencia Fluida, como resultado de la aplicación del método de parcelación.

Tabla 28. (Ver Anexo 2_ I.F.)

En la figura 5 se muestran los resultados del análisis estadístico descriptivo con base en los 32 ítems de la prueba de inteligencia fluida. Los estudiantes que aprobaron el primer curso de matemática y matricularon el segundo curso de matemática, obtuvieron en la prueba de inteligencia fluida un puntaje promedio de 20,77 (D.t.: 3,844, Curtosis 4,836, simetría: -1,118) en relación con los 32 puntos del total de los ítems analizados. Cabe reiterar que no se utilizó ningún tipo de baremos para el análisis de los resultados, únicamente se recurrió al puntaje obtenido por cada estudiante posterior a la recodificación de los ítems. Se consideró

que por ser una prueba de velocidad, a la cual los estudiantes suelen no están acostumbrados, resultó de alto nivel de dificultad y esta es la razón por la que se tuvo que ajustar la escala a la muestra del estudio.

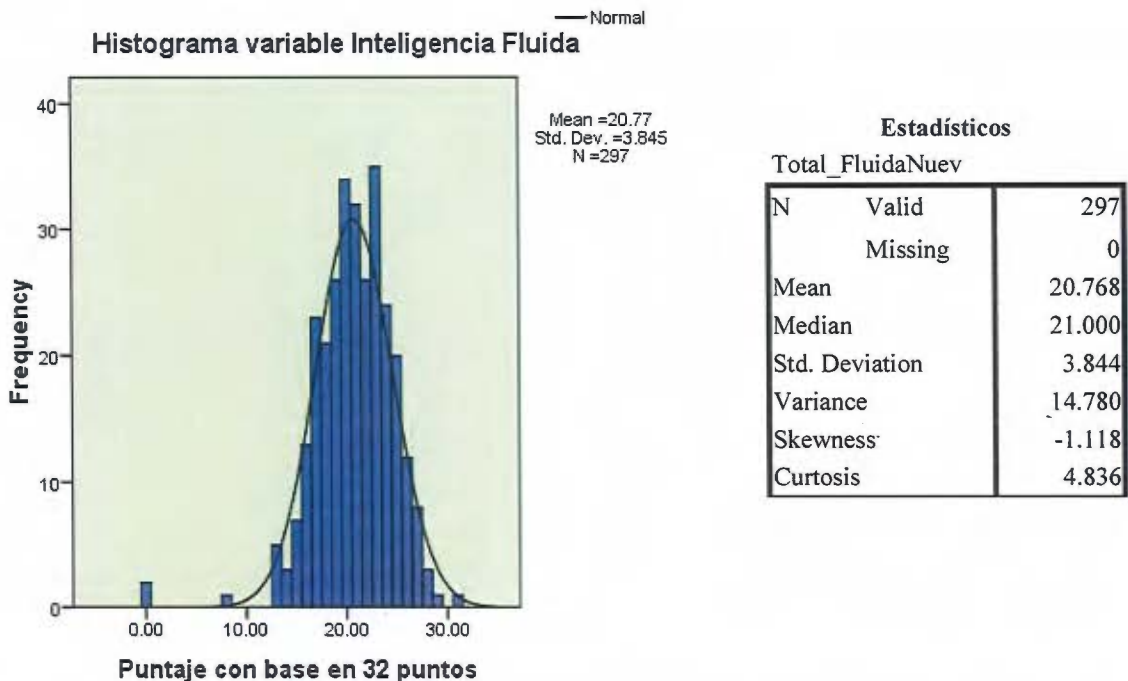


Figura 5. Datos descriptivos de la variable Inteligencia Fluida. Elaboración propia (2016).

De acuerdo con el manual de la Escala 3 de Cattell, el puntaje promedio porcentual de la escala original equivale a 64%. Al analizar los resultados de la Escala 3 con base en los 32 ítems, el puntaje promedio fue 20,48 puntos, equivalente a un 64%; por lo tanto, se obtuvo una puntuación promedio igual a la indicada en el Manual de la Escala 3 de Cattell. En consecuencia, los estudiantes de primer ingreso (2015) a carreras de ingeniería en el ITCR que conformaron la muestra de esta investigación, se encontraban alrededor del puntaje promedio en inteligencia fluida.

3.7.2 Prueba de conocimiento conceptual en matemática (PCCM)

Inicialmente esta prueba estuvo compuesta por 56 ítems, sin embargo, se eliminaron 13 ítems que presentaron alto grado de dificultad para los estudiantes. De acuerdo con la tabla 29 su estructural factorial reflejó ser unidimensional, cuyo primer factor representa el 13,73% del total de la varianza explicada.

Tabla 29. (Ver Anexo 3_PCCM).

El gráfico de sedimentación en la figura 6 (ver Anexo 3_PCCM) sugirió la presencia de un factor, por lo que se determinó que el constructo era unidimensional.

Con el propósito de determinar el grado de consistencia interna de las puntuaciones obtenidas de los estudiantes en la prueba de conocimientos conceptuales matemáticos, se analizó el estadístico alfa de Cronbach, el cual resultó con un valor de 0,846 para los 43 ítems, este valor se consideró aceptable. En la tabla 30 se muestra el nivel de correlación de cada ítem con la prueba total. El ítem 42 obtuvo un valor de 0,189, el cual no fue eliminado por ser un ítem necesario para ser evaluado y además no mejoraba el valor del Alpha al eliminarlo.

Tabla 30. (Ver Anexo 3_PCCM).

De acuerdo con los datos reflejados en la figura 7, se obtuvo un puntaje promedio de 23,73 (D.t: 7,45, Curtosis -0,728, Simetría 0,211), con base en los 43 ítems (un punto por ítem), equivalente a un 55%. Con base en estos resultados se determinó que los estudiantes de primer ingreso a carreras de ingeniería (en el 2015) presentaron un escaso dominio de los conocimientos conceptuales evaluados en la prueba, es decir, las estructuras conceptuales no están bien definidas.

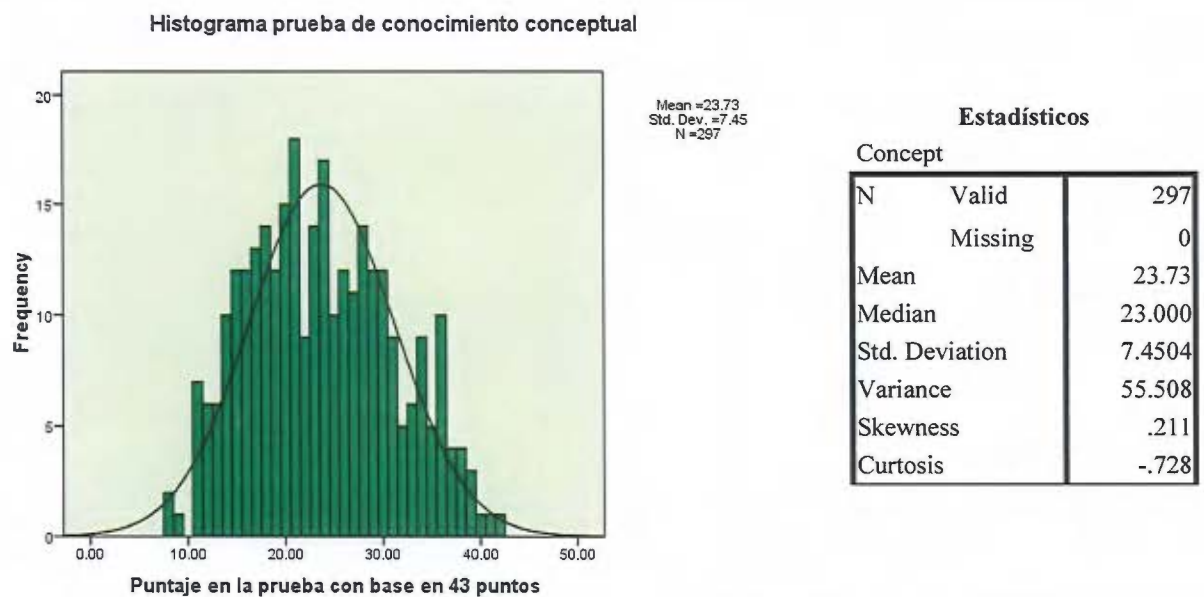


Figura 7. Datos descriptivos del indicador prueba de conocimientos conceptuales.
Elaboración propia (2016).

3.7.3 Prueba sobre los contenidos al primer examen parcial en el curso MA1102 (PCPPC)

Esta prueba tuvo como propósito medir el conocimiento sobre los contenidos de límites y derivadas evaluados del primer examen parcial del curso de Cálculo, se determinó que a mayor puntaje obtenido en las preguntas de desarrollo, mayor dominio de los procesos definidos para su solución. Cada pregunta de desarrollo tenía un puntaje total de 5 puntos, 1 punto por proceso empleado correctamente y 0 puntos si el proceso no se ejecutó correctamente o no lo planteó. En la figura 8 se presenta la tabla con la que se evaluaron los procesos realizados por cada estudiante.

1	Proceso	Puntaje		2	Proceso	Puntaje	
		1	0			1	0
	A. Factorización resta de cubos				F. Derivada de un potencia		
	B. Racionalización				G. Regla de la cadena (derivada cociente)		
	C. Aplicación III fórmula Notable				H. Derivada del coseno		
	D. Simplificación (factorizar)				I. Derivada del sen (2x) Regla de la cadena		
	E. Respuesta correcta (evaluación)				J. Respuesta correcta		
	X. No la hizo				Y. No la hizo		

Figura 8. Diseño de tabla para evaluar preguntas de desarrollo. Elaboración propia (2016).

Posteriormente se calculó la matriz de correlación de Pearson entre los 10 ítems. La prueba KMO resultó con un valor de 0,737 (Bartlett's Test of Sphericity de $1,43 \times 10^3$, $df=45$, significancia de 0.00), lo cual indicó que era aceptable realizar el análisis factorial.

Se realizó un análisis Factorial de Componentes Principales en el que se reflejó una estructura factorial con dos componentes. De acuerdo con la salida obtenida mediante el Software SPSS se obtuvo una varianza total explicada por los factores fue de 61,41%. En la tabla 31 se muestran los resultados suministrados por la salida del software.

Tabla 31. (Ver Anexo 4_ PCPPC).

El gráfico de sedimentación, figura 9 (ver Anexo 4_ PCPPC), sugirió una estructura factorial de dos factores, por lo que se precedió a realizar una rotación oblicua con Promax para definir la estructura de los dos compontes. Con base en la salida que ofrece el SPSS, tabla 32, se obtuvo la matriz patrón que definen cuáles son los ítems para cada factor.

Tabla 32. (Ver Anexo 4_ PCPPC).

Posteriormente se realizó el análisis de consistencia interna de la prueba con base en el estadístico del alfa de Cronbach, el cual resultó con un valor de 0,774 (media: 4,8, D.T.:2,550).

Con base en los datos mostrados en la figura 10, el puntaje promedio en los ítems de desarrollo de la prueba de Cálculo fue de 4,76 (D.t: 2,56, Curtosis: -0,45, simetría: 0,361) con respecto al valor total de 10 puntos, en donde por cada proceso correcto se obtenía un punto.

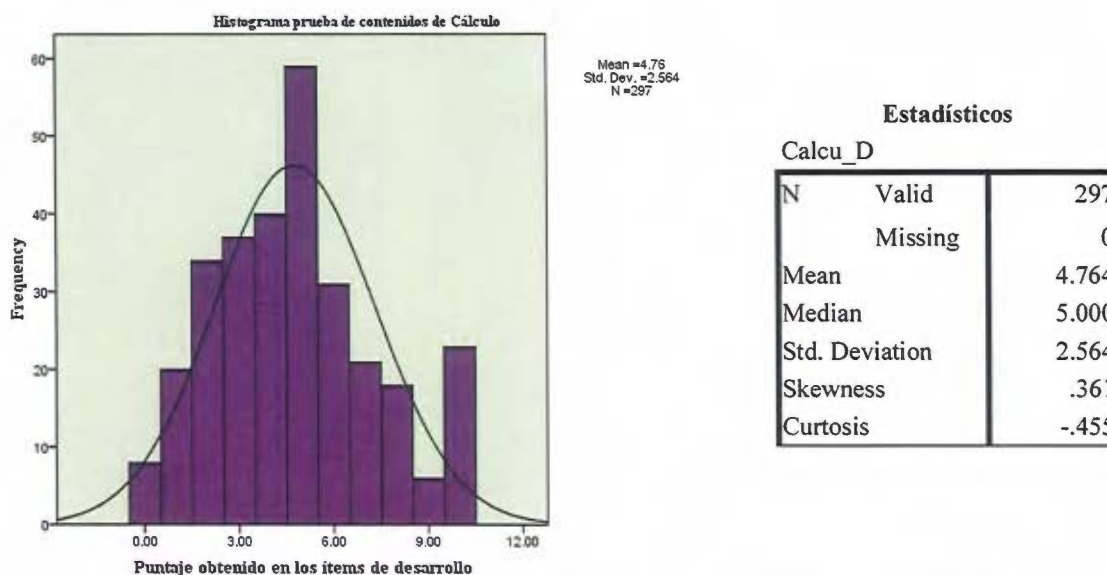


Figura 10. Datos descriptivos de la prueba sobre los contenidos evaluados del primer examen parcial del curso MA1102. Elaboración propia (2017).

3.7.4 Escala de Responsabilidad (ER)

La escala original de responsabilidad estuvo compuesta por 50 ítems; posterior a la aplicación piloto se eliminaron 12 ítems por presentar correlaciones bajas con la totalidad de la escala.

Se realizó un análisis factorial con el propósito de obtener la estructura factorial de la escala. Se recurrió al método de Análisis de Componentes Principales (ACP), después de obtener un KMO de 0,817 (Barlett's Test of Sphericity de $3,288 \times 10^3$, $df=703$, significancia de 0,00), lo que indica que la matriz de correlación de Pearson entre los 38 ítems se adapta bien al análisis factorial.

De acuerdo con el ACP la escala presenta una estructura factorial unidimensional, contraria a la estructura factorial de escala original de 6 factores, representados por las 6 facetas. Este único factor representó el 19,57% del total de la varianza explicada, de igual forma el gráfico de sedimentación sugirió que la escala es unidimensional. En la figura 11 (ver Anexo 5_ER) se observa la estructura factorial de la escala sugerida por el gráfico de sedimentación.

Para efectos del modelo estructural fue necesario que todas las variables estuvieran representadas por indicadores; al ser esta escala unidimensional, se optó por hacer cuatro parcelas, las cuales se obtuvieron agrupando los ítems aleatoriamente mediante el sitio web <https://www.random.org/>. En la tabla 33 se presenta la estructura de las parcelas.

Tabla 33
Parcelas de la Escala de Responsabilidad con 38 ítems

Parcela	Nombre de la parcela	Ítems	Total
P1R	Resp_1	2, 3, 5, 11, 12, 14, 18, 29, 33	9
P2R	Resp_2	1, 13, 16, 19, 24, 31, 35, 37, 38	9
P3R	Resp_3	4, 6, 9, 10, 20, 23, 25, 26, 28, 30	10
P4R	Resp_4	7, 8, 15, 17, 21, 22, 27, 32, 34, 36	10

Fuente: Elaboración propia (2016).

La Escala de Responsabilidad presentó un alfa de Cronbach de 0,878. Por lo que se consideró la escala con una consistencia interna aceptable.

Se obtuvo un puntaje promedio de 141,88 (D.t.:17,11, Curtosis 1,94, Simetria -0,511) con respecto al puntaje total de la escala de 190 puntos. De acuerdo con la figura 12, los estudiantes puntuaron alto en la escala de responsabilidad.

3.7.5 Escala de Ansiedad Matemática (EAM)

Se realizó un ACP, una vez conocido el KMO, con un valor de 0,903 (Bartlett's Test of Sphericity de $3,77 \times 10^3$, $df=276$, significancia 0.000).

Con el propósito de analizar la estructura factorial de la Escala de Ansiedad se utilizó el Método de Componentes Principales, el cual reflejó una estructura factorial de tres componentes, donde la varianza total explicada de los tres factores fue de 56,34%. El gráfico de sedimentación (figura 12, ver Anexo 6_AM) sugirió una estructura factorial de tres factores, conservándose la estructura factorial de la escala original.

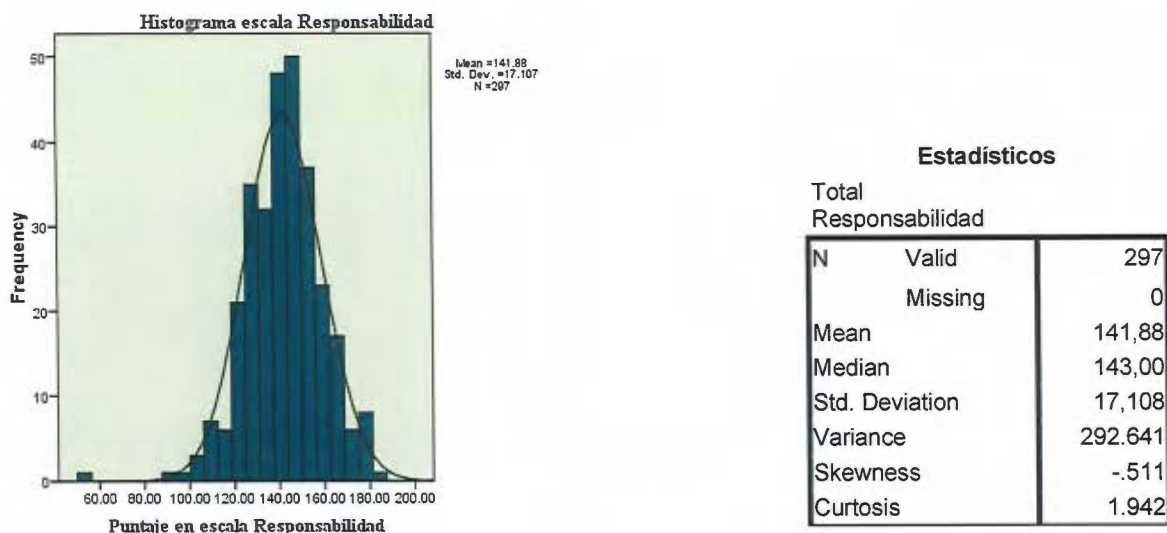


Figura 13. Datos descriptivos en la escala de Responsabilidad. Elaboración propia (2016).

Se procedió a realizar una rotación Promax con el propósito de definir los ítems correspondientes para cada uno de los factores. De acuerdo con la matriz “Pattern Matrix” se obtuvo la estructura factorial de la Escala Ansiedad Matemática, en la tabla 34 se presenta la estructura respectiva.

Tabla 34

Estructura factorial de la Escala Ansiedad Matemática

Factor	Simbología para el factor	Ítems	Total
Ansiedad ante examen	Ans_ex	1, 4, 9, 11, 13, 14, 15, 20	8
Ansiedad para pedir ayuda	Ans_ayu	3, 5, 7, 12, 17, 21, 23, 24	8
Ansiedad para interpretación	Ans_int	2, 6, 8, 10, 16, 18, 19, 22	8

Fuente: Elaboración propia (2016).

En la tabla 35 se desglosan los valores relacionados con la consistencia interna de la escala y de sus respectivos factores.

Tabla 35

Valores estadísticos del alfa de Cronbach para la escala de Ansiedad Matemática

Valor estadístico	Escala Ansiedad Matemática	Ans_ex	Ans_ayu	Ans_int
Alfa de Cronbach	0,910	0,896	0,918	0,784

Fuente: Elaboración propia (2016).

De acuerdo con los datos recopilados (ver figura 14), se obtuvo un puntaje promedio de 58,90 (D.t.: 16,94, Curtosis: -0,61, Simetría: 0,155) de un total de 120 puntos. Se observó que los sujetos puntuaron ligeramente bajo con respecto al 50% del puntaje total de la prueba, por lo que se consideró que los estudiantes tienen baja ansiedad matemática.

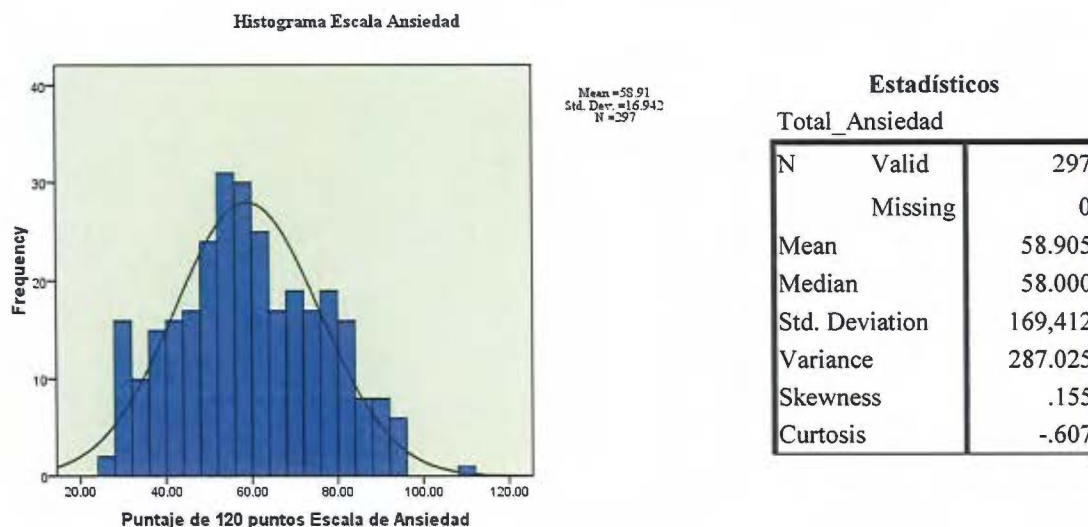


Figura 14. Estadísticos descriptivos de la variable ansiedad matemática. Elaboración propia (2016).

3.7.6 Escala de Autoeficacia (EA)

El análisis factorial identificó una estructura unidimensional (medida de adecuación muestral de KMO 0,836, test de esfericidad de Bartlett $p < 0,005$, determinante de la matriz de correlaciones $< 0,001$) sugerido por el gráfico de sedimentación (figura 15, ver Anexo 7_ EA). La estructura explicó el 43,84% de la varianza.

Se recurrió a la técnica de parcelación de ítems para incorporar todos los ítems de esta escala a través de tres indicadores. Se utilizó esta técnica con el propósito de obtener un modelo SEM más estable y parsimonioso y mejorar el ratio entre la variable y el número de observaciones. Se determinaron tres parcelas de forma aleatoria, en la tabla 36 se presenta la distribución de los ítems por parcelas.

Para evaluar la consistencia interna se obtuvo un valor de alfa de Cronbach de 0,851 para la escala total. Con un puntaje promedio de 46,60 (D.t.: 8,356, Curtosis 1,318, Simetría -0,770).

Tabla 36
Parcelas de la Escala Autoeficacia con sus respectivos ítems

Parcela	Nombre de la parcela	Ítems	Total
P1A	Au_Ef1	3, 7, 8	3
P2A	Au_Ef2	4, 9, 5	3
P3A	Au_Ef3	1, 2, 6, 10	4

Fuente: Elaboración propia (2016).

De acuerdo con los datos suministrados en la figura 16, se observó que los estudiantes puntuaron alto; porcentualmente se obtuvo un puntaje de 77,67%, lo cual indica que los estudiantes muestreados presentan alta autoeficacia general.

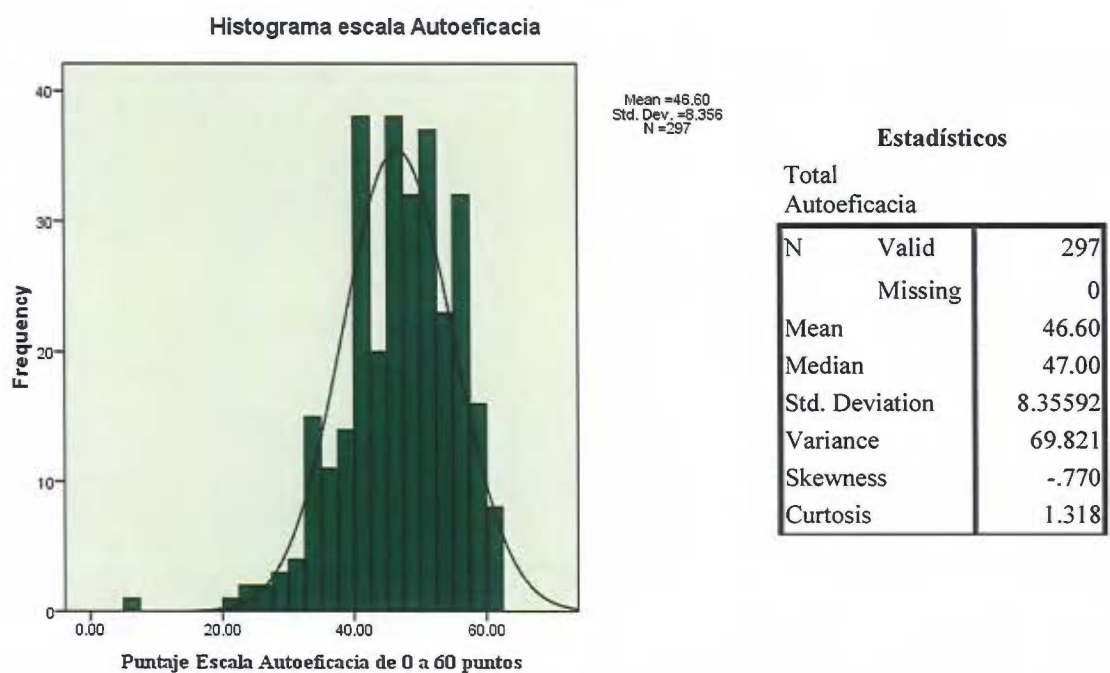


Figura 16. Estadísticos descriptivos de la variable autoeficiacia. Elaboración propia (2016).

3.7.7 Escala de Impulsividad (EI)

En la aplicación piloto esta escala se analizó con 23 ítems. De acuerdo con los datos recopilados en dicha aplicación, la escala reflejó una estructura factorial de dos factores

(igual a la escala original) con un alfa de Cronbach de 0,774. Posteriormente se eliminaron tres ítems por presentar correlaciones inferiores a 0,2 con la escala total. No obstante, en la fase operativa se suministró a los estudiantes la escala de impulsividad con 20 ítems, con un alfa igual a 0,802.

Con base en los 20 ítems evaluados, se identificó una estructura de dos factores (medida de adecuación muestral de KMO 0,801, test de esfericidad de Bartlett $p < 0,005$, determinante de la matriz de correlaciones $< 0,001$) sugerido por el gráfico de sedimentación, figura 17 (ver Anexo 8_IFD). El primer factor explicó un 19,85% y el segundo factor explicó un 12,11%, para un 31,94% del total de la varianza explicada, según los resultados de la tabla 37.

Tabla 37. (Ver Anexo 8_IFD).

No obstante, se realizó una rotación Promax para definir los ítems correspondientes a cada uno de los factores. En la tabla 38 se muestra la estructura factorial sugerida después de la rotación de los ejes mediante el software SPSS, y en la tabla 39 describen con detalle los ítems correspondientes a cada factor.

Tabla 38. (Ver Anexo 8_IFD).

Tabla 39
Desglose de los ítems para cada factor de Impulsividad

Factor	Simbología para el factor	Ítems	Total
Impulsividad Funcional	Imp_F	1, 4, 6, 7, 10, 11, 13, 14, 15, 19	10
Impulsividad Disfuncional	Imp_D	2, 3, 5, 8, 9, 12, 16, 17, 18, 20	10

Fuente: Elaboración propia (2016).

La consistencia interna de la escala con los 20 ítems correspondió a un alfa de Cronbach de 0,770; se obtuvo un alfa de 0,716, con una media de 4,80 (D.t.: 2,538, Curtosis -0,744, simetría 0.110) para el factor de Impulsividad Funcional (Imp_F); y un alfa de 0,751 con una media de 2,53 (D.t.: 2,388, Curtosis -0,510, simetría 0,768) para el factor Impulsividad Disfuncional (Imp_D). En la figura 18 y en la figura 19 se presentan los datos obtenidos según las respuestas de los estudiantes.

En el Anexo 9 se encuentra la Batería de los Test de Personalidad, incluye todas las escalas descritas anteriormente.

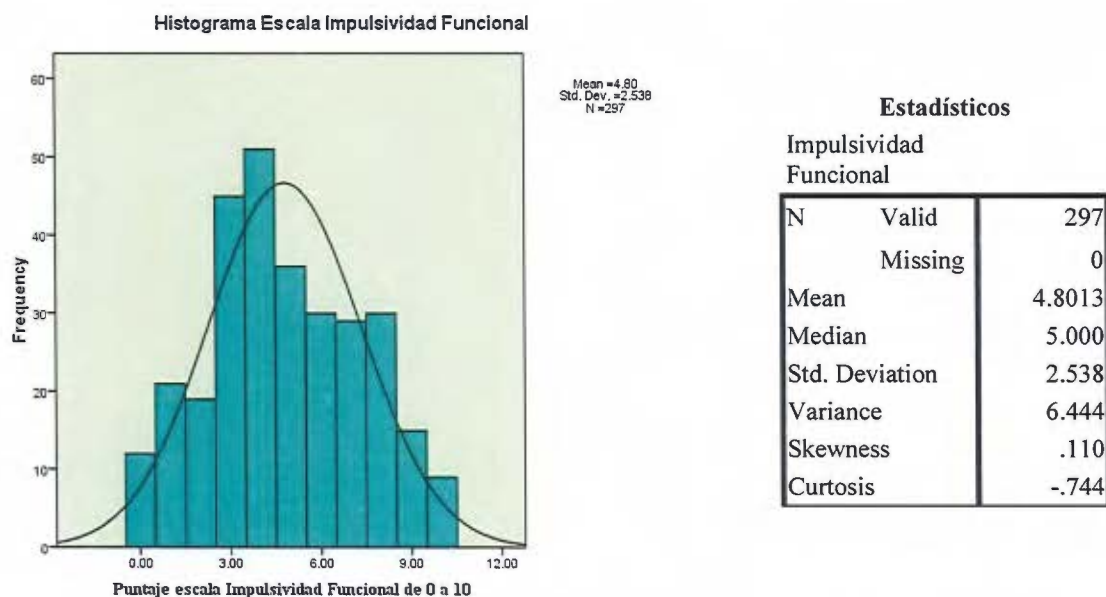


Figura 18. Estadísticos descriptivos de los datos recopilados en la subescala sobre Impulsividad Funcional. Elaboración propia (2016).

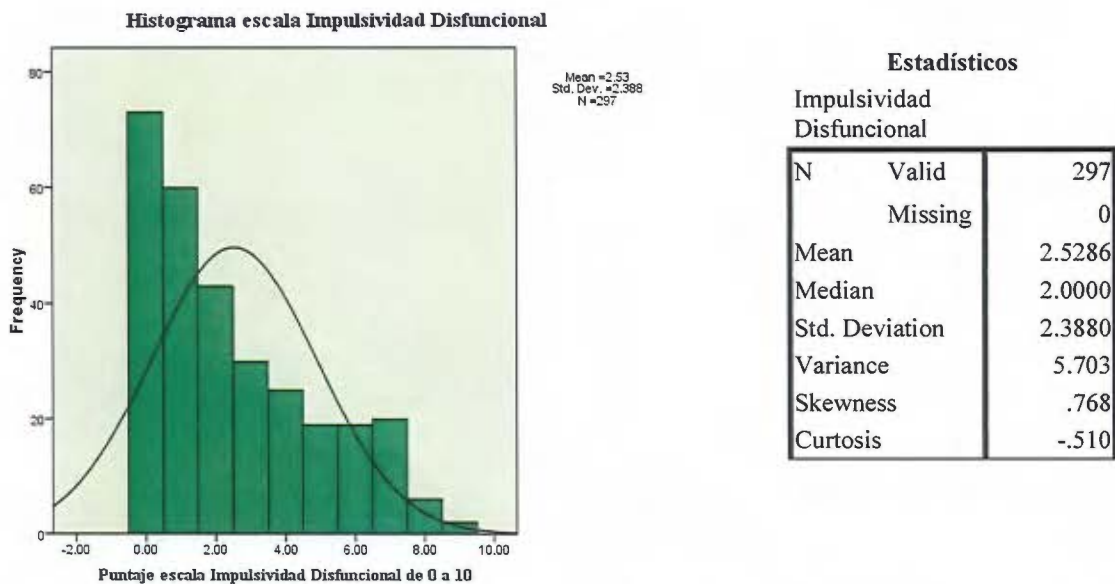


Figura 19. Datos descriptivos de los datos recopilados en la subescala Impulsividad Disfuncional. Elaboración propia (2016).

3.7.8 Sobre los indicadores de Inteligencia Cristalizada

En relación con las medidas de Inteligencia Cristalizada y de Rendimiento Académico, se procedió a analizar los estadísticos y sus histogramas para cada uno de sus indicadores.

La inteligencia cristalizada se midió a través de los puntajes obtenidos en tres tipos de pruebas; una de ellas relacionada con actividades cognitivas verbales y las otras dos relacionadas directamente con conocimientos matemáticos.

La prueba de conocimientos conceptuales matemáticos se analizó anteriormente; los otros dos indicadores correspondieron al puntaje obtenido por los estudiantes en el apartado de razonamiento verbal del examen de admisión del ITCR y al puntaje obtenido en la prueba de bachillerato en matemática.

Indicador sobre razonamiento verbal en prueba de admisión al ITCR

De acuerdo con los puntajes obtenidos en el indicador de inteligencia cristalizada, relacionado con la medición de las habilidades verbales en el examen de admisión al ITCR, se obtuvo un puntaje promedio de 64,39 (D.t.: 12,52, Curtosis -0,276, Simetría -0,138) en una escala de 0 a 100, resultados desglosados en la figura 20. De acuerdo con estos datos, y considerando que obtuvieron en promedio puntajes inferiores a 70, se propone que los estudiantes que respondieron los ítems de razonamiento verbal en la prueba de admisión no han adquirido ciertas habilidades verbales.

Los ítems de razonamiento verbal de la prueba de admisión miden las habilidades sobre comprensión de lectura en textos cortos y largos, además de razonamiento deductivo y semántico (con silogismos) (Blanco, García, Gómez, Moreira y Romero, s.f.). No obstante, en concordancia con Pozo y Pérez (2009), los estudiantes de nuevo ingreso a la universidad se han limitado a la reproducción de lecturas, hacen pocas inferencias y no adoptan una posición crítica frente a los textos; por lo tanto, no están acostumbrados a este tipo de ítems lo que conllevó a puntajes bajos en el apartado de razonamiento verbal.

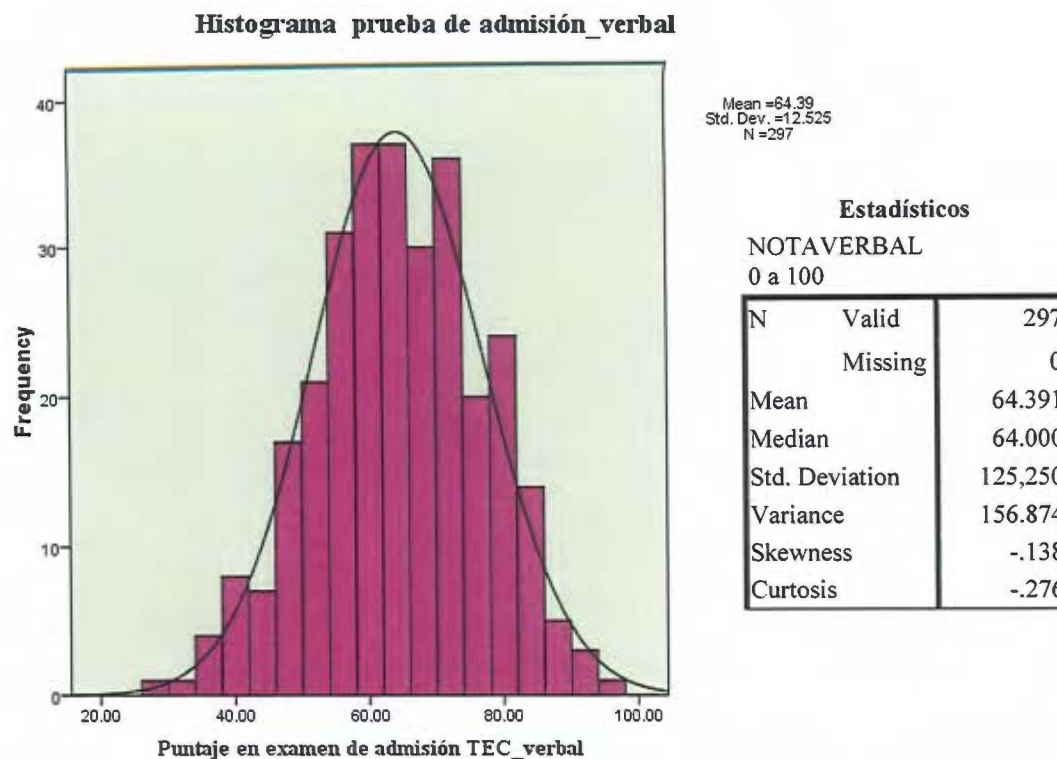


Figura 20. Datos descriptivos del indicador apartado verbal examen admisión del ITCT.
Elaboración propia (2016).

Indicador sobre puntaje en Prueba Nacional de Bachillerato en Matemática 2014

De acuerdo con la figura 21, la nota promedio en la prueba nacional de bachillerato de la muestra fue de 84,89 (D.t.: 17,11, Curtosis 15,96, simetría -3,72). Según estos datos, los puntajes obtenidos fueron altos, por lo que podría haber representado una prueba sencilla para los estudiantes. Estos datos fueron suministrados directamente del MEP (Departamento de Gestión de Calidad), corresponden a los puntajes obtenidos por cada estudiante en la prueba, y no contienen curva. Las respuestas suministradas por los jóvenes fueron revisadas a través de lectora óptica. Los puntajes de cero corresponden a estudiantes extranjeros que no reportaron nota, pero se les reconoció como aprobada esta prueba con los atestados académicos que presentaron; en total fueron 9 extranjeros.

Histograma nota del examen de Bachillerato en Matemática

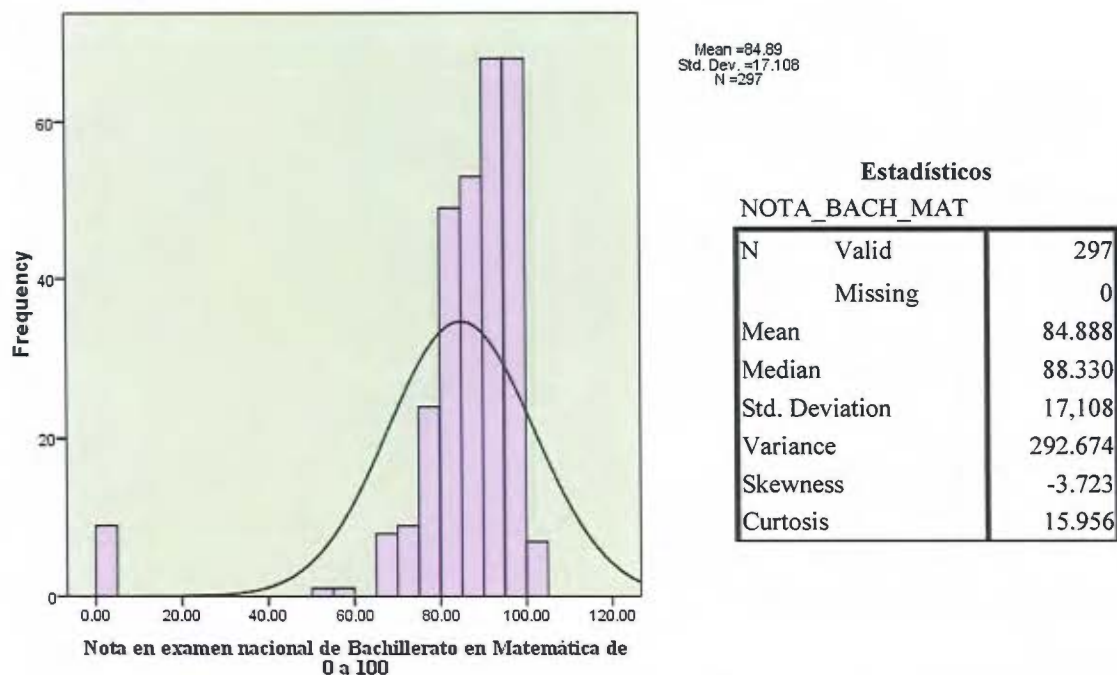


Figura 21. Datos descriptivos del indicador Prueba Nacional de Bachillerato en Matemática 2014. Elaboración propia (2016).

Solo 10 estudiantes obtuvieron notas inferiores a 70 en esta prueba. No obstante, con base en estos datos, se concluyó que los estudiantes que optaron por carreras de ingeniería en el 2015, presentaron habilidades generales aceptables sobre los contenidos inmersos en el Programa de Estudio Matemáticas Ciclo Diversificado aprobado en mayo del 2012; se consideraron aceptables acorde con los parámetros establecidos por el MEP, notas mayores o iguales a 70 son aceptables (MEP, 2014).

3.7.9 Sobre los indicadores de Rendimiento Académico

Con respecto a los indicadores de la variable latente rendimiento académico (RA), se analizaron las notas obtenidas en tres pruebas del curso MA0101, y el puntaje obtenido en la prueba de matemática sobre contenidos de límites y derivadas (prueba construida por la investigadora) contenidos evaluados en el primer examen parcial del curso MA1102.

Indicador sobre I Examen Parcial en el curso MA0101.

De acuerdo con los datos descriptivos reflejados en la figura 22, la nota promedio en el primer examen parcial del curso MA0101 es de 71,92 (D.t.: 16,79, Curtosis, 0109, Simetría -0,611). Esta nota promedio se encuentra ligeramente superior a 70, nota mínima establecida en el programa del curso para aprobar el examen. De acuerdo con los estadísticos de simetría, la prueba no representó mayor dificultad para los estudiantes de la muestra.

No obstante, se consideró que los estudiantes evaluados presentaron un dominio aceptable sobre los contenidos: números reales, racionalización, simplificación de expresiones algebraicas, operaciones con polinomios, factorización de polinomios, ecuaciones con radicales y problemas sobre la aplicación del Teorema de Tales.

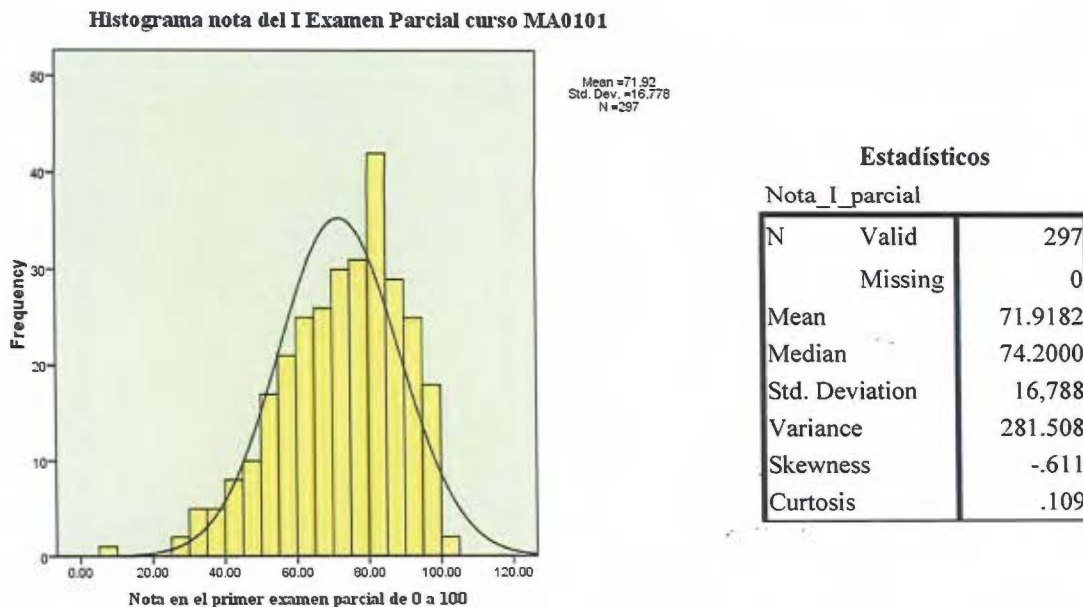


Figura 22. Datos descriptivos del indicador nota del I Examen Parcial curso MA0101. Elaboración propia (2016).

Indicador sobre nota en el II Examen Parcial curso MA0101.

De acuerdo con los datos representados en la figura 23, la nota promedio en el II Examen Parcial del curso MA0101 fue de 83,00 (Curtosis 5,2, simetría -1,223); según el valor del estadístico relacionado con la simetría, la prueba resultó sencilla para los estudiantes de la muestra.

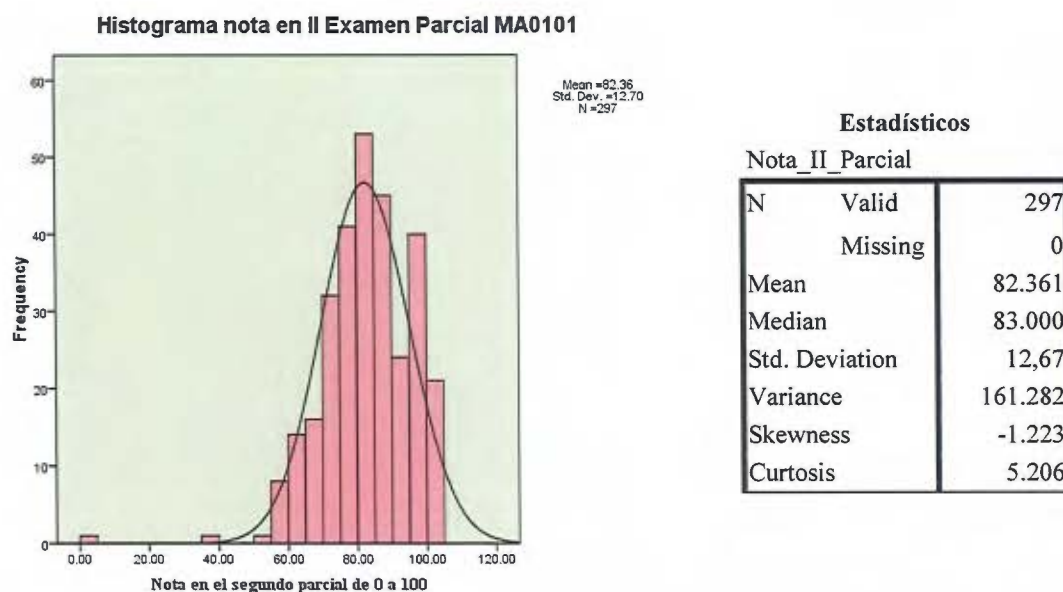


Figura 23. Datos descriptivos del indicador nota del II Examen Parcial curso MA0101. Elaboración propia (2016).

Esta nota promedio fue superior a la obtenida en el I Examen Parcial; por lo general en un primer curso universitario de matemática, se da un fenómeno particular en cuanto al comportamiento de las notas entre el primer y segundo examen parcial para un primer curso de matemática universitaria: la nota en el segundo examen parcial tiende a ser ligeramente superior que la nota del primer examen parcial. En concordancia con Otero, Fanaro y Elichiribehety (2001), solo un porcentaje bajo de estudiantes posea un nivel aceptable de conocimientos matemáticos al primer examen parcial, no obstante, los que aprobaron esta primera evaluación se mantendrán estables y paulatina y positivamente modificando su desempeño global a medida que transcurre el curso.

Los contenidos evaluados en el II Examen Parcial correspondieron a ecuaciones con valor absoluto, inecuaciones con funciones algebraicas, composición de funciones, dominio máximo de funciones, rectas paralelas y perpendiculares, funciones con dominio partido, gráfica de funciones y solución de problemas con funciones cuadráticas. Los temas ecuaciones con valor absoluto e inecuaciones con funciones algebraicas y con dominio partido no fueron contemplados en los temarios oficiales del MEP 2014; por lo que se

concluyó que los estudiantes tenían el potencial de aprendizaje para enfrentarse a nuevos conceptos.

Indicador sobre nota en el III Examen Parcial curso MA0101

De acuerdo con los datos representados en la figura 24, la nota promedio en el III Examen Parcial correspondió a un 72,77 (D.t.: 18,35, Curtosis 1,09, Simetría -0,706), en una escala de 0 a 100. Se observó que los contenidos evaluados en este examen probablemente representaron un nivel de complejidad mayor que los contenidos del segundo examen parcial.

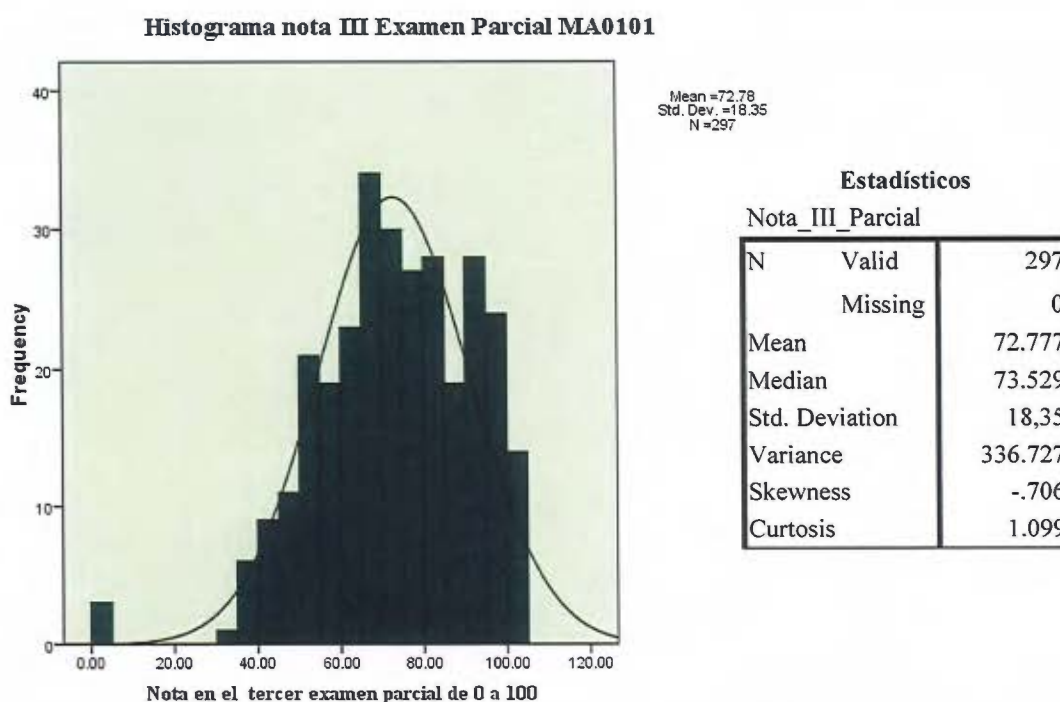


Figura 24. Datos descriptivos del indicador nota del III Examen Parcial curso MA0101. Elaboración propia (2016).

Al analizar los contenidos evaluados, se observó que la mayoría de ellos no fueron estudiados en la secundaria, por ejemplo, el tema de identidades y solución de problemas con razones trigonométricas no está contemplado en los programas del MEP, por lo que se consideró que esta situación podría justificar la baja en el rendimiento en esta prueba parcial.

Los temas evaluados fueron funciones exponenciales, ecuaciones exponenciales y logarítmicas, ecuaciones trigonométricas, funciones inversas, composición de funciones,

ecuaciones logarítmicas, solución de problemas con razones trigonométricas e identidades trigonométricas. Todos estos contenidos requieren de un vasto dominio del tema de funciones, el cual demanda del pensamiento matemático abstracto.

Indicador sobre porcentaje de quices y otros en el curso MA0101

Con base en los datos reflejados en la figura 25, en el indicador porcentaje de quices y otros, se obtuvo en promedio una nota de 20,06 (D.t: 20,06, Curtosis 4,8, Simetría -0,808). En promedio los estudiantes se beneficiaron con este porcentaje; aunque cabe aclarar que para unos grupos este porcentaje estuvo compuesto solo por quices (pruebas cortas), mientras que para otros grupos, por quices y tareas cortas.

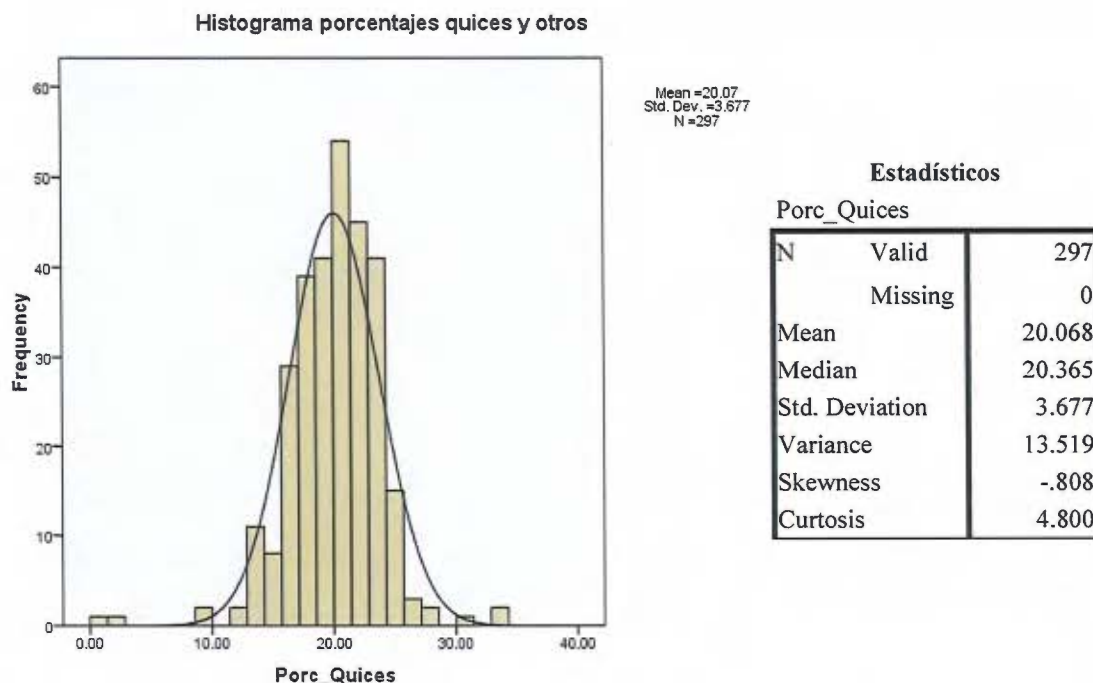


Figura 25. Datos descriptivos del indicador nota en quices y otros en el curso MA0101. Elaboración propia (2016).

Indicador sobre porcentaje puntaje en prueba sobre contenidos al primer examen parcial del curso MA1102

De acuerdo con los datos reflejados en la figura 26, en el indicador relacionado con la prueba de desarrollo de cálculo, se obtuvo un puntaje promedio de 4,76 (D.t.: 2,46, Curtosis -0,45, Simetría 0,361) del total correspondiente a 10 puntos. Los estudiantes puntuaron bajo

en los ítems de desarrollo; cada ítem de desarrollo consistió en la medición de cinco procesos mentales, se evaluó si cumplía o no con el proceso (“1” hizo el proceso, “0” no hizo el proceso).

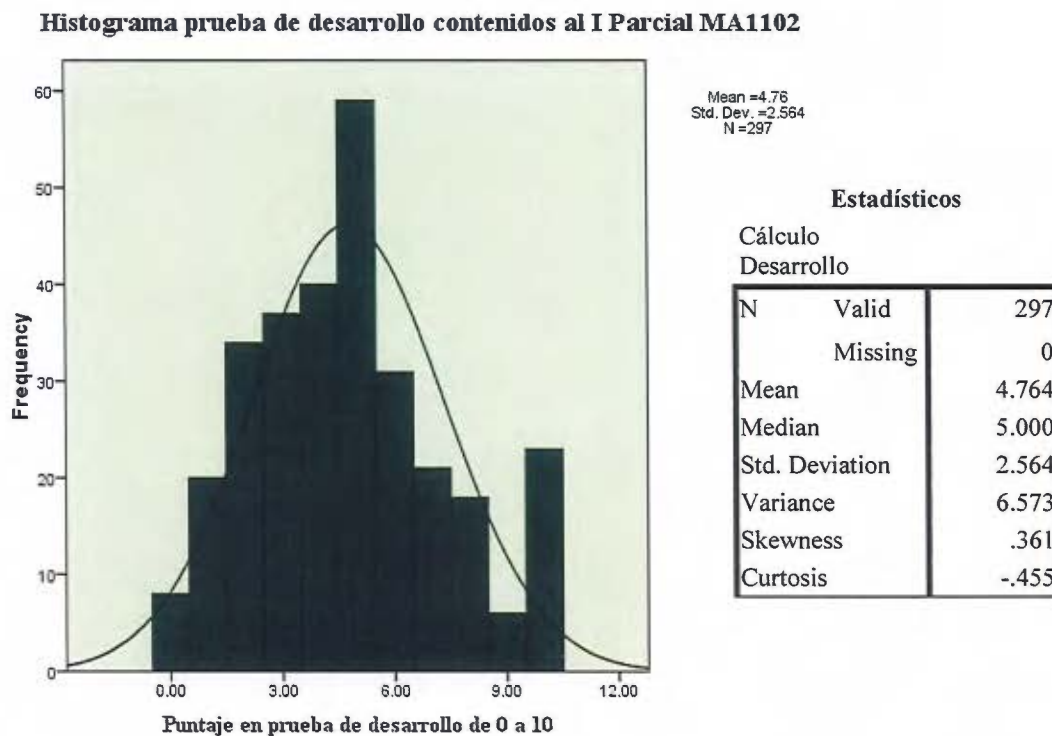


Figura 26. Datos descriptivos del indicador puntaje en prueba al primer examen parcial del curso MA1102. Elaboración propia (2016).

Se observó que la mayoría de los estudiantes cumplieron con el total de los procesos del ejercicio de desarrollo 1, relacionado con límites; en tanto que en el ejercicio 2, relacionado con cálculo de derivadas, la mayor parte de los estudiantes no lo completaban o no lo resolvían. Debido a esta situación se presumió que el contenido evaluado en el tema de derivadas aún no había sido dominado por la mayoría de los estudiantes del curso de MA1102.

3.8. Modelos de ecuaciones estructurales: análisis de datos

Con el propósito de alcanzar un nivel explicativo se recurrió a técnicas descriptivas e inferenciales y a modelos estadísticos, de manera que permitieran generar evidencias

empíricas para un caso particular sobre la posible relación de causalidad entre inteligencia fluida y el rendimiento en cursos iniciales de matemática de educación superior. Por lo tanto, el análisis de los datos se realizó a partir de técnicas multivariantes como el Análisis Factorial y los modelos de Ecuaciones Estructurales (SEM, *Structural Equation Model*, por sus siglas en inglés), (Cea D'Ancona, 2002; Kaplan, D. 2009; Mulaik, 2009; Schumacker y Lomax, 2010).

Predecir o explicar el rendimiento académico en los primeros cursos de matemática en la Educación Superior, a partir de la variable de interés (inteligencia fluida) y controlando variables de conocimientos conceptuales matemáticos básicos y de personalidad, requirió de un modelo teórico y del uso de una metodología que permitieron inferir las relaciones causales a partir de las relaciones observadas entre variables, por lo que se realizó un análisis multivariable con Modelos de Ecuaciones Estructurales (SEM).

Se recogió la evidencia necesaria para verificar la hipótesis de investigación: los estudiantes de primer ingreso a la educación superior con niveles altos de inteligencia fluida, al controlar posibles efectos de otras variables, tendrán mejor rendimiento académico en cursos iniciales de matemática que estudiantes con niveles menores de inteligencia fluida.

Los SEM postulan relaciones explicativas entre los constructos, a partir de la generación de evidencia empírica. Estos modelos son vistos como una técnica de análisis estadístico multivariable utilizada para contrastar modelos que proponen relaciones causales entre las variables (Cea D'Ancona, 2002). Estos modelos contemplan la existencia de errores de medida en las observaciones obtenidas de la realidad, lo cual es reconocido como una característica particular. Habitualmente incluyen múltiples variables observables y múltiples variables no observables (latentes) (Cea D'Ancona, 2002; Kaplan, D. 2009; Mulaik, 2009; Schumacker y Lomax, 2010; Batista y Coenders, 2012).

Con respecto a su estimación, los modelos de ecuaciones estructurales se basan en las correlaciones existentes entre las variables medidas en una muestra de sujetos de manera transversal o longitudinal. Este hecho hace especialmente atractivos estos modelos.

El principal aporte que realiza el SEM consiste en permitir al investigador evaluar modelos teóricos, convirtiéndose en una de las herramientas más potentes para el estudio de relaciones causales sobre datos no experimentales (Batista y Coenders, 2012).

Antes de iniciar el proceso de estimación del modelo SEM para cada una de las variables incluidas en el análisis se determinaron algunos estadísticos descriptivos univariados: la media, la desviación típica y el número de casos válidos para el análisis (se considera como base la matriz de varianzas-covarianzas) sobre las puntuaciones medias totales para los diferentes test.

Para tener una idea sobre el grado de relación existente entre las variables, además de la matriz de varianzas-covarianzas, se consideró el nivel crítico unilateral asociado a cada coeficiente de correlación; un nivel crítico menor que 0,05 indica que la correlación poblacional entre el correspondiente par de variables puede ser significativamente distinta de cero, por lo cual es recomendable encontrar niveles críticos bajos.

3.8.1 Diseño del Modelo de Ecuaciones Estructurales

A partir del modelo teórico causal, se procedió a la construcción del modelo estructural, el cual contempla las siguientes etapas: especificación, estimación, identificación y evaluación del modelo.

3.8.2 Especificación del modelo causal inicial a partir del modelo teórico de medición

En la etapa de especificación del modelo se plantearon las ecuaciones matemáticas relacionadas con los efectos causales de las variables latentes y a las expresiones que las relacionan con los indicadores (variables observables). Se formularon parámetros libres y fijos, a los fijos se le asignó un valor de uno. Para la especificación de los supuestos estadísticos, con respecto a las fuentes de variación y a la forma de distribución conjunta, se consideró normalidad multivariante.

La especificación del modelo incluyó una representación gráfica de la estructura teórica o modelo causal inicial (de acuerdo con la teoría y estudios empíricos analizados); a esta representación se le conoce como “*Path Diagrams*” (o diagrama de senderos). El “*Path Diagrams*” ordena la representación matemática del modelo investigado y requiere de una notación gráfica especial; con esta representación se formuló la matriz reproducida que será

comparada con la matriz derivada de los datos recopilados. En la figura 27 se detalla la notación gráfica utilizada.








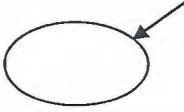
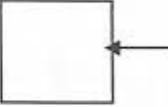



Representación gráfica		Descripción
		Variable latente
		Variable observada
		Sendero unidireccional
		Error en la variable latente
		Medida del error en la variable observada
		Correlación entre variables

Figura 27. Representaciones gráficas en el modelo estructural
Fuente: Raykov y Marcoulides (2000).

3.8.3 Aspectos técnicos para la representación gráfica y las ecuaciones estructurales

Los modelos de ecuaciones estructurales se dividen en dos sub-modelos: modelo de medida y modelo de relaciones estructurales. Para efectos de esta investigación, en el modelo de medida la relación de cada variable latente, con sus respectivos indicadores, se expresó con base en las relaciones especificadas en el modelo teórico y considerando los errores asociados a las mediciones.

En la tabla 40 se describen todos los símbolos utilizados en el modelo estructural.

Tabla 40
Simbología correspondiente al modelo estructural y al modelo de medición con su respectiva definición

Modelo estructural				
Matriz	Coefficiente	Nombre	Dimensión	Definición
B	β_{ji}	Beta	p x q	Relación entre las variables endógenas
Γ	γ_{ji}	Gamma	p x q	Relación entre las variables latentes exógenas (ξ) con las endógenas (η)
Φ	ϕ_{ii}	Phi	p x p	Correlaciones (matriz de varianzas-covarianzas) entre variables latentes exógenas (ξ)
Ψ	ψ_{jj}	Psi	q x q	Matriz de varianzas-covarianzas de los términos de perturbación (ζ)
Modelo de medición				
Λ_x	λ_{pi}^x	Lambda-X	p x i	Coefficientes factoriales de X en ξ
Λ_y	λ_{qj}^y	Lambda-Y	q x j	Coefficientes factoriales de Y en η
Θ_δ	δ_{pp}	Theta-delta	p x p	Matriz de varianzas-covarianzas de los errores de medición de X (δ)
Θ_ε	ε_{qq}	Theta-épsilon	q x q	Matriz de varianzas-covarianzas de los errores de medición Y (ε)

Nota: Adaptación de Cea D'Ancona, 2002. Simbología: "q" expresa el número de indicadores endógenos o dependientes; "p" el número de indicadores exógenos o predictores; "i" el número de constructos o variable latentes exógenas; "j" el número de constructos o variables latentes endógenas.

En relación con la notación para las variables, estas se describen en la tabla 41.

Tabla 41
Simbología correspondiente a los coeficientes presentes con su respectiva definición

Coefficiente	Nombre	Dimensión	Definición
η	Eta	q x 1	Variable latente endógena
ξ	Xi	p x 1	Variable latente exógena
ζ	Zeta	q x 1	Errores de variables latentes endógenas η
Y	-	q x 1	Indicador de η
X	-	p x 1	Indicador de ξ
ε	Épsilon	q x 1	Errores de medición de Y
δ	Delta	p x q	Errores de medición de X

Fuente: Cea D'Ancona (2002)

Las relaciones estructurales entre variables latentes se describieron por medio de ecuaciones estructurales lineales, las cuales expresaron la estructura causal entre las variables según el modelo teórico. Existen tantas ecuaciones como constructos endógenos explicados

por otras variables exógenas, su ecuación general está determinada por la ecuación 1 (Maruyama, G.M., 1997).

$$\eta = B\eta + \Gamma \xi + \zeta \quad \text{Ecuación 1}$$

En donde Γ es la matriz de peso de los coeficientes de regresiones parciales exógenos relativos a las variables endógenas; β es la matriz de peso de los coeficientes de regresión parcial interrelacionados con las variables endógenas; y ζ es el vector de residuos para las variables latentes endógenas.

Las ecuaciones del modelo de medida se representaron por las ecuaciones 2 y 3.

$$Y = \Lambda_y \eta + \varepsilon \quad \text{Ecuación 2}$$

En donde Λ_y es la matriz factorial relacionada con las variables endógenas observadas para las variables latentes endógenas; η es un vector de las variables latentes endógenas; y ε es el vector de residuos de las variables observadas.

$$X = \Lambda_x \xi + \delta \quad \text{Ecuación 3}$$

En la que Λ_x es la matriz factorial relacionada con las variables exógenas observadas para las variables atentes endógenas; ξ es el vector de las variables exógenas observadas; y δ es el vector de residuos para las variables observadas.

Cabe señalar que en la representación gráfica del modelo estructural los óvalos representan las variables latentes (constructos) y los cuadrados representan las variables observadas, que en conjunto conforman la dimensionalidad del modelo estructural. Las flechas unidireccionales (apuntan en una sola dirección) representan las líneas de influencia (efecto) de las variables latentes sobre las variables observadas (Raykov y Marcoulides, 2000).

Las flechas unidireccionales ubicadas a un lado de los recuadros representan los términos de error que influyen en la variabilidad única asociadas a cada variable observada.

La hipótesis fundamental del modelo consiste en reproducir la matriz de covarianzas poblacional exactamente a partir de la combinación de los parámetros del modelo, representada por la siguiente hipótesis nula:

$$H_0 : \Sigma = \Sigma(\theta)$$

En donde Σ es la matriz de varianzas-covarianzas poblacional entre las variables observadas; θ es un vector que contiene los parámetros del modelo; $\Sigma(\theta)$ es la matriz de varianzas y covarianzas que resulta como una función de los parámetros contenidos en el vector θ .

Para someter el modelo de especificación a prueba, se utilizó el programa LISREL 8.8.

3.8.4 Identificación del modelo

En la aplicación de los modelos estructurales, es importante destacar que estos tienen –por finalidad la estimación de los parámetros desconocidos del modelo especificado, con el propósito de contrastarlos estadísticamente. La identificación del modelo consiste en estudiar las condiciones que garantizan la unicidad en la determinación de los parámetros, es decir, si se asume que la especificación del modelo es correcta, entonces se puede derivar de manera única las varianzas y covarianzas. No obstante, la identificación del modelo implica “determinar si las covarianzas entre las variables observables facilitan la información suficiente para estimar unívocamente los parámetros del modelo” (Batista y Coenders, 2012, p. 67).

Los modelos estructurales pueden ser nunca identificados, posiblemente identificados o posiblemente sobre-identificados, dependerá del valor de gl (grados de libertad), el cual se calcula mediante la fórmula 1.

$$gl = \frac{[(\text{número de variable observadas}) \times (\text{número de variable} + 1)]}{2} \quad \text{Fórmula 1}$$

Los grados de libertad introducen restricciones en el espacio de las posibles matrices de covarianzas, afecta la estimación del modelo (hallar el vector θ que proporcione una matriz $\Sigma(\theta)$ próxima a Σ) y permite contratar la adecuación del modelo.

Si $gl < 0$ se tiene un modelo no identificado, por lo que los parámetros podrían tomar infinitos valores, es decir los parámetros son indeterminados. Si $gl = 0$ el modelo es identificado, en los que podría existir una única solución para los parámetros que iguale la matriz de covarianzas observada e implicada, se consideran lejos de la realidad al proporcionar un ajuste perfecto a los datos. Si $gl > 0$ se tiene un modelo sobre-identificado, es decir, incluyen menos parámetros que varianzas y covarianzas, lo cual indica que puede

existir una única solución que minimice las discrepancias entre ambas matrices y son los únicos modelos que pueden ser contrastados a partir de los datos.

Por lo tanto, se busca un modelo con $gl > 0$ -modelo sobre-identificado-, porque presenta más información en la matriz de datos, lo que implica un ajuste aceptable con mayor grado de libertad, y garantiza posiblemente un modelo generalizable. Para efectos de esta investigación se esperó obtener un modelo sobre-identificado (más parsimonioso).

3.8.5 Comprobación de los supuestos básicos

En relación con el tamaño de la muestra, se estableció una muestra mayor a los 200 sujetos, ya que es considerado ideal para cualquier procedimiento de estimación de parámetros; también se recomienda que exista como mínimo 10 veces más sujetos que variables observadas (Cea D'Ancona, 2002; Mulaik, 2009).

Con respecto al supuesto de normalidad multivariable, se consideró necesario garantizar su existencia con la estimación de máxima verosimilitud (ML), ya que con ML se buscan los parámetros que hacen más verosímiles las respuestas de los examinados y se asume que la distribución de las variables es multivariada normal (Cea D'Ancona, 2002; Kaplan, D. 2009; Mulaik, 2009; Schumacker y Lomax, 2010).

En cuanto a la continuidad de las variables observadas y latentes, se estableció el uso de la matriz de varianzas y covarianzas por la existencia de variables tipo ordinal y continua (Mulaik, 2009).

En relación con el supuesto de ausencia de colinealidad entre las variables, donde colinealidad se refiere a la existencia de correlación entre las variables independientes, esta debe ser mínima (ausente) cuando se utilizan modelos estructurales para evitar su efecto negativo en los errores típicos de los coeficientes de las variables (Cea D'Ancona, 2002).

3.8.6. Tratamiento de los casos sin respuesta

- Con el objetivo de perder el mínimo de información y que no repercutiera en el tamaño muestral, se decidió eliminar los casos que no presentaban datos en algunas de las variables que se midieron en la muestra efectiva (297 sujetos). Cabe aclarar por qué se eliminaron los casos faltantes en lugar de imputarlos; imputar los datos faltantes hubiera implicado sustituirlos por la media de los valores existentes, o por sustitución de contraste.

Empero, se requería que la muestra efectiva contara con los datos reales obtenidos a partir de la aplicación de las pruebas durante el I-2015 (las pruebas IF y PCCM aplicadas el primer día de clases; y datos de los mismos 297 sujetos en las pruebas sobre ansiedad, responsabilidad, autoeficacia e impulsividad en el transcurso del semestre); además, se requería la información completa para estos mismos 297 sujetos sobre las notas de exámenes parciales, quices (pruebas cortas) y notas finales del curso ME0101 que matricularon el curso de Cálculo; la información del MEP en relación con el puntaje obtenido en prueba de Bachillerato en Matemática; y la información del puntaje obtenido en el Examen de Admisión al ITCR.

3.8.7 Elección de la matriz de datos: varianzas-covarianzas

Se consideró la matriz de varianzas-covarianzas para la interpretación del modelo de ecuaciones estructurales, pues brinda más información (más grados de libertad) y siempre puede generar la solución completamente estandarizada con el objeto de comparar las magnitudes de los coeficientes (Cea D'Ancona, 2002; Kaplan, D. 2009; Mulaik, 2009; Schumacker y Lomax, 2000).

3.8.8 Estimación del Modelo Empírico

Se buscó estimar los parámetros especificados libres en el modelo teórico, con la finalidad de minimizar la diferencia entre cada elemento de la matriz de varianzas-covarianzas observada, identificada como "S" y la matriz predictora identificada como " $\hat{\Sigma}$ ". La diferencia entre ambas matrices se determinó mediante el método de estimación Máxima Verosimilitud (ML). Se consideró la ML como la "función de ajuste que maximiza la probabilidad de parámetros a partir de datos empíricos" (Cea D'Ancona, 2002, p. 553); con este estimador se trató de minimizar las discrepancias entre la matriz de varianzas-covarianzas y la predicha, para lo cual se utilizó la función matemática de la fórmula 2:

$$F_{ML} = (S : \hat{\Sigma}) = \log|S| - \log|\hat{\Sigma}| + tr \left[(S) (\hat{\Sigma}^{-1}) \right] - K \quad \text{Fórmula 2}$$

En donde "log" es la función logarítmica natural y " $\log|S|$ " el logaritmo del determinante de la matriz de varianzas-covarianzas muestral; "K" corresponde al orden de la matriz de varianzas-covarianzas muestral definido como "p + q" (p variables exógenas y q variables endógenas).

3.8.9 Evaluación del Modelo

Una vez estimados los parámetros se procedió con la evaluación del modelo empírico, se buscó que tuviera significado lógico sustantivo y que fuera estadísticamente significativo. Se tomó como referente el modelo teórico y se analizó que el modelo cumpliera con los supuestos básicos en el modelado de las ecuaciones estructurales; que las varianzas de los errores no fueran negativas o no significativas en cualquiera de los constructos; se examinó que los signos de los parámetros tuvieran un sentido lógico y sustantivo (coeficientes no mayores a 1); además, se analizaron los errores típicos muy elevados o bajos.

La significancia estadística de los parámetros se determinó mediante los valores t , conocidos como razones críticas. Este valor t es el cociente entre el parámetro calculado y el error típico de este (debe ser bajo, pero no cercano a cero), se calculó a través de la fórmula matemática:

$$t = \frac{\hat{P}_i}{e_{\hat{P}_i}}$$

Donde “ \hat{P}_i ” es el parámetro estimado; “ $e_{\hat{P}_i}$ ” es el error típico de la estimación.

3.8.10 Ajuste del modelo global

A partir del modelo teórico definido se estimó un conjunto de coeficientes que se aproximaron a las varianzas y covarianzas observadas. Con base en la matriz residual (diferencias entre la matriz de varianzas y covarianzas observada y la predicha), se determinó el nivel de ajuste del modelo a los datos observados. Para comprobar la equivalencia entre la matriz predicha y la matriz observada se recurrió al análisis de los índices de ajuste global, los cuales se concentran en tres grupos genéricos: de ajuste absoluto, de ajuste incremental y de ajuste de parsimonia. En la tabla 42 se describen los símbolos de los índices de ajuste y la definición de su medición y sus respectivos parámetros.

Tabla 42

Descripción de los índices de ajuste global con sus respectivos parámetros

Índices de ajuste absoluto			
Comprueban el ajuste global del modelo de ecuaciones estructurales.			
Símbolo	Nombre	Medición	Parámetros *
χ^2	Índice de razón de verosimilitud	Mide la diferencia entre ambas matrices (observada y predicha), ajusta por grados de libertad.	Cercano a cero el ajuste es perfecto
GFI	Índice de bondad de ajuste	Medida de la cantidad relativa de varianzas y covarianzas en "S" explicado por el modelo predicho " $\hat{\Sigma}$ ". Comparación de modelos diferentes con los mismos datos.	$0 < GFI < 1$ $GFI > 90$ aceptable
RMSR	Raíz cuadrada de la medida de residuos cuadrados	Representa la raíz cuadrada del promedio de los residuos cuadrados bajo el supuesto que el modelo es correcto.	Igual a cero el ajuste es perfecto $RMSR \leq 0,08$
Índices de ajuste incremental			
Compara el modelo propuesto con base en el modelo nulo o de independencia, el cual se caracteriza por no especificar ninguna relación entre las variables.			
Símbolo	Nombre	Medición	Parámetros *
NNFI	Índice de ajuste no normado (Tucker-Lewis)	"Cuantifica el grado al que un modelo particular es una mejora sobre un modelo nulo" (Cea D'Ancona, 2002, p.574).	$0 < NNFI < 1$ $NNFI \geq 0,90$ se considera que el modelo propuesto tiene buen ajuste
NFI	Índice de ajuste normal	Al utilizar un modelo nulo como modelo base, el NFI refleja la proporción de la covarianza total entre las variables observadas explicada por un modelo propuesto.	$0 < NFI < 1$ $NFI \geq 0,90$ buen ajuste
CFI	Índice de ajuste comparativo	Compara la estructura de covarianzas del modelo de medición contra una situación hipotética donde no existe relación alguna entre las variables observadas.	$0 < CFI < 1$ $CFI \geq 0,95$ buen ajuste
Índices de ajuste de parsimonia			
Considera la parsimonia en la valoración del modelo global. Busca un modelo sencillo que incluya pocos parámetros y muchos grados de libertad.			
Símbolo	Nombre	Medición	Parámetros *
AGFI	Índice de bondad de ajuste ajustado	Compara los grados de libertad del modelo propuesto con los grados de libertad del modelo nulo.	$0 < AGFI < 1$ $AGFI \geq 90$ buen ajuste
RMSEA	Error de la raíz cuadrada media de aproximación	Refleja una diferencia absoluta entre el modelo propuesto y los datos observados.	$RMSEA$ cercano a cero mejor ajuste. $0,05 < RMSEA < 0,08$ razonable
AIC	Criterio de información de Akaike	Sirve para comparar modelos con distintos valores en los parámetros estimados.	AIC pequeño mejor es el ajuste del modelo.

Nota: *Valores referenciales más comunes en investigación social (Cea D'Ancona, 2002; Kaplan, D. 2009; Mulaik, 2009; Schumacker y Lomax, 2010)

3.8.11 Evaluación del modelo estructural

La evaluación del modelo estructural consistió en la interpretación de los parámetros estimados. En el proceso de evaluación se consideraron los errores típicos y los valores t correspondientes a cada coeficiente; la significancia estadística de los coeficientes se comprobó mediante los valores t al nivel de significación de 0,05.

3.8.12 Evaluación del modelo de medición: validez y fiabilidad

El proceso de validez para el modelo de medición se llevó a cabo de acuerdo con la definición de validez propuesta por Bollen (1989), adecuada para modelos de ecuaciones estructurales.

Coefficientes no estandarizados " λ_{ij} " que miden la relación estructural entre cada " X_i " y " ξ_j ". Estos coeficientes proporcionan el cambio esperado en " X_i " por un cambio de una unidad " ξ_j ".

Los coeficientes estandarizados se definen como " λ_{ij}^S ": $\lambda_{ij}^S = \lambda_{ij} \sqrt{\frac{\phi_{ij}}{\hat{\sigma}_{X_i}^2}}$ cantidad de veces la razón de las desviaciones típicas para la variable latente " ξ_j " y la variable observada " X_i ". Expresa el número espera de unidad de desviación típica que " X_i " cambia por cada cambio en una unidad de desviación típica de " ξ_j ".

Con respecto a la fiabilidad de las medidas, se utilizó el método de consistencia interna alfa de Cronbach. Este estadístico estudia la concordancia ente las puntuaciones de las personas (respuestas) y las partes elementales del test (los ítems); expresa en qué grado las medidas que obtenemos de las personas dependen de los ítems aplicados (Abad, Olea, Ponsoda y García, 2011). Se calcula con base en la fórmula 3.

$$\alpha = \frac{J}{J-1} \left[1 - \frac{\sum S_{X_j}^2}{S_v^2} \right] \quad \text{Fórmula 3}$$

J : número de ítems

$\sum_j S_{x_j}^2$: es la suma de las varianzas de los ítems

S_x^2 : es la suma de las varianzas y las covarianzas de los ítems

$$S_x^2 = \sum_j S_{x_j}^2 + \sum_{j \neq j'} S_{x_j x_{j'}}$$

Se consideró valores fiables para el alfa a partir de 0,8.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS

El modelo de ecuaciones estructurales (SEM) tiene la capacidad de estimar y evaluar la relación entre constructos no observables (conocidos como variables latentes) y, además, emplea múltiples medidas (indicadores) que representan al constructo y controla el error de medición presente en cada variable del modelo.

Con estos modelos es posible seleccionar hipótesis causales relevantes, las cuales son sustentadas por evidencia empírica; para efectos de esta investigación se definieron nueve hipótesis con las que se especificaron las relaciones entre variables a priori.

En este capítulo se presenta la evaluación de esas relaciones y cuántas de ellas lograron ser representadas en los datos recolectados. Se detallan los resultados de un conjunto de índices con los que se determinó si la estructura teórica propuesta suministró un buen ajuste a los datos empíricos.

4.1. Especificación del modelo causal inicial a partir del modelo teórico

En un modelo de ecuaciones estructurales se distinguen distintos tipos de variables: variables latentes (constructos o variables no observadas directamente) y variables observadas (de medida o indicadoras). El modelo causal establecido en esta investigación, estuvo constituido por 5 variables latentes exógenas y por 2 variables latentes endógenas; en tanto que el modelo de medición estuvo conformado por 25 variables observadas, de las cuales 8 se clasificaron como variables dependientes (representadas con “Y”) y 17 como variables independientes (representadas con “X”).

El número que conformó la muestra fue de 297, de la cual un 67,7% son hombres y un 32,3%, mujeres, todos con información completa en las 25 variables observadas. El 54,9% provenía de colegios públicos, el 30,6% de colegios privados, un 10,8% de colegios subvencionados, un 0,7% de colegios nocturnos y un 1,7% de otros colegios. Con una edad promedio de 18 años (D.t.: 0,943, Curtosis 3,498).

Antes de detallar sobre la especificación del modelo es importante destacar algunos datos descriptivos del estudiantado que conformó la muestra. Cabe señalar que los estudiantes procedentes de colegios privados presentaron en promedio puntajes superiores en la prueba de conocimientos conceptuales, en la nota final del curso MA0101, en el puntaje

del apartado verbal de la prueba de admisión, en el examen de bachillerato en matemática y en la nota final del examen de admisión al ITCR.

En cuanto a los rasgos de personalidad, en promedio los estudiantes de colegios públicos son más responsables y con mayor autoeficacia que los estudiantes de colegios privados. Con respecto al rasgo de ansiedad, en promedio los estudiantes de colegios privados son más ansiosos que los colegios públicos; en lo que respecta al rasgo de impulsividad no hubo gran diferencia.

En relación con la especificación del modelo, en la tabla 43 y en la tabla 44 se describen los símbolos de las variables latentes endógenas y de las variables latentes exógenas que constituyen el modelo, respectivamente.

Tabla 43
Símbolos de las Variables latentes endógenas con el respectivo código y descripción de cada indicador

Símbolo	Variable latente Endógena	Código del Indicador	Descripción
IC η_1	Inteligencia cristalizada	ADVERB (Y ₆)	Puntaje apartado verbal en examen admisión ITCR
		Concept (Y ₇)	Puntaje prueba conocimiento conceptual
		BACH_MA (Y ₈)	Puntaje examen bachillerato en matemática (directa)
RA η_2	Rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria	Parc I (Y ₁)	Nota primer examen parcial MA0101
		Parc II (Y ₂)	Nota Segundo parcial MA0101
		Parc III (Y ₃)	Nota examen final MA0101
		Porc Q (Y ₄)	Porcentaje de quices MA0101
		Calcu_D (Y ₅)	Puntaje en prueba sobre contenidos al primer parcial MA1102

Fuente: Elaboración propia (2016).

Tabla 44

Símbolos de las Variables latentes exógenas con el respectivos código y descripción de cada indicador

Símbolo	Variable Latente Exógena	Código del Indicador	Descripción del indicador
IF ξ_1	Inteligencia fluida	FLUIDA1 (X ₁)	Parcela test de Inteligencia Fluida
		FLUIDA2 (X ₂)	Parcela test de Inteligencia Fluida
		FLUIDA3 (X ₃)	Parcela test de Inteligencia Fluida
		FLUIDA4 (X ₄)	Parcela test de Inteligencia Fluida
RESP ξ_2	Responsabilidad	Resp_1 (X ₅)	Parcela escala de responsabilidad
		Resp_2 (X ₆)	Parcela escala de responsabilidad
		Resp_3 (X ₇)	Parcela escala de responsabilidad
		Resp_4 (X ₈)	Parcela escala de responsabilidad
ANS ξ_3	Ansiedad matemática	Ans_ex (X ₉)	Ansiedad ante un examen
		Ans_ayu (X ₁₀)	Ansiedad para pedir ayuda
		Ans_int (X ₁₁)	Ansiedad para interpretación
AU ξ_4	Autoeficacia general	Au_Ef1 (X ₁₂)	Parcela escala de autoeficacia
		Au_Ef2 (X ₁₃)	Parcela escala de autoeficacia
		Au_Ef3 (X ₁₄)	Parcela escala de autoeficacia
IMP ξ_5	Impulsividad	Imp_1 (X ₁₅)	Parcela escala de impulsividad
		Imp_2 (X ₁₆)	Parcela escala de impulsividad
		Imp_3 (X ₁₇)	Parcela escala de impulsividad

Fuente: Elaboración propia (2016).

En la figura 28 se observan las trayectorias del modelo de medición inicial de “X” y de “Y”, así como el modelo estructural inicial completo.

En el modelo de ecuaciones estructurales se establecieron relaciones causales entre variables cognitivas (inteligencia fluida, inteligencia cristalizada y rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria) y no cognitivas (rasgos de personalidad tales como responsabilidad, ansiedad, impulsividad y autoeficacia).

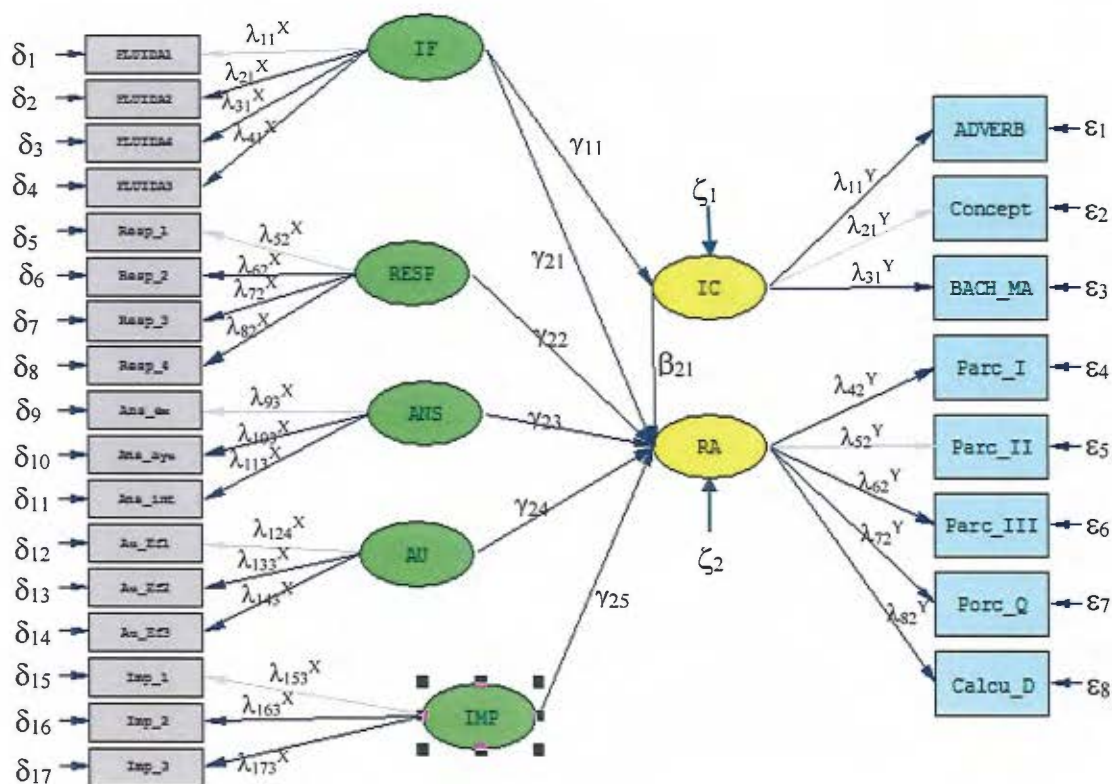


Figura 28. Modelo estructural inicial completo con sus respectivos parámetros.
Elaboración propia (2016).

En donde δ_p , es el error asociado a la variable exógena observada desde $p=1$ hasta $p=17$; ε_q , es el error asociado a la variable endógena observada desde $q=1$ hasta $q=8$; λ_{pj}^X , coeficiente factorial desde p indicador exógeno ($p=1$ hasta $p=17$) en variable latente exógena i (desde $i=1$ hasta $i=5$); λ_{qj}^Y , coeficiente factorial desde q indicador endógeno ($q=1$ hasta $q=8$) en variable latente endógena j (desde $j=1$ hasta $j=2$).

Al final del capítulo II, se propuso un modelo teórico (modelo hipotetizado) con sus respectivas hipótesis. Para una mejor comprensión de los resultados obtenidos, nuevamente se describe el conjunto de hipótesis representadas en la figura 28:

- **H₁**: La variable exógena inteligencia fluida (IF) evidenciará un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre el rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria (RA_CIMU). Los estudios empíricos señalaron la inteligencia fluida como un potencial predictor del rendimiento

académico en matemática (Ren, Schweizer, Wang y Xu, 2015; Primi, Ferrao y Almeida, 2010; Cerda, Ortega, Pérez, Flores y Melipillán, 2011; Vargas, 2010; Almeida, Guisande, Primi y Lemos, 2008). A mayores habilidades fluidas, mejores puntajes en pruebas de CIMU.

- **H₂**: la variable IF evidenciará un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre IC. A mayores habilidades fluidas, mayores son los puntajes en pruebas verbales y de conocimiento matemático (IC) (Postlethwaite, 2011). De acuerdo con el sistema Gf (inteligencia fluida) - Gc (inteligencia cristalizada) de Raymond B. Cattell, la inteligencia fluida representa un caudal por el que fluye diversidad de procesos mentales; estos procesos mentales unidos a la experiencia (lo que aprende del medio) da como resultado la inteligencia cristalizada.
- **H₃**: la variable IF evidenciará un efecto indirecto de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre RA_CIMU, mediado por la variable endógena inteligencia cristalizada (IC). De acuerdo con Juan-Espinoza (1997), la inteligencia cristalizada se refiere a los procesos mentales producto de la experiencia, el aprendizaje y la aculturación e incluye los procesos mentales que son producto de operaciones de inteligencia fluida. No obstante, los logros intelectuales de los estudiantes dependerán del conjunto de procesos mentales básicos de razonamiento fluido y de las habilidades verbales que le haya proporcionado la experiencia educativa.
- **H₄**: la variable IC evidenciará un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre RA_CIMU. El rendimiento en matemáticas se encuentra relacionado con factores de conocimiento especializado y con factores de logro como lo es el conocimiento matemático (Juan-Espinoza, 1997). Se consideró el conocimiento conceptual matemático como uno de los indicadores de la inteligencia cristalizada, por cuanto mide estructuras conceptuales que requieren de un dominio de lenguaje matemático, de razonamiento cuantitativo y de conocimientos previos.
- **H₅**: la variable exógena responsabilidad (RESP) evidenciará un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre el RA_CIMU. Es decir a mayor puntaje en responsabilidad, mayor el RA_CIMU (Mittochione, Berbino y

Barberenelli, 2012; Furnham, Chamorro y Mc Dougall, 2003; Cupani y Aparicio, 2012).

- **H₆**: la variable exógena ansiedad (ANS) evidenciará un efecto inverso de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre el RA_CIMU, lo cual indicó que a mayor ansiedad matemática menor es el RA_CIMU. De acuerdo con Skemp (1999), la ansiedad en general reduce o podría reducir la eficacia del pensamiento matemático en determinadas tareas matemáticas; además, la ansiedad matemática aumenta si los esquemas necesarios para la comprensión no están presentes o disponibles en la mente del estudiante. Si estas situaciones determinan la ansiedad matemática, se concluyó que un estudiante con alta ansiedad matemática tendrá un efecto negativo en el RA_CIMU.
- **H₇**: la variable exógena autoeficacia (AU) evidenciará un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre RA_CIMU. Es decir, a mayor percepción general positiva tenga cada estudiante de sí mismo, mayor es el puntaje en RA_CIMU. La autoeficacia se consideró como uno de los rasgos de personalidad de mayor predicción del rendimiento académico (Randhawa, Beamer y Lundberg (1993); Vittorio, Vecchione, Gerbino y Barberenelli, 2011); Kitsants, Cheema y Ware, 2011).
- **H₈**: la variable exógena impulsividad (IMP) evidenciará un efecto inverso de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre RA_CIMU. Un estudiante con puntajes altos en impulsividad funcional tendrá puntajes bajos en el RA_CIMU (Schweizer, 2002; Morales, 2007; Lozano, Gordillo y Pérez, 2014). Según Lozano et al. (2014) la impulsividad es perjudicial en individuos con bajos niveles de inteligencia, por cuanto la impulsividad funcional está relacionada con la tendencia a tomar decisiones rápidas cuando la situación implica un beneficio personal o mayor exigencia. Además, la impulsividad afecta la capacidad para aprender, particularmente la inteligencia cristalizada del estudiante, no así a la inteligencia fluida (Morales, 2007).
- **H₉**: la variable exógena RESP será un predictor potencial en RA_CIMU y en un menor grado lo serán las variables ansiedad y autoeficacia, siendo la variable impulsividad la de menor predicción.

Adicional a estas hipótesis, se establecieron un conjunto de correlaciones entre las variables exógenas. En la figura 29 se describen las correlaciones entre las variables latentes exógenas del modelo hipotético inicial.

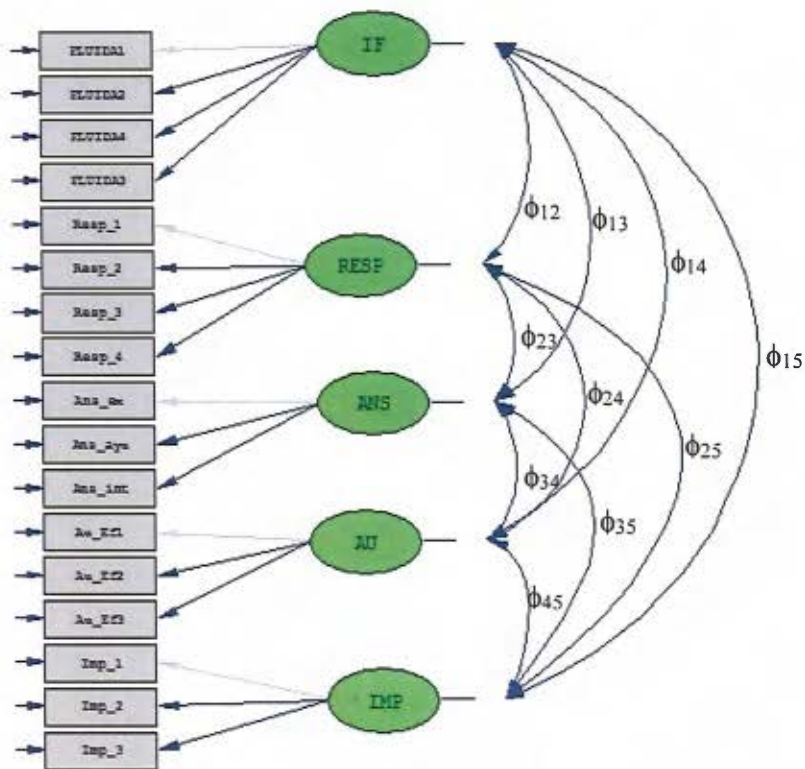


Figura 29. Correlaciones entre las variables latentes exógenas. Elaboración propia (2016).

En la tabla 45 se describen las correlaciones analizadas entre variables latentes exógenas, y los símbolos respectivos de sus coeficientes.

Cabe reiterar que las trayectorias se establecieron para el modelo de medición y para el modelo estructural. Cada una de estas trayectorias está representada por sus respectivas ecuaciones matemáticas.

Tabla 45

Descripción de las correlaciones entre variables latentes exógenas con sus respectivos coeficientes

Variable Exógena	Coefficiente	Variable Latente Exógena	Descripción correlación
IF	ϕ_{12}	RESP	Inteligencia fluida con responsabilidad
	ϕ_{13}	ANS	Inteligencia fluida con ansiedad
	ϕ_{14}	AU	Inteligencia fluida con autoeficacia
	ϕ_{15}	IMP	Inteligencia fluida con impulsividad
RESP	ϕ_{23}	ANS	Responsabilidad con ansiedad
	ϕ_{24}	AU	Responsabilidad con autoeficacia
	ϕ_{25}	IMP	Responsabilidad con impulsividad
ANS	ϕ_{34}	AU	Ansiedad con autoeficacia
	ϕ_{35}	IMP	Ansiedad con impulsividad
AU	ϕ_{45}	IMP	Autoeficacia con impulsividad

Fuente: Elaboración propia (2017).

A continuación, se plantean las ecuaciones del modelo de medición para los indicadores de las variables latentes exógenas, un total de 17 ecuaciones:

$$X_1 = \lambda_{11}^X * IF + \delta_1$$

$$X_9 = \lambda_{93}^X * ANS + \delta_9$$

$$X_{17} = \lambda_{175}^X * ANS + \delta_9$$

$$X_2 = \lambda_{21}^X * IF + \delta_2$$

$$X_{10} = \lambda_{103}^X * ANS + \delta_{10}$$

$$X_3 = \lambda_{31}^X * IF + \delta_3$$

$$X_{11} = \lambda_{113}^X * ANS + \delta_{11}$$

$$X_4 = \lambda_{41}^X * IF + \delta_4$$

$$X_{12} = \lambda_{124}^X * AU + \delta_{12}$$

$$X_5 = \lambda_{52}^X * RESP + \delta_5$$

$$X_{13} = \lambda_{134}^X * AU + \delta_{13}$$

$$X_6 = \lambda_{62}^X * RESP + \delta_6$$

$$X_{14} = \lambda_{144}^X * AU + \delta_{14}$$

$$X_7 = \lambda_{72}^X * RESP + \delta_7$$

$$X_{15} = \lambda_{155}^X * IMP + \delta_{15}$$

$$X_8 = \lambda_{82}^X * RESP + \delta_8$$

$$X_{16} = \lambda_{165}^X * IMP + \delta_{16}$$

Se tiene un total de 8 ecuaciones para los indicadores de las variables latentes endógenas:

$$Y_1 = \lambda_{11}^Y * IC + \varepsilon_1$$

$$Y_5 = \lambda_{52}^Y * RA + \varepsilon_5$$

$$Y_2 = \lambda_{21}^Y * IC + \varepsilon_2$$

$$Y_6 = \lambda_{62}^Y * RA + \varepsilon_6$$

$$Y_3 = \lambda_{31}^Y * IC + \varepsilon_3$$

$$Y_7 = \lambda_{72}^Y * RA + \varepsilon_7$$

$$Y_4 = \lambda_{42}^Y * RA + \varepsilon_4$$

$$Y_8 = \lambda_{82}^Y * RA + \varepsilon_8$$

Por último, se plantean las ecuaciones del modelo estructural η_1 (IC) y η_2 (RA).

Una primera ecuación que establece que la inteligencia cristalizada es explicada por la inteligencia fluida de forma directa: $\eta_1 = \gamma_{11} * IF + \zeta_1$

Luego se determinó una segunda ecuación en la que se estableció que el rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria, es explicado por un conjunto de variables, entre las que se encuentran la inteligencia cristalizada, la inteligencia fluida, la responsabilidad, la ansiedad, la autoeficacia e impulsividad:

$$\eta_2 = \beta_{21} * IC + \gamma_{21} * IF + \gamma_{22} * RESP + \gamma_{23} * ANS + \gamma_{24} * AU + \gamma_{25} * IMP + \zeta_2 \text{ (Variable criterio)}$$

Elección de la matriz de datos: varianzas y covarianzas

Con base en estas ecuaciones se obtuvo una matriz de variancias y covarianzas de las variables observadas “ Σ ”, la cual contiene en la diagonal las varianzas de las variables observadas de las matrices.

Los elementos de las matrices se especificaron de acuerdo con la propuesta inicial del Modelo Causal, estos elementos fueron suministrados a través de la salida proporcionada por el software LISREL, en total se especificaron 67 parámetros. El software asumió cero en las relaciones no especificadas por el investigador.

Parameter Specifications

LAMBDA-Y Matriz Λ_y

	IC	RA
ADVERB	1	0
Concept	0	0
BACH_MA	2	0
Parc_I	0	3
Parc_II	0	0
Parc_III	0	4
Porc_Q	0	5
Calcu_D	0	6

LAMBDA-X Matriz Λ_x

	IMP	IF	RESP	ANS	AU
FLUIDA1	0	0	0	0	0
FLUIDA2	0	7	0	0	0
FLUIDA4	0	8	0	0	0
FLUIDA3	0	9	0	0	0
Resp_1	0	0	0	0	0
Resp_2	0	0	10	0	0
Resp_3	0	0	11	0	0
Resp_4	0	0	12	0	0
Ans_ex	0	0	0	0	0
Ans_ayu	0	0	0	13	0
Ans_int	0	0	0	14	0

Au_Ef1	0	0	0	0	0
Au_Ef2	0	0	0	0	15
Au_Ef3	0	0	0	0	16
Imp_1	0	0	0	0	0
Imp_2	17	0	0	0	0
Imp_3	18	0	0	0	0

BETA Matriz β (relación entre las variables latentes endógenas η)

	IC	RA
IC	0	0
RA	19	0

GAMMA Matriz Γ (relación entre las variables exógenas con las endógenas)

	IMP	IF	RESP	ANS	AU
IC	0	20	0	0	0
RA	21	22	23	24	25

PHI Matriz Φ (correlaciones entre variables latentes exógenas)

	IMP	IF	RESP	ANS	AU
IMP	26				
IF	27	28			
RESP	29	30	31		
ANS	32	33	34	35	
AU	36	37	38	39	40

PSI Matriz Ψ (varianzas-covarianzas de los términos de perturbación)

	IC	RA
	41	42

THETA-EPS Matriz Φ_{ϵ} (varianzas-covarianzas de los errores de medición de "Y")

ADVERB	Concept	BACH_MA	Parc_I	Parc_II	Parc_III	Porc_Q	Calcu_D
43	44	45	46	47	48	49	50

THETA-DELTA Matriz Φ_{δ} (varianza-covarianzas de los errores de medición de "X")

FLUIDA1	FLUIDA2	FLUIDA4	FLUIDA3	Resp_1	Resp_2	Resp_3
51	52	53	54	55	56	57
Resp_4	Ans_ex	Ans_ayu	Ans_int	Au_Ef1	Au_Ef2	Au_Ef3
58	59	60	61	62	63	64
Imp_1	Imp_2	Imp_3				
65	66	67				

Fuente: Elaboración propia (2017).

4.2. Identificación del modelo

Con el objetivo de obtener un modelo identificado (para que los parámetros puedan ser estimados), se consideró que el número de parámetros a estimar en el modelo completo no fuera superior al número de elementos no redundantes en la matriz varianzas y covarianzas entre las variables observadas (indicadores de las variables latentes endógenas y exógenas). Un modelo está identificado si se logra que todos los parámetros también lo estén, lo cual quiere decir que debe existir una solución única para cada uno de los parámetros estimados.

De acuerdo con el modelo descrito, las relaciones causales entre las variables exógenas observadas “X”, y las endógenas observadas “Y”, están representadas por los coeficientes gamma “ γ ” y las relaciones causales entre variables endógenas están representadas por los coeficientes “ β ”. No obstante, el número de parámetros a estimar en el modelo estructural equivale a la suma de los coeficientes “ γ ” y “ β ”, es decir, los parámetros corresponden a las 7 relaciones causales del modelo.

De los 67 parámetros se fijaron en uno los parámetros de “Concept” a “IC”, de “Parc_II” a “RA”, de “FLUIDA I” a “IF”, “Resp_1” a “RESP”, “Ans_ex” a “ANS”, de “Au_EfI” a “AU”, de “Imp_1” a “IMP”, estos se fijan para proveer una métrica de medición a cada constructo y poder así estimar empíricamente el modelo.

El proceso de identificación del modelo se logra por medio de una serie de reglas; para efectos de este estudio se consideró la regla de los grados de libertad (*gl*). Se espera que el modelo sea identificado o sobre-identificado, lo cual quiere decir que los grados de libertad del modelo sean mayores o iguales a cero. En un SEM, particularmente, se espera tener un modelo sobre-identificado, ya que se tendría mayor información en la matriz de varianzas y covarianzas en comparación con el número de datos por estimar; y de esta forma se obtendría una diferencia positiva entre el número de ecuaciones y el número de parámetros estructurales del modelo. No obstante, para un modelo sobre-identificado se debió probar que el número de parámetros a estimar sea menor que el número de ecuaciones (Regla T). La fórmula para el número de ecuaciones corresponde a (Gutiérrez, 2008):

$$t \leq \frac{(p+q)(p+q+1)}{2}$$

En donde *p*: cantidad de variables X; *q*: cantidad de variables Y; *t*: cantidad de parámetros.

Con base en la fórmula, el modelo presentó $p=17$ variables X y $q= 8$ variables Y, por lo que al sustituir los valores en la ecuación se obtuvo:

$$t \leq \frac{(17+8)(17+8+1)}{2}$$

$$t \leq 325$$

$$67 \leq 325$$

A partir del resultado anterior, se obtuvo un modelo sobre-identificado al existir más ecuaciones que parámetros desconocidos, con 325 grados de libertad.

Es importante señalar que entre más grados de libertad más parsimonioso es el modelo, lo cual permite obtener un modelo que se ajuste bien a los datos y así poder demostrar que las asociaciones entre variables observadas y latentes son relevantes.

4.3. Estimación del modelo empírico

La estimación del modelo determina la forma en que el modelo hipotético se ajusta a los datos generados, es decir, en la medida en que la matriz de covarianza observada (datos generados) sea equivalente a la matriz de covarianza implícita en el modelo hipotético.

Esta comparación entre las dos matrices de covarianza puede expresarse con la ecuación $\Sigma = \Sigma(\theta)$, tal y como se expresó en el Capítulo III de este documento. En esta ecuación, Σ (sigma) representa la matriz de covarianza poblacional de la varianza observada, θ (theta) representa el vector compuesto por los parámetros de población y $\Sigma(\theta)$ es la covarianza presentada como una función de θ .

En esta etapa se determinaron los valores de los parámetros desconocidos y su respectivo error de medición, para lo cual se recurrió a un programa especializado para el SEM, conocido como LISREL (Jóreskog y Sorbom, 1996).

El modelo fue estimado con una muestra de 297 estudiantes de carreras de ingeniería, cumpliendo con el tamaño de la muestra mínima recomendable para un SEM (Cea D'Ancona, 2002; Kaplan, 2008; Mulaik, 2009; Schumacker y Lomax, 2010). Se estimó el modelo hipotético utilizando el procedimiento de estimación de Máxima Verosimilitud (ML). Con el procedimiento ML se logró hallar las estimaciones de los parámetros que maximizan la probabilidad de que el modelo predicho se ajuste al modelo observado basado

en la matriz de covarianza y que además funcione con los supuestos de que los datos están distribuidos normalmente y que el tamaño de la muestra sea grande (mayor a 200).

Se asumió el cumplimiento de los supuestos de normalidad multivariable e independencia de las observaciones. No hubo multicolinealidad entre las variables, por cuanto los valores correlaciones no superaron el valor de $r=0,85$ (Kline, 2005). Así lo demostró la matriz de correlaciones suministrada por el paquete LISREL en la siguiente salida:

Correlation Matrix of ETA and KSI

	IC	RA	IMP	IF	RESP	ANS	AU
IC	1.00						
RA	0.59	1.00					
IMP	0.02	0.00	1.00				
IF	0.24	0.14	0.07	1.00			
RESP	-0.02	0.07	-0.15	-0.09	1.00		
ANS	-0.02	-0.11	-0.34	-0.07	-0.27	1.00	
AU	0.03	-0.02	0.28	0.13	0.48	-0.41	1.00

Se asumió una distribución multivariada, por lo que se examinó la distribución de cada variable observada con el propósito de corroborar la existencia de normalidad multivariada.

4.3.1 Estabilización y re-especificación de los datos del modelo

Inicialmente se realizaron varias corridas ya que hubo falta de convergencia del algoritmo iterativo; por lo que se procedió a analizar aquellas variables que presentaban cargas factoriales mayores a uno y negativas. Por un lado, se observó que uno de los indicadores de la variable “IC” presentaba carga factorial mayor a uno; también se observó que uno de los indicadores de la variable “IMP” presentaba carga factorial negativa. Por consiguiente, se inició un proceso de análisis de “Ad_MAT” (puntaje de admisión en el apartado de matemática) y de los componentes factoriales de la variable “IMP” (impulsividad funcional e impulsividad disfuncional).

Con respecto al indicador “Ad_MAT”, parte del puntaje correspondía a ítems relacionados con inteligencia fluida, lo que perjudicaba la validez de esta variable. No obstante, se procedió a eliminarla, quedando la variable “IC” con las variables observadas “ADVERB”, “Concept” y “BACH_MA”.

En relación con los indicadores de la variable “IMP” se decidió contemplar únicamente el factor impulsividad funcional ya que el factor impulsividad disfuncional presentaba problemas en relación con la convergencia del modelo.

Una vez eliminado el indicador “Ad_MAT” de “IC” y reestructurado los indicadores de IMP, el modelo convergió de forma satisfactoria. Resultó un modelo inicial sin problemas de identificación y con errores estándar de estimación inferiores a uno; con estimaciones con varianzas positivas y correlaciones menores a la unidad.

En la figura 30 se muestran los coeficientes obtenidos en cada trayectoria y los respectivos errores de acuerdo con la solución estandarizada del modelo inicial de salida:

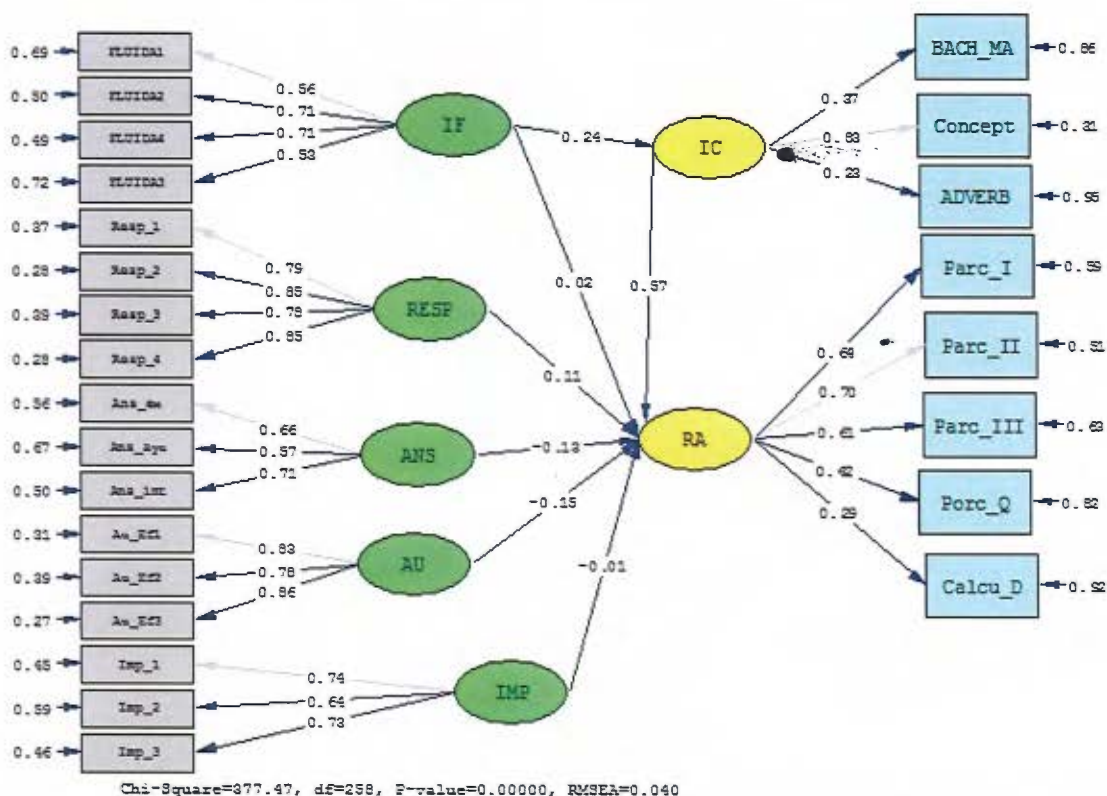


Figura 30. Modelo Estructural inicial completo: solución estandarizada. Elaboración propia (2017).

Sin embargo, se observó una contradicción teórica con respecto a la relación causal entre la variable latente exógena AU y la variable latente endógena RA_CIMU. De acuerdo con la teoría consultada, existe en efecto directo y positivo, es decir a mayor autoeficacia que perciba un individuo de sí mismo, mayor es el rendimiento académico.

Empero, en el modelo original, resultó un efecto directo, pero negativo entre estas variables, lo que representa una contradicción teórica. Por consiguiente, se optó por eliminar la variable autoeficacia del modelo original; además se eliminó el indicador ADVERB de la variable latente endógena Inteligencia Cristalizada, por poseer una carga factorial inferior a lo esperado por la investigadora, ya que se decidió una carga factorial mayor o igual a 0,30. De esta forma, se estableció un modelo alternativo en la que se eliminó la variable latente exógena AU y el indicador ADVERB de Inteligencia Cristalizada. La eliminación de la variable AU se fundamentó en que en un modelo SEM debe ser impulsado por la teoría y de acuerdo con la hipótesis de investigación.

Cabe señalar que la variable Calcu_D tuvo una carga de 0,29, ligeramente inferior a 0,30; no se eliminó del modelo alternativo por cuanto es el único indicador que mide el rendimiento académico en el curso de Cálculo.

En la figura 31 se muestra el Modelo Estructural alternativo completo con sus respectivos parámetros.

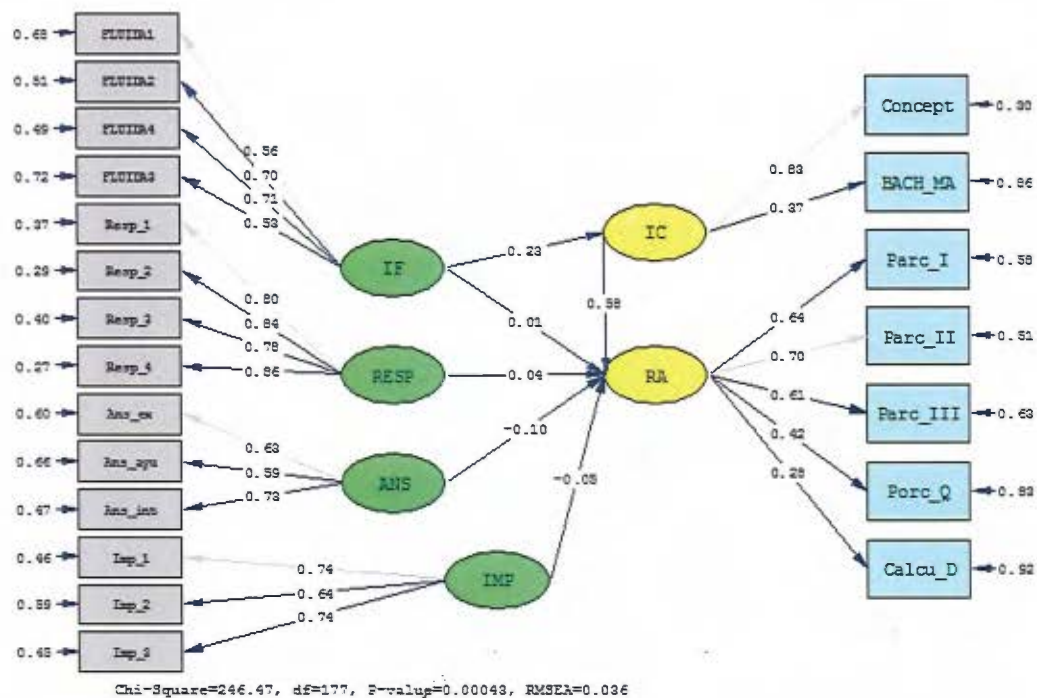


Figura 31. Modelo Estructural alternativo completo: solución estandarizada. Elaboración propia (2017).

Para llegar a la solución final se realizaron 14 y 16 iteraciones en el modelo inicial y en el modelo alternativo, respectivamente.

Con respecto a los valores de las correlaciones entre las variables endógenas y exógenas, en la tabla 46 se muestran los coeficientes de correlación obtenidos para ambos modelos, según el análisis realizado mediante el software LISREL. Dichos valores se extrajeron a partir de las figuras 32 y 33, las cuales muestran la representación gráfica de dichas correlaciones.

Tabla 46

Valores de los coeficientes de correlación entre variables exógenas para el modelo inicial y el alternativo

Variable latente Exógena	Variable latente Exógena	Descripción correlación	Valor obtenido Modelo inicial	Valor obtenido Modelo alternativo
IF	RESP	Inteligencia fluida con responsabilidad	-0,09	-0,09
	ANS	Inteligencia fluida con ansiedad	-0,07	-0,07
	AU*	Inteligencia fluida con autoeficacia	0,13	--
	IMP	Inteligencia fluida con impulsividad	0,07	0,07
RESP	ANS	Responsabilidad con ansiedad	-0,27	-0,27
	AU*	Responsabilidad con autoeficacia	0,48	--
	IMP	Responsabilidad con impulsividad	-0,15	-0,14
ANS	AU*	Ansiedad con autoeficacia	-0,41	--
	IMP	Ansiedad con impulsividad	-0,34	-0,33
AU*	IMP	Autoeficacia con impulsividad	0,28	--

(*) Variable latente exógena eliminada en el modelo alternativo. Elaboración propia (2016).

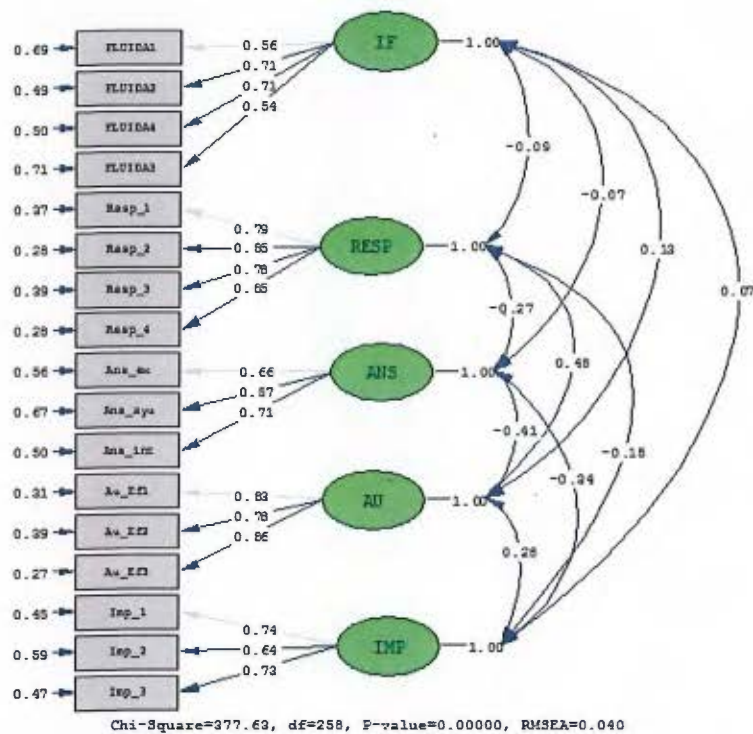


Figura 32. Valores de las correlaciones entre variables latentes exógenas según salida de LISREL para el Modelo Inicial. Elaboración propia (2017).

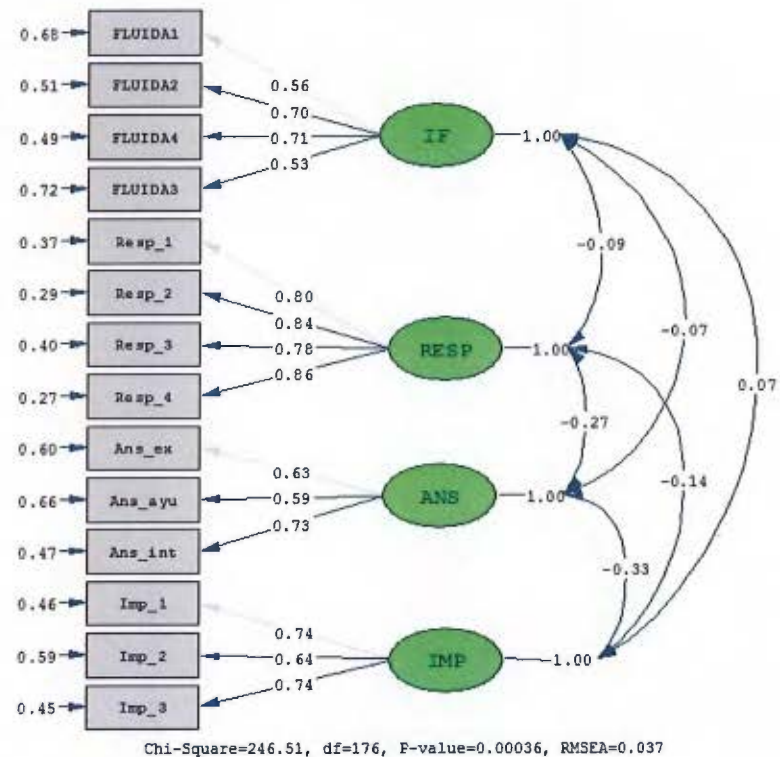


Figura 33. Valores de las correlaciones entre variables latentes exógenas según salida de LISREL para el Modelo Alternativo. Elaboración propia 2017.

Tanto en el modelo inicial como en el alternativo, la variable exógena inteligencia fluida obtuvo una correlación positiva, pero baja con respecto a la variable exógena autoeficacia (0,13); y obtuvo una correlación despreciable con las otras variables exógenas. La misma situación se presentó con respecto al modelo alternativo, no hubo variaciones.

Por su parte, la variable exógena responsabilidad en el modelo inicial obtuvo una correlación alta y positiva con la variable exógena autoeficacia (0,48); de forma negativa, pero estadísticamente significativa correlacionó con la variable ansiedad (-0,27) y con la variable impulsividad tuvo una correlación baja y negativa (-0,15). En tanto que en el modelo alternativo se conserva el mismo comportamiento entre estas variables.

Con respecto a la variable ansiedad, en el modelo inicial correlacionó negativamente con las variables autoeficacia e impulsividad, con un -0,41 y un -0,34, respectivamente. En el modelo alternativo se mantiene el mismo comportamiento entre la variable ansiedad e impulsividad, su correlación fue negativa, pero estadísticamente significativa (-0,33).

Por último, en el modelo inicial la variable autoeficacia correlacionó positivamente y de forma estadísticamente significativa con la variable impulsividad (0,28).

4.4. Evaluación e interpretación del modelo

En esta fase se determinó si el modelo ajusta adecuadamente a los datos empíricos observados y su aproximación al fenómeno real para precisar su poder de predicción.

Se presenta un resumen de las medidas de calidad de ajuste: medidas absolutas (ajuste global del modelo), medidas de ajuste incremental (para comparar el modelo propuesto con otros modelos) y las medidas de parsimonia. Los valores se obtuvieron de la salida del paquete LISREL.

Para encontrar un modelo teórico estadísticamente significativo con significado práctico y sustantivo, existen diversos índices de bondad de ajuste que permiten evaluar el ajuste del modelo. El estadístico χ^2 es uno de ellos, sin embargo, se considera altamente sensible al tamaño de la muestra (Cheung & Rensvold, 2002), razón por la cual Kline (2005) recomienda emplear el χ^2 normado, que se calcula dividiendo el valor de χ^2 por los grados de libertad. Un valor χ^2 normado de menos de tres (3) ha sido sugerido para indicar un ajuste razonable a los datos (Kaplan, 2010).

Salida en LISREL de los Estadísticos de Bondad de Ajuste para el modelo inicial y el modificado. Elaboración propia (2017).

Modelo Inicial	Modelo Alternativo
<p style="text-align: center;">Goodness of Fit Statistics</p> <p>Degrees of Freedom = 258 Minimum Fit Function Chi-Square = 386.40 (P = 0.00) Normal Theory Weighted Least Squares Chi-Square = 377.63 (P = 0.00) Estimated Non-centrality Parameter (NCP) = 119.63 90 Percent Confidence Interval for NCP = (71.72 ; 175.54)</p> <p>Minimum Fit Function Value = 1.31 Population Discrepancy Function Value (F0) = 0.40 90 Percent Confidence Interval for F0 = (0.24 ; 0.59) Root Mean Square Error of Approximation (RMSEA) = 0.040 90 Percent Confidence Interval for RMSEA = (0.031 ; 0.048) P-Value for Test of Close Fit (RMSEA < 0.05) = 0.98</p> <p>Expected Cross-Validation Index (ECVI) = 1.73 90 Percent Confidence Interval for ECVI = (1.57 ; 1.92) ECVI for Saturated Model = 2.20 ECVI for Independence Model = 11.63</p> <p>Chi-Square for Independence Model with 300 Degrees of Freedom = 3392.00 Independence AIC = 3442.00 Model AIC = 511.63 Saturated AIC = 650.00 Independence CAIC = 3559.35 Model CAIC = 826.11 Saturated CAIC = 2175.46</p> <p>Normed Fit Index (NFI) = 0.89 Non-Normed Fit Index (NNFI) = 0.95 Parsimony Normed Fit Index (PNFI) = 0.76 Comparative Fit Index (CFI) = 0.96 Incremental Fit Index (IFI) = 0.96 Relative Fit Index (RFI) = 0.87</p> <p>Critical N (CN) = 241.36</p> <p>Root Mean Square Residual (RMR) = 3.55 Standardized RMR = 0.053 Goodness of Fit Index (GFI) = 0.91 Adjusted Goodness of Fit Index (AGFI) = 0.88 Parsimony Goodness of Fit Index (PGFI) = 0.72</p>	<p style="text-align: center;">Goodness of Fit Statistics</p> <p>Degrees of Freedom = 177 Minimum Fit Function Chi-Square = 250.61 (P = 0.00023) Normal Theory Weighted Least Squares Chi-Square = 246.47 (P = 0.00043) Estimated Non-centrality Parameter (NCP) = 69.47 90 Percent Confidence Interval for NCP = (32.10 ; 114.88)</p> <p>Minimum Fit Function Value = 0.85 Population Discrepancy Function Value (F0) = 0.23 90 Percent Confidence Interval for F0 = (0.11 ; 0.39) Root Mean Square Error of Approximation (RMSEA) = 0.036 90 Percent Confidence Interval for RMSEA = (0.025 ; 0.047) P-Value for Test of Close Fit (RMSEA < 0.05) = 0.99</p> <p>Expected Cross-Validation Index (ECVI) = 1.20 90 Percent Confidence Interval for ECVI = (1.07 ; 1.35) ECVI for Saturated Model = 1.56 ECVI for Independence Model = 7.83</p> <p>Chi-Square for Independence Model with 210 Degrees of Freedom = 2276.31 Independence AIC = 2318.31 Model AIC = 354.47 Saturated AIC = 462.00 Independence CAIC = 2416.88 Model CAIC = 607.93 Saturated CAIC = 1546.25</p> <p>Normed Fit Index (NFI) = 0.89 Non-Normed Fit Index (NNFI) = 0.96 Parsimony Normed Fit Index (PNFI) = 0.75 Comparative Fit Index (CFI) = 0.96 Incremental Fit Index (IFI) = 0.96 Relative Fit Index (RFI) = 0.87</p> <p>Critical N (CN) = 265.20</p> <p>Root Mean Square Residual (RMR) = 3.83 Standardized RMR = 0.052 Goodness of Fit Index (GFI) = 0.93 Adjusted Goodness of Fit Index (AGFI) = 0.90 Parsimony Goodness of Fit Index (PGFI) = 0.71</p>

Tabla 47
Resultados de los índices de ajuste

Índices de ajuste absoluto				
Comprueban el ajuste global del modelo de ecuaciones estructurales.				
Símbolo	Nombre	Parámetro sugerido	Parámetro obtenido	
			Modelo inicial	Modelo modificado
GFI	Índice de bondad de ajuste	$GFI > 90$ aceptable	0,91	0,93
RMSR	Raíz cuadrada de la medida de residuos cuadrados	$RMSR \leq 0,08$	0,053	0,052
Índices de ajuste incremental				
Compara el modelo propuesto con base en el modelo nulo o de independencia el cual se caracteriza por no especificar ninguna relación entre las variables.				
Símbolo	Nombre	Parámetro sugerido	Parámetro obtenido	
			Modelo inicial	Modelo modificado
NNFI	Índice de ajuste no normado (Tucker-Lewis)	$NNFI \geq 0,90$ buen ajuste	0,95	0,96
NFI	Índice de ajuste normal	$NFI \geq 0,90$ buen ajuste	0,89	0,89
CFI	Índice de ajuste comparativo	$CFI \geq 0,95$ buen ajuste	0,96	0,96
Índices de ajuste de parsimonia				
Considera la parsimonia en la valoración del modelo global. Busca un modelo sencillo que incluya pocos parámetros y muchos grados de libertad.				
Símbolo	Nombre	Parámetro sugerido	Parámetro obtenido	
			Modelo Inicial	Modelo modificado
AGFI	Índice de bondad de ajuste ajustado	$AGFI \geq 90$ buen ajuste	0,88	0,90
RMSEA	Error de la raíz cuadrada media de aproximación	$0,05 \leq RMSEA < 0,08$ razonable	0,040	0,036
AIC	Criterio de información de Akaike	AIC pequeño mejor ajuste	511,63	354,47

Fuente: Elaboración propia (2017).

En la tabla 47 se tiene el error de aproximación ratios-cuadrado-cuadrado (RMSEA) para el modelo inicial y el alternativo; también el índice cuadrático-cuadrado estándar (SRMR), el índice de ajuste comparativo (CFI), el índice de ajuste no normalizado (NNFI), el Índice de Calidad de Ajuste (GFI) y el Criterio de Información Akaike (AIC).

Tal y como se observa en la tabla 48, ambos modelos presentaron un valor de RMSEA <0,05, lo que indica un buen ajuste. Para CFI, NNFI y GFI, un valor > 0,90 se considera que ambos modelos tienen un ajuste aceptable de datos.

El AIC se utiliza para comparar modelos competidores y, en estos casos, el modelo que genera los valores AIC más bajos se considera como el modelo de mejor de ajuste. No obstante, de acuerdo con los datos comparativos en las tablas 47 y 48, el modelo de mejor ajuste de acuerdo con el valor del AIC es el alternativo.

A continuación, se presentan los Estadísticos de Bondad de Ajuste para ambos modelos, de acuerdo con la salida que da el LISREL:

De acuerdo con esta salida, y para efectos de interpretación, en la tabla 48 se describen los valores obtenidos.

Tabla 48

Resumen de los valores de los parámetros obtenidos para el modelo Inicial y alternativo

Modelo	χ^2	gl	χ^2/gl	p	$\chi^2 - dif(gl)$	GFI	AGFI	SRMR	RMSEA	NFI
Inicial	386,40	258	1,5	0,00		0,91	0,88	0,053	0,040	0,89
Alternativo	250,61	177	1,4	0,00	73,61	0,93	0,90	0,052	0,036	0,89

Fuente: Elaboración propia (2017).

Se utilizó el estadístico χ^2 para realizar la prueba de significación del modelo global, el cual depende del tamaño de la muestra. Según el valor obtenido, no existe probabilidad de detectar errores de especificación.

De acuerdo con el diagrama de senderos de salida de la solución estandarizada, no se observaron estimaciones erróneas debido a problemas de identificación, es decir, no se obtuvieron coeficientes estandarizados mayores a uno. No obstante, se obtuvo un modelo identificado.

Los índices globales descriptivos más sencillos son los que consideran al tamaño global de los residuos de la matriz $S-\Sigma(p)$. Se decidió interpretar sobre los residuos estandarizados, los cuales informan sobre las discrepancias entre las correlaciones

observadas y predichas por el modelo (Cea D'Ancona, 2002). Una forma de sintetizar los residuos estandarizados consiste en calcular el estadístico conocido como *raíz del residuo estandarizado medio* (SRMR), el cual tuvo un valor de 0,053 en el modelo inicial y de 0,052 en el modelo alternativo, respectivamente; ambos se encuentran dentro de los parámetros sugeridos. No obstante, según este estadístico el modelo tiene un buen ajuste.

Con respecto a los índices de ajuste incremental se buscó comparar el estadístico χ^2 del modelo con el de otro modelo denominado modelo base, el cual no restringe las varianzas de las variables y asume que todas las covarianzas son cero (modelo independiente). El índice de ajuste incremental NFI evalúa la disminución del estadístico χ^2 del modelo empírico con respecto al modelo independiente; se obtuvo un NFI de 0,89 en el modelo inicial, el cual es ligeramente menor al sugerido por los autores; en tanto que en el modelo alternativo el NFI se mantuvo, por lo que se consideró con mejor ajuste el del modelo alternativo.

Se obtuvo un NNFI de 0,95, en el modelo inicial, el cual se encuentra dentro de los parámetros sugeridos, no obstante, según este estadístico incremental, el modelo presentó un buen ajuste. De igual forma, en el modelo alternativo con un NNFI de 0,96, también muestra un buen ajuste.

Otro estadístico incremental analizado fue el *índice de ajuste comparativo* (CFI), el cual también se ve afectado negativamente por el incumplimiento del supuesto de normalidad multivariante. Se obtuvo un CFI de 0,91 en el modelo inicial, superior a los parámetros sugeridos, por lo que se consideró que este modelo empírico inicial presenta un buen ajuste. El modelo alternativo presentó un CFI de 0,93, superior al modelo inicial, por lo que se consideró que tiene un mejor ajuste.

En cuanto a los índices de parsimonia, se analizó el *índice de bondad de ajuste ajustado* (AGFI) y el *índice error de la raíz cuadrada media de aproximación* (RMSEA); el AGFI fue de 0,88, menor a los parámetros sugeridos, en tanto que el RMSEA fue de 0,040 con un nivel de confianza del 90%. Con base al valor de RMSEA se consideró que el modelo inicial es parsimonioso, es decir, se obtuvo un modelo sencillo con los parámetros suficientes; esto se confirmó con el *estadístico N crítico* (CN), el cual tuvo un valor de 241,36, superior a 200, según lo referido por Hoelter (Cea D'Ancona, 2002) en una muestra relativamente

grande. De igual forma se cumplió para el modelo alternativo, el cual obtuvo un RMSEA de 0,036.

Con el propósito de presentar un diagnóstico más detallado del modelo, se analizaron las estimaciones de los parámetros, de los residuos y algunos estadísticos de contraste.

En relación con las estimaciones de los parámetros en ambos modelos, se determinó que son razonables y sus signos correspondieron en el modelo alternativo a la luz de la teoría, no así para el modelo inicial.

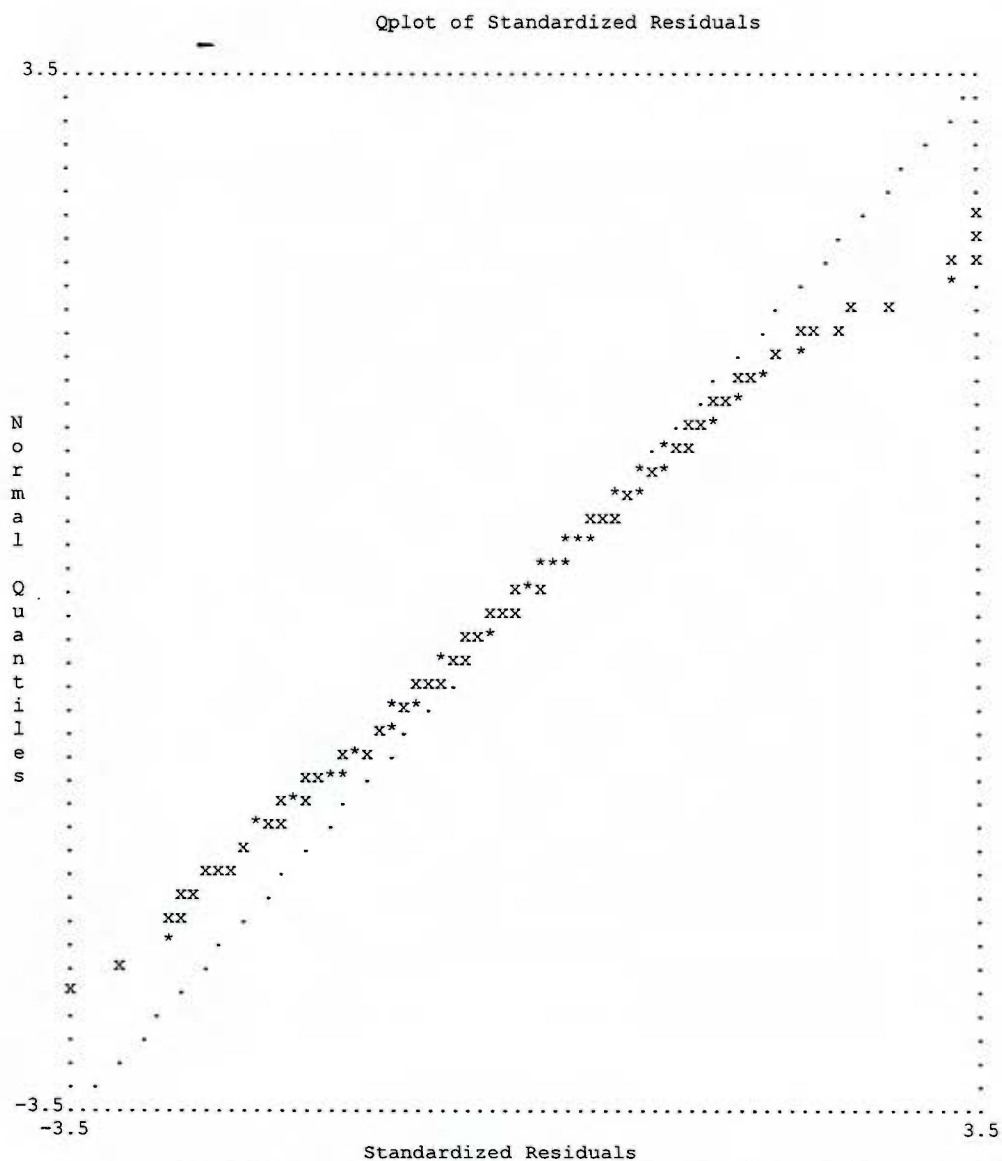


Figura 34. Gráfico de los residuos estandarizados. Elaboración propia (2017).

Además de los índices de ajuste global, se analizaron los residuos estandarizados. De acuerdo con el gráfico de residuos estandarizados se observó que los residuos siguen el comportamiento esperado, lo que indicó un buen ajuste del modelo a los datos (figura 34 y 35).

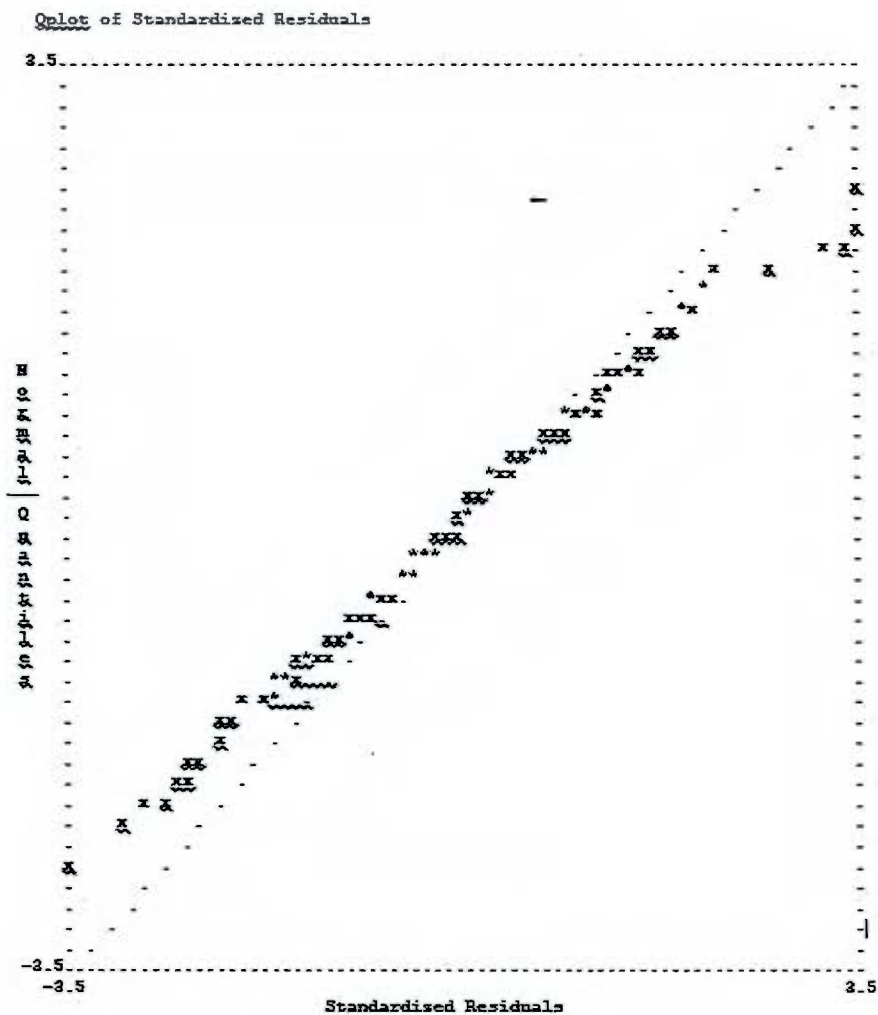


Figura 35. Gráfico de los residuos estandarizados. Elaboración propia (2017).

Las correlaciones múltiples cuadradas indican la proporción de la varianza de las variables observadas que logra ser explicada por sus respectivos predictores. Se procedió a analizar estas correlaciones tanto para el modelo estructural, como para el modelo de medición. A continuación, se describen las ecuaciones proporcionadas en la salida del

Ecuaciones resultantes del modelo de medición para "X":

FLUIDA1 = 1.00*IF, Errorvar.= 1.20 , R ² = 0.31	(0.12)	
	10.22	
FLUIDA2 = 1.30*IF, Errorvar.= 0.93 , R ² = 0.50	(0.17)	(0.12)
	7.52	7.75
FLUIDA4 = 1.32*IF, Errorvar.= 0.91 , R ² = 0.51	(0.17)	(0.12)
	7.53	7.57
FLUIDA3 = 0.95*IF, Errorvar.= 1.26 , R ² = 0.28	(0.15)	(0.12)
	6.49	10.51
Resp_1 = 1.00*RESP, Errorvar.= 7.58 , R ² = 0.63	(0.78)	
	9.74	
Resp_2 = 1.14*RESP, Errorvar.= 6.57 , R ² = 0.72	(0.072)	(0.77)
	15.75	8.48
Resp_3 = 1.05*RESP, Errorvar.= 9.06 , R ² = 0.61	(0.073)	(0.91)
	14.27	9.95
Resp_4 = 1.32*RESP, Errorvar.= 8.52 , R ² = 0.72	(0.083)	(1.02)
	15.83	8.37
Ans_ex = 1.00*ANS, Errorvar.= 39.43, R ² = 0.44	(4.87)	
	8.10	
Ans_ayu = 0.75*ANS, Errorvar.= 35.52, R ² = 0.33	(0.10)	(3.64)
	7.10	9.75
Ans_int = 0.76*ANS, Errorvar.= 17.97, R ² = 0.50	(0.10)	(2.55)
	7.58	7.04
Au_Ef1 = 1.00*AU, Errorvar.= 2.19 , R ² = 0.69	(0.28)	
	7.95	
Au_Ef2 = 1.16*AU, Errorvar.= 4.22 , R ² = 0.61	(0.081)	(0.45)
	14.38	9.30
Au_Ef3 = 1.36*AU, Errorvar.= 3.28 , R ² = 0.73	(0.087)	(0.47)
	15.64	7.03
Imp_1 = 1.00*IMP, Errorvar.= 0.44 , R ² = 0.55	(0.059)	
	7.35	
Imp_2 = 0.87*IMP, Errorvar.= 0.56 , R ² = 0.41	(0.099)	(0.059)
	8.80	9.41
Imp_3 = 1.17*IMP, Errorvar.= 0.62 , R ² = 0.54	(0.13)	(0.083)
	9.24	7.51

Calidad del modelo de medición

El modelo de medida se construyó a través de la aplicación del análisis factorial, relacionando indicadores con variables latentes, en la que subyace la existencia de una relación lineal entre lo que no es directamente observable y su manifestación observable. También se recurrió al análisis de componentes principales; con ambos métodos se trató de buscar los factores no directamente observables que explicaran los datos.

Para evaluar la confiabilidad individual de cada indicador se analizaron las correlaciones simples de los indicadores con su respectivo constructo. Se tomó como referencia aceptar ítems con cargas estandarizadas iguales o superiores a 0.70. Algunos indicadores resultaron con pesos menores a 0,70, pero se trató de que no tomaran valores menores a 0,30. El único indicador con un valor menor a 0,30 fue el de Calcu_D (en ambos modelos se comportó de igual forma).

En lo que respecta a la consistencia interna de las variables latentes, para su medición se recurrió al alfa de Cronback con valores alrededor de 0.70 (sugerido en el capítulo III). Las variables latentes están más correlacionadas con sus indicadores que con el resto de las variables latentes.

Modelo Estructural

Las ecuaciones estructurales ofrecen una representación alternativa de las hipótesis causales presentes en el modelo que colabora en la sistematización de las relaciones propuestas. El archivo output de LISREL produjo las ecuaciones estructurales para ambos modelos (inicial y alternativo), las cuales corresponden a las variables endógenas del modelo.

De acuerdo con los datos suministrados en la matriz de las variables latentes endógenas con las variables latentes exógenas, y con base en las salidas proporcionadas por LISREL sobre el modelo estructural con estandarización completa, se obtuvieron los siguientes resultados en relación con los efectos directos e indirectos y sus respectivos signos:

Regression Matrix ETA on KSI (Standardized)_ Modelo Original

	IMP	IF	RESP	ANS	AU
IC	--	0.24	--	--	--
RA	-0.01	0.16	0.11	-0.13	-0.15

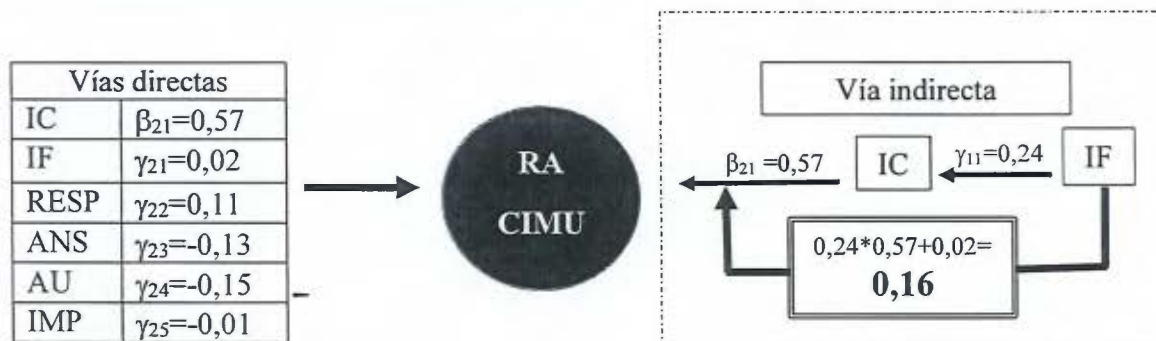
Regression Matrix ETA on KSI (Standardized)_ Modelo Alternativo

	IMP	IF	RESP	ANS
IC	--	0.23	--	--
RA	-0.05	0.14	0.04	-0.10

Con base en el modelo inicial:

- Se evidenció un efecto inverso sin importancia práctica y no estadísticamente significativo (-0,01) del constructo *impulsividad* al constructo “RA_CIMU”.
- Se evidenció un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativo (0,57) del constructo *inteligencia cristalizada* al constructo “RA_CIMU”.
- Se evidenció un efecto directo sin importancia práctica y no estadísticamente significativo (0,02) del constructo *inteligencia fluida* al constructo “RA_CIMU”.
- Se evidenció un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativo (0,24) del constructo *inteligencia fluida* al constructo “*inteligencia cristalizada*”.
- Se evidenció un efecto indirecto de importancia práctica y estadísticamente significativo (0,16) del constructo *inteligencia fluida* al constructo “RA_CIMU”, mediado por *inteligencia cristalizada*.
- Se evidenció un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativo (0,11) del constructo *responsabilidad* al constructo “RA_CIMU”.
- Se evidenció un efecto inverso de importancia práctica y estadísticamente significativo (-0,13) del constructo *ansiedad* al constructo “RA_CIMU”.
- Se evidenció un efecto inverso de importancia práctica y estadísticamente significativo (-0,15) del constructo *autoeficacia* al constructo “RA_CIMU”.

En aras de resumir las diferentes vías comentadas anteriormente en relación con la explicación o predicción del rendimiento en CIMU, se especificaron en el siguiente diagrama los coeficientes obtenidos bajo el **modelo inicial**:



Fuente: Elaboración propia (2017).

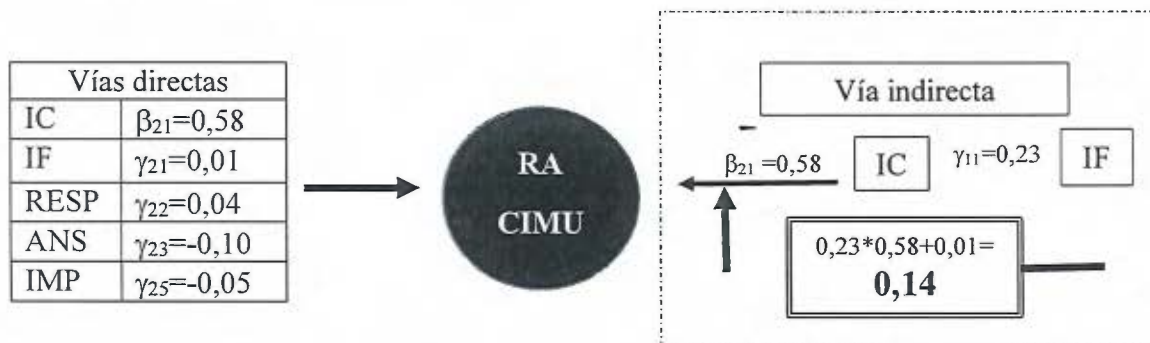
De acuerdo con el esquema anterior, bajo el modelo inicial se obtuvo que la Inteligencia Fluida tiene un efecto indirecto de importancia práctica, positivo y estadísticamente significativo sobre el Rendimiento Académico en cursos iniciales de matemática universitaria, mediado por la Inteligencia Cristalizada.

Con base en el modelo alternativo:

- Se evidenció un efecto inverso sin importancia práctica y no estadísticamente significativo (-0,05) del constructo *impulsividad* al constructo “RA_CIMU”.
- Se evidenció un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativo (0,58) del constructo *inteligencia cristalizada* al constructo “RA_CIMU”.
- Se evidenció un efecto directo sin importancia práctica y no estadísticamente significativo (0,01) del constructo *inteligencia fluida* al constructo “RA_CIMU”.
- Se evidenció un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativo (0,23) del constructo *inteligencia fluida* al constructo “*inteligencia cristalizada*”.
- Se evidenció un efecto indirecto de importancia práctica y estadísticamente significativo (0,14) del constructo *inteligencia fluida* al constructo “RA_CIMU”, mediada por la *inteligencia cristalizada*.

- Se evidenció un efecto directo sin importancia práctica y no estadísticamente significativo (0,04) del constructo *responsabilidad* al constructo “RA_CIMU”.
- Se evidenció un efecto inverso de importancia práctica y estadísticamente significativo (-0,10) del constructo *ansiedad* al constructo “RA_CIMU”.

En el siguiente esquema se muestra un resumen de los parámetros obtenidos bajo el modelo alternativo:



Fuente: Elaboración propia (2017).

Los valores de los parámetros obtenidos en el modelo alternativo, no presentan gran diferencia con respecto a los valores obtenidos en el modelo inicial en la relación causal entre inteligencia fluida y el rendimiento académico; sin embargo, sí variaron los valores de los parámetros relacionados con las variables responsabilidad y ansiedad.

Al eliminar la variable latente exógena *Autoeficacia* y el indicador ADVERB de la variable latente endógena *Inteligencia Cristalizada*, se produjo un cambio en el efecto indirecto de la variable Inteligencia Fluida con respecto al Rendimiento Académico en Cursos Iniciales de Matemáticas Universitarias, pasó de tener un valor de 0,16 a 0,14, sigue siendo un efecto indirecto de importancia práctica, positivo y estadísticamente significativo.

En relación con las correlaciones entre las variables latentes exógenas, en la tabla 48 se resumen los hallazgos para ambos modelos; cabe destacar que se identificaron correlaciones estadísticamente significativas.

En cuanto a la relación existente entre las variables latentes, sin duda la aportación más importante del estudio correspondió al efecto directo sobre el rendimiento académico (RA_CIMU) que ejerció la inteligencia cristalizada (0,57), además del efecto indirecto que ejerció la inteligencia fluida (0,16) sobre el rendimiento académico (RA_CIMU). El mismo

comportamiento se presentó en el modelo alternativo, con la ventaja de presentar mejores valores en los parámetros de ajuste.

Se concluyó que la inteligencia fluida es predictor del rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria mediado por la inteligencia cristalizada, en el siguiente contexto: población particular como lo son los estudiantes de primer ingreso a carreras de ingeniería; quienes tienen alto potencial académico (identificado en esta investigación como nivel de inteligencia fluida); y con deficientes conocimientos conceptuales matemáticos según la variable Concept. En este sentido queda comprobada la hipótesis de esta investigación y el cumplimiento de los objetivos planteados.

Los valores de las correlaciones múltiples cuadradas en el modelo estructural correspondieron a un 5,7% para IC y a un 35% para RA. La variable inteligencia cristalizada logró ser explicada con un 5% de su varianza; en tanto que para el rendimiento académico en CIMU un 35% de su varianza logró ser explicada.

Los valores de las correlaciones múltiples cuadradas en el modelo de medición “Y” oscilaron entre el 5% y el 69%. La variable “concept” (conocimiento conceptual matemático) es la que mayor porcentaje de su varianza logró ser explicada (69%). Le siguen las variables “Parc_II” (nota II examen parcial) con un 49% y la variable “Parc_I” (nota I examen parcial) con un 41%. La variable que menor porcentaje de su varianza logra ser explicada es “ADVERB” (nota en el apartado verbal del examen de admisión ITCR) con un 5,2%.

Los valores de las correlaciones múltiples cuadradas en el modelo de medición “X” oscilaron entre el 28% y el 73%. La variable “Au_Ef3” (Autoeficacia general parcela 3) es la que mayor porcentaje de su varianza logró ser explicada (73%). Le siguen las variables “Resp_2” (responsabilidad parcela 2) y “Resp_4” (responsabilidad parcela 4) con un 72% respectivamente. La variable que menor porcentaje de su varianza logró ser explicada es “Fluida 3” (en la parcela 3 de inteligencia fluida) con un 25%.

CAPÍTULO V

DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Ante la problemática detectada en el rendimiento académico en los primeros cursos de matemática en la educación superior, se consideró necesario generar evidencias empíricas sobre la posible relación de causalidad entre la inteligencia fluida y el rendimiento académico de estudiantes de primer ingreso en cursos universitarios iniciales de matemática. El propósito principal de la investigación consistió en contribuir científicamente al conocimiento sobre la problemática del desempeño académico de estudiantes en cursos iniciales de matemática universitaria en el ámbito costarricense.

De acuerdo con los resultados obtenidos se logró generar dicha evidencia empírica por cuanto se explicó, desde la teoría, la relación de causalidad entre la inteligencia fluida y el rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria; adicionalmente, se logró estimar, a partir de la teoría, un modelo empírico de relaciones causales que explicaron satisfactoriamente las relaciones observadas entre variables cognitivas y no cognitivas, con el propósito de establecer el tipo de efecto de la inteligencia fluida de estudiantes de primer ingreso sobre el rendimiento académico en cursos de matemática universitaria.

Los datos empíricos dieron evidencia a favor de la hipótesis de investigación: estudiantes de primer ingreso a la educación superior con niveles altos de inteligencia fluida, al controlar posibles efectos de otras variables, tendrán mejor rendimiento académico en cursos iniciales de matemática que estudiantes con niveles menores de inteligencia fluida.

En relación con los mecanismos y explicaciones de los resultados encontrados, se discuten algunos puntos relevantes con los cuales se determinó el valor científico de esta investigación.

Si bien la capacidad explicativa del modelo estructural empleado en esta investigación es moderada y coincidente con la informada en la bibliografía consultada, es importante enfatizar que aproximadamente un 65% (según el valor de R^2) de la variabilidad del rendimiento académico de esta muestra no fue explicado por las variables predictoras consideradas en el estudio.

Por consiguiente, el porcentaje de varianza del rendimiento académico no explicada debería atribuirse a diferentes tipos de factores, tales como los indicados por Garbanzo (2007). No obstante, se podría concluir que fue necesario incluir, en la ecuación de predicción, variables adicionales con mayor poder explicativo; pero, cabe destacar, que no fue el propósito de esta investigación buscar un modelo complejo de muchos parámetros; al contrario, prevaleció la búsqueda de variables que, según la teoría y la evidencia empírica, permitieran hallar el tipo de relación causal entre la inteligencia fluida y el rendimiento académico. Así, se logró determinar el tipo de relación sin un mayor número de parámetros y variables. Claro está que quizás no sea necesaria la búsqueda de más parámetros o variables, sino la búsqueda de mejores indicadores que permitan medir, con mayor certeza, algunas de las variables.

En concordancia con Almeida et al. (2008), este estudio se aproximó empíricamente a la relación que establece que el estudiantado de primer ingreso a carreras de ingenierías con alta inteligencia fluida tiene ventaja en los procesos de adquisición de conocimientos nuevos, por cuanto sus habilidades fluidas facilitan la comprensión, organización de informaciones nuevas, y formación de conceptos, con respecto a quienes tienen baja inteligencia fluida.

En esta investigación, el modelo estudiado permitió seleccionar, entre las hipótesis causales, las más relevantes, excluyendo las hipótesis no soportadas por la evidencia empírica. Se encontró un modelo teórico –no necesariamente de alto nivel, pero sí un modelo que trató de contrastar un conjunto de creencias acerca del papel explicativo de la inteligencia fluida como predictor del rendimiento en cursos iniciales de matemática universitaria– que considera algunas variables psicológicas perturbadoras. Naturalmente, estas creencias surgen de la teoría misma sobre inteligencia fluida y de los estudios empíricos que han dado a conocer la posible relación causal entre inteligencia fluida y rendimiento en matemáticas.

No obstante, se logró estimar la matriz de varianzas-covarianzas de las variables latentes (matriz implicada), la cual es una función de la matriz de los coeficientes estructurales de la matriz de covarianzas entre los factores y de la matriz de covarianzas de error. Se obtuvo un modelo con un ajuste aceptable, de ahí se procedió a evaluar e interpretar los parámetros y se contrastaron los resultados con los valores esperados teóricamente.

En este sentido, se diseñó un modelo hipotético que integró relaciones entre variables cognitivas (inteligencia fluida, inteligencia cristalizada y rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria) y no cognitivas (rasgos de personalidad tales como responsabilidad, ansiedad, impulsividad y autoeficacia), el cual resaltó relaciones consistentes con los datos empíricos.

Es de suma importancia señalar que el modelo alternativo presentado en el capítulo anterior, correspondió a uno en el cual solo se presentan las relaciones teóricas hipotetizadas para las cuales este estudio arrojó suficiente evidencia empírica. Además, los coeficientes estimados para el modelo estructural así como el modelo de medición son estadísticamente significativos, tienen significación práctica (valores superiores a 0,10) y también van en la dirección correcta según la teoría.

Se destacan, en dos apartados, la discusión de los resultados en función de las hipótesis planteadas. En el primer apartado se discuten las hipótesis en las que el estudio generó evidencia empírica aceptable, en tanto que en el segundo apartado se discuten las hipótesis para las que el modelo no generó evidencia empírica aceptable (coeficientes inferiores a 0,10 o van en la dirección incorrecta según la teoría).

Para las que el estudio generó evidencia empírica aceptable

Las hipótesis que generaron evidencia empírica aceptable corresponden a H₂, H₃, H₄ y H₆.

-H₂: el constructo IF evidenció un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre IC ($\alpha=0,05$, *parámetro 0,23*).

Esta hipótesis contribuyó con la evidencia del efecto directo entre la inteligencia fluida y la inteligencia cristalizada. Este resultado está en concordancia con lo expuesto por Primi et al. (2010), quienes manifestaron que la Gf es la base de la Gc, por cuanto soporta la adquisición de habilidades y conocimientos nuevos. Se le suma lo referido por Fossatti (2007), quien expresó que un individuo en medio de un entorno favorable, se beneficiará invirtiendo su Gf (potencial intelectual) en el desarrollo de habilidades cristalizadas, donde estas últimas son producto de los procesos formales y no formales de enseñanza y aprendizaje.

En el contexto de esta investigación, con esta hipótesis, se evidencia en definitiva que la muestra de los estudiantes de primer ingreso a carreras de ingeniería presentó altas habilidades fluidas, lo que favoreció la aprobación del curso de Matemática General a la primera vez.

-H₃: la variable IF evidenció un efecto indirecto de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre CIMU, mediado por la variable endógena inteligencia cristalizada (IC) ($\alpha=0,05$, *parámetro 0,14*).

Esta hipótesis contribuyó con la evidencia del efecto de la inteligencia fluida sobre el rendimiento académico. Este resultado atestigua la relativa importancia que ejerce el nivel de inteligencia fluida de un individuo cuando se enfrenta a procesos cognitivos abstractos y novedosos, los cuales están presentes en los primeros cursos de matemática universitaria. En concordancia con Almeida et al. (2008), la inteligencia fluida facilita la comprensión, organización de nuevas informaciones, lo que favorece el proceso de formación de nuevos conceptos y, naturalmente, la consolidación de nuevos conocimientos. En matemáticas universitarias, el estudiantado se enfrenta, en cada sesión de aula, a dos o más conceptos nuevos, los cuales son acumulados en su memoria de trabajo para utilizarlos en la práctica y en la consolidación de nuevos conceptos.

Con los resultados de esta hipótesis, si un estudiante de primer ingreso tiene alta inteligencia fluida, entonces tendrá mayor probabilidad de asimilar los nuevos conceptos y construir nuevos conocimientos con mejores bases de razonamiento, lo que le permitirá tener un rendimiento académico exitoso.

Cabe destacar que estudiantes con edades de 17 a 18 años ya tienen establecido su nivel de inteligencia fluida, las diferencias individuales en los componentes de inteligencia fluida están más evidenciados en los niveles escolares iniciales (primaria) que en los finales (secundaria). Esta es, quizás, la causa del porqué unos estudiantes ingresan a la universidad con mayor facilidad para acelerar el aprendizaje de nuevos conceptos, los cuales facilitarán los aprendizajes posteriores y, por ende, tendrán mejores calificaciones. En una investigación con estudiantes de 6 años, Watkins, Lei y Canivez (2007) concluyeron que la inteligencia tiene una relación causal con el rendimiento académico futuro, pero no se cumple a la inversa.

Los tipos de inteligencia demandan diferentes capacidades sobre nuestra capacidad de procesamiento de información. Cualquier sujeto con igual inteligencia fluida, pero procedente de entornos culturales donde lo educativo no es indispensable, no tendrá oportunidades para invertir la inteligencia básica, lo que conduce al desarrollo de productos visibles para estimar de un modelo de IC efectivo, ya que la IF y la IC se relacionan (Colom, 2012). Es decir, el rendimiento cristalizado del sujeto será incluso peor que el de un colega moderadamente brillante, pero con mayores oportunidades de invertir IF. Y esto es lo que se rescata en esta investigación: reconocer los individuos según su capacidad fluida, para contribuir con aquel estudiantado que ingresa en desventaja con respecto a sus conocimientos matemáticos previos.

-H₄: la IC evidenció un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre (CIMU) ($\alpha=0,05$, *parámetro* $\beta_{21}= 0,58$).

La inteligencia fluida se concibió en este estudio como un factor causal del aprendizaje, especialmente en situaciones nuevas, facilita la adquisición de nuevas habilidades y conocimientos; en tanto que la inteligencia cristalizada no es solo un reflejo de inteligencia fluida, también incluye la capacidad específica del conocimiento que, a su vez, facilitará la adquisición de conocimientos más complejos.

Se coincide con Primi et al. (2010) en que la inteligencia fluida predice no solo el nivel inicial de rendimiento en matemáticas, sino también la tasa de cambio en el aprendizaje y el logro. Para efectos de este estudio, el logro se consideró como rendimiento académico en CIMU, se midió a través de los resultados obtenidos por el estudiantado en exámenes parciales del curso MA0101 y de una prueba de desarrollo del curso MA1102. En concordancia con Lopes et al. (2015), se establece que este logro está asociado directamente con la inteligencia cristalizada.

Tanto la inteligencia fluida como la inteligencia cristalizada son consideradas como habilidades separadas; sin embargo, de acuerdo con la teoría de la inversión de Cattell, son dos aspectos del factor g , en donde la inteligencia fluida es vista como el potencial de aprender, y este potencial que se invierte en experiencias es transformado en conocimiento, es último se conoce como inteligencia cristalizada.

En concordancia con Lopes et al. (2015), se concluye que la inteligencia cristalizada es un reflejo de la inteligencia fluida, por lo tanto que queda comprobada esta hipótesis.

-H₆: la variable exógena ansiedad (ANS) evidenció un efecto directo negativo de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre el RA_CIMU ($\alpha=0,05$, *parámetro* $\gamma_{23} = -0,10$).

Altos niveles de ansiedad perjudican el rendimiento en matemática. En esta investigación resultó que estudiantes de primer ingreso a carreras de ingeniería tienen baja ansiedad hacia la matemática. La ansiedad es más que un indicador de malas competencias matemáticas, así las personas con baja competencias en matemáticas son más preocupadas por su falta de competencia (Skemp, 1999).

No obstante, el estudiantado de este estudio mostró tener baja ansiedad hacia la matemática, lo que contribuyó positivamente al rendimiento académico en CIMU. Se considera que el grado de ansiedad hacia la matemática en estos grupos de estudiantes funcionó como un estímulo útil, es decir, los estudiantes adaptaron sus niveles de ansiedad de manera que les permitió aprobar los primeros cursos de cálculo en un solo intento, sin repetición. Para esta población en particular, considerar como un evento posible la no aprobación de los primeros cursos de matemática les provocó ansiedad, la cual enfrentó con técnicas propias que permitieron resolver una situación provocadora de ansiedad (Skemp, 1999).

En concordancia con Lyons y Beilocks (2012), se indica que las reacciones emocionales negativas han demostrado ser eficaces, por ejemplo, en su estudio, el impacto negativo en rendimiento de matemáticas, debido a miedo de confirmar los estereotipos negativos acerca de las habilidades académicas.

Por tanto, los hallazgos actuales sugieren que las más adecuadas prácticas educativas para la mejora de la competencia matemática no consisten en generar cursos de matemáticas de alto costo, ni centrarse en la búsqueda de respuestas exclusivas para la eliminación de la ansiedad matemática o baja percepción de autoeficacia; manifiestan que lo importante es desarrollar prácticas de aula que ayuden al estudiantado a aprender a reunir los recursos de control cognitivo que permitan dar respuesta efectiva ante la ansiedad matemática, una vez

que ocurra, y antes de que tenga la oportunidad de disminuir su rendimiento actual en matemáticas. Este será, probablemente, el camino más exitoso para reducir la ansiedad matemática.

Para las que el estudio no generó evidencia empírica aceptable

Las hipótesis para las cuales el estudio no generó evidencia empírica aceptable, corresponden a H₁, H₅, H₇, H₈ y H₉.

-H₁: La variable exógena relacionada con la inteligencia fluida (IF) evidenciará un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre el rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria (CIMU) ($\alpha=0,05$, *parámetro* $\gamma_{21}=0,01$).

En el análisis de la capacidad predictiva de la inteligencia fluida sobre el rendimiento académico se constata una influencia directa y positiva; empero, estadísticamente insignificante en la explicación del CIMU. Así como ha sucedido en otros trabajos, cuando se integran conjuntamente variables de personalidad, estas tienden a explicar un porcentaje de varianza adicional estadísticamente significativo en el rendimiento académico en general, más allá de lo que explica la inteligencia general (Colom, 2012; Di Fabio y Busoni ,2007; Furnham y Monsen ,2009; Laidra, Pullman y Allik, 2007).

En este estudio se observó que su efecto fue positivo, pero con un coeficiente muy bajo. No obstante, esta hipótesis no fue respaldada totalmente por la teoría cuando se considera la inteligencia fluida como posible causa del rendimiento académico; pero sí resulta importante destacar su correlación positiva y significativa con el rendimiento académico en concordancia con los resultados obtenidos por Primi et al. (2010). Sin embargo, según los datos recopilados los grupos de estudiantes de ingeniería presentan un mayor razonamiento fluido, revelaron un aumento rápido en las calificaciones de matemática en un lapso de cinco meses, lo cual indica que la inteligencia fluida es un factor importante en el aprendizaje de un programa de curso de matemática.

En un estudio realizado por Montero (2015) se probaron empíricamente dos modelos jerárquicos sobre la configuración factorial implicada por dos teorías alternativas de la

estructura de las habilidades intelectuales. Estos modelos corresponden a la Teoría de los Tres Estratos de John B. Carroll y al modelo verbal-educativo y espacial-perceptual-práctico (v: ed y k: m) de Philip E. Vernon. No obstante, con base en los resultados obtenidos por Montero se logró identificar que las habilidades matemáticas solo podrían estar vinculadas causalmente al factor general de tercer orden y al factor de segundo orden v (verbal-educativo); no se encontró vinculación causal con respecto al factor k (espacial- mecánico) relacionado con habilidades de razonamiento que forman parte de la Inteligencia Fluida.

De acuerdo con lo anterior, se justifica la relación no causal entre inteligencia fluida y rendimiento académico en matemática.

-H₅: La variable exógena responsabilidad (RESP) evidenció un efecto directo de importancia práctica y estadísticamente significativa sobre el RA_CIMU ($\alpha=0,05$, *parámetro* $\gamma_{22}=0,04$).

Esta hipótesis no generó evidencia empírica aceptable porque el valor del coeficiente causal obtenido es inferior a 0,10, un valor que fue establecido por la investigadora. Cabe rescatar, que sí se mantuvo la dirección positiva.

De acuerdo con Cupani y Aparicio (2012), la responsabilidad resultó ser un factor causal del rendimiento académico. Al respecto, se observó que el estudiantado de ingeniería presentó un nivel alto de responsabilidad, lo que le permitió mantener un rendimiento estable en matemática.

-H₇: la variable exógena autoeficacia (AU) evidenciará un efecto directo positivo de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre RA_CIMU ($\alpha=0,05$, *parámetro* $\gamma_{24}=-0,15$).

El modelo inicial presentó un ajuste aceptable en todos sus parámetros, sin embargo, mostró una contradicción teórica entre la variable exógena autoeficacia (AU) y el rendimiento académico (RA) en cursos iniciales de matemática universitaria. Esta fue una de las causas por las que se estimó un modelo alternativo, en el que se eliminó la variable AU, y con el que se logró un modelo hipotético consistente con los datos empíricos y con buen ajuste.

Cabe mencionar que, en este estudio, se utilizó una escala de autoeficacia general. Al respecto, Pajares (1996) sostiene que estas medidas generales crean problemas de relevancia predictiva y son oscuras acerca de lo que se está evaluando. Instrumentos generales de autoeficacia proporcionan puntuaciones globales que descontextualizan la correspondencia entre el comportamiento y la auto-eficacia, y transforman la autoeficacia en un rasgo de la personalidad generalizada en lugar de las creencias con respecto a un contexto específico. La autoeficacia es reconocida por investigadores como un predictor del rendimiento académico con un sentido positivo; por lo que se ha considerado que una persona que tenga alta percepción de sí misma tendrá alto rendimiento académico (Bandura y Locke, 2003; Pajares, 1996; Vittorio, Vecchione, Gerbino y Barberenelli, 2011; Zientek y Thompson, 2010).

La mayoría de las investigaciones consultadas evidencian que la autoeficacia es un constructo fuertemente predictivo del rendimiento académico. En este sentido, han tenido que recurrir a diferentes tipos de escalas que miden distintos dominios: unas permiten evaluar aspectos específicos de autoeficacia y otras aspectos más generales. Esto produce diferencias en el valor predictivo o correlacional entre autoeficacia y rendimiento académico; sin embargo, ningún estudio ha presentado en sus resultados un valor con signo negativo, situación que aconteció en los resultados de la presente investigación.

Después de una búsqueda de estudios que presentaran una correlación negativa entre autoeficacia y rendimiento académico, o relación causal negativa, se ubicó el estudio de Roces, González y Tourón (1997), en el que se encontró una correlación negativa de -0,30 en estudiantes de arquitectura, donde la autoeficacia y el rendimiento académico tienen una relación inversa, es decir, en su caso, los estudiantes de arquitectura presentaron las creencias de autoeficacia para el rendimiento más bajas de la universidad, pero obtuvieron buen rendimiento.

Con el propósito de comprender en cuáles contextos surge la presencia del signo negativo en el valor del coeficiente entre autoeficacia y rendimiento académico, se decidió analizar algunos estudios específicos que brindaron información al respecto.

Algunos estudios han considerado que la autoeficacia afecta el nivel de rendimiento tanto directa como indirectamente y de forma positiva (Pérez, Cupani y Ayllón, 2005), precisamente se llega a estos resultados con diferentes tipos de muestras, es decir, con

estudiantes de secundaria, con estudiantes de universidades o con personas adultas y en diferentes países.

Escasas investigaciones se refieren al efecto negativo entre la autoeficacia y el rendimiento académico; a pesar de esta limitación, se hallaron tres estudios que sí lo plantearon y con los que se justificó el efecto negativo entre estas dos variables latentes. Una primera versión de las posibles causas que justifican el signo negativo entre autoeficacia y rendimiento académico fue presentada por Vancouver, Thompson y Williams (2001) y Vancouver, Thompson, Tischner y Putka (2002), quienes basaron su análisis en otros estudios en donde se dio a conocer que la alta autoeficacia en un individuo lleva al exceso de confianza en sus propias capacidades; este exceso de confianza en lugar de contribuir más en sus recursos hacia determinadas tareas, produce un efecto contrario o contribuye menos. Los autores aclaran que este hallazgo es compartido con la teoría de Bandura, quien consideró que conforme avanza el tiempo, la alta auto-eficacia contribuye con disminuciones en el rendimiento, es decir, un individuo totalmente seguro de sus capacidades crea pocos incentivos para realizar los esfuerzos necesarios en alcanzar altos niveles de rendimiento.

Vancouver et al. (2001) y Vancouver et al. (2002) concluyeron que las altas creencias de un individuo en sus capacidades y metas personales lo autodebilitan. Ante esta conclusión, Bandura y Locke (2003) reaccionaron y refutaron científicamente lo conceptual, lo metodológico e interpretativo de los estudios de Vancouver y sus colaboradores.

No obstante, Bandura aclaró, con insistencia, que existen condiciones en las que la alta autoeficacia percibida reduce la motivación mediante un mecanismo de complacencia; estas condiciones difieren de lo expresado por el equipo de investigación de Vancouver.

Bandura y Locke (2003) consideraron que la teoría social cognitiva especifica determinadas condiciones en las que se puede dar un elevado sentido negativo en la autoeficacia. Este signo negativo se muestra cuando al individuo se le presentan dudas sobre su eficacia en el rendimiento, ya que pone todos sus esfuerzos para adquirir conocimientos y habilidades para superar retos desafiantes o estresantes. Por el contrario, si el individuo le confiere un fuerte sentido a la eficacia sobre el aprendizaje, mejora el desarrollo de las competencias necesarias para obtener alto rendimiento.

Por consiguiente, los estudiantes que ingresaron a carreras de ingeniería tienen un perfil motivacional que les induce a experimentar el sentimiento de que aún conservan las competencias matemáticas con las que lograron altas calificaciones en la secundaria y en la prueba de bachillerato; es decir, probablemente consideraron que conservaban la capacidad necesaria para cumplir con el reto estresante de aprobar los primeros cursos de matemática universitaria, un reto desafiante y común entre quienes estudian carreras de ingeniería. Por lo tanto, consideran tener la capacidad para cumplir retos, pero dudan ante el sentimiento de mejorar el desarrollo de sus propias competencias con el propósito de obtener alto rendimiento.

En resumen, se determinó que esta hipótesis no se cumplió debido a un problema metodológico en cuanto a la aplicación del instrumento con el que se midió la variable autoeficacia; el utilizado en esta investigación midió autoeficacia general y debió emplearse un instrumento que midiera autoeficacia matemática. Es decir, el instrumento de medición utilizado no midió adecuadamente el constructo autoeficacia en una población particular (solo estudiantes de ingeniería), puesto que no fue construido y validado en poblaciones que están en carreras de alto contenido matemático.

-H₃: la variable exógena impulsividad (IMP) evidenciará un efecto inverso de importancia práctica y estadísticamente significativo sobre RA_CIMU ($\alpha=0,05$, parámetro $\gamma_{25} = -0,05$).

Este rasgo resultó ser uno de los rasgos no cognitivos con menor efecto causal en el RA de los CIMU. La impulsividad puede ser perjudicial en estudiantes con bajos niveles de inteligencia (Lozano et al., 2014); en esta investigación el estudiantado mostró un nivel moderadamente alto de inteligencia, razón que permitió justificar la no significativa relación causal entre impulsividad y RA de los CIMU.

Lozano, Gordillo y Pérez (2014) resaltan que teóricamente la impulsividad es más correlacionada con las medidas de logro (rendimiento académico e inteligencia cristalizada) que con medidas de inteligencia fluida; sin embargo, en su estudio, las medidas de impulsividad presentaron mayores valores de correlación con las de medidas de IF, es decir,

con el razonamiento y las habilidades espaciales, que con la IC, representadas por las habilidades verbales y numéricas.

Los resultados sugieren que la naturaleza de interacción entre la capacidad intelectual y la impulsividad puede no ser la misma para diferentes contextos de desempeño, de ahí que, para efectos de este estudio, no resultó una relación significativa la impulsividad con el rendimiento académico en matemática.

-H₉: la variable RESP será un predictor potencial en CIMU y en un menor grado lo serán las variables ansiedad y autoeficacia, donde la variable impulsividad será la de menor predicción ($\alpha=0,05$, parámetros $\gamma_{22}= 0,04$, $\gamma_{23}= -0,10$, $\gamma_{24}= -0,15$, $\gamma_{25}= -0,05$).

Los efectos causales de las variables no cognitivas sobre RA_CIMU mostraron valores aceptables en algunos de los coeficientes del modelo estructural, los cuales, ordenados según su peso, quedarían en este orden: autoeficacia, ansiedad, responsabilidad e impulsividad; se coincide con la hipótesis de que la impulsividad es el rasgo de menor predicción.

CAPÍTULO VI

CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y LIMITACIONES

6.1. Conclusiones

Los resultados encontrados respaldan científicamente el posicionamiento teórico sobre el cual fue formulado el problema de esta investigación; un problema al que, a pesar de ser multicausal y contextual, fue posible aproximarse -bajo un modelo teórico causal hipotetizado- a la magnitud de la relación entre la inteligencia fluida y el rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria.

Con el desarrollo de esta investigación se logró generar evidencia empírica sobre la posible relación de causalidad entre la inteligencia fluida y el rendimiento académico de estudiantes de primer ingreso en cursos iniciales de matemática de educación superior costarricense; con los resultados obtenidos, se contribuyó científicamente al conocimiento relacionado con la problemática del desempeño académico por parte de los individuos matriculados en los primeros cursos de matemática universitaria. Las relaciones causales encontradas se infirieron a partir de las relaciones observadas entre las variables que formaron parte de un modelo teórico hipotetizado.

En relación con el primer objetivo específico, se logró explicar, desde la teoría, la relación de causalidad entre la inteligencia fluida y el rendimiento académico en cursos iniciales de matemática en la Educación Superior.

Se estableció una relación teórica de causa-efecto a partir de la teoría subyacente a la inteligencia (fluida y cristalizada), a los rasgos de personalidad y al rendimiento académico en matemática. A pesar de la escasa investigación sobre modelos causales del rendimiento académico en cursos iniciales de matemática en la Educación Superior, en las que intervengan rasgos de personalidad como la responsabilidad, la ansiedad, la autoeficacia y la impulsividad, se logró establecer dos modelos causales que permitieron explicar estadísticamente el valor predictivo de la inteligencia fluida con respecto al rendimiento académico en los primeros cursos de matemática de la Educación Superior.

Cabe señalar que la relación teórica causa-efecto se estableció considerando un conjunto de aspectos esenciales, que metodológicamente no están especificados, pero se han considerado en distintos campos de la investigación científica. De ahí que la relación causal

entre la inteligencia fluida y el rendimiento académico, en cursos iniciales de matemática en la Educación Superior, se concretó a partir de la fuerte asociación entre variables de inteligencia y rendimiento académico en matemática, reproducida por distintos investigadores, y a partir de la concordancia de dicha asociación con el conocimiento que se tiene en la actualidad, en especial, de las posiciones teóricas sobre la inteligencia y su relación con variables no cognitivas para predecir los logros académicos.

De acuerdo con el planteamiento del segundo objetivo específico, se logró estimar, a partir de la teoría, un modelo empírico aceptable de relaciones causales que explicara satisfactoriamente las correlaciones observadas entre variables cognitivas (inteligencia fluida, inteligencia cristalizada), no cognitivas (responsabilidad, ansiedad, autoeficacia, impulsividad) y el rendimiento en cursos de matemática, con el cual se confirmó la hipótesis de una relación positiva y de importancia práctica entre la inteligencia fluida y el rendimiento en cursos iniciales de matemática de la Educación Superior. Con este modelo se evidenció que la inteligencia fluida, mediado por la inteligencia cristalizada, es un predictor del rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria.

Producto importante de esta investigación, es que se alcanzó estimar un modelo que se formuló a partir de sustentación teórica, y se logró poner a prueba con datos reales.

La estimación del modelo requirió de la recopilación y diseño de instrumentos de medición que representaran algunos constructos específicos. Cada constructo incluido en el modelo fue normalmente medido a través de un conjunto de indicadores observables, los cuales, por un lado, correspondieron a instrumentos o escalas de variables de personalidad que han sido probadas en poblaciones de diferentes países y, a través de este estudio, se adaptaron al contexto costarricense, específicamente con estudiantes de primer ingreso a la universidad. Particularmente la escala de ansiedad matemática, la cual correspondía inicialmente a una escala de ansiedad estadística, se adaptó a la disciplina de matemática, resultando una escala con excelentes propiedades psicométricas, con el beneficio que puede llegar a ser utilizada en cualquier contexto educativo.

Por otro lado, la investigadora diseñó un instrumento que permitió medir inteligencia cristalizada en matemática en un contexto declarativo para un curso de matemática general; adicionalmente, se generó otro instrumento en un contexto procedimental sobre contenidos

específicos de una prueba de Cálculo, el cual fue utilizado como indicador de la variable rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria.

Se realizó una investigación científica, cuyos hallazgos alimentan futuras investigaciones científicas aplicadas a la educación en primaria, secundaria y universitaria. Se obtuvo evidencia científica ante la necesidad de conocer y mejorar una determinada realidad educativa, como lo es el rendimiento académico en cursos iniciales de matemática universitaria; se evidenció el papel que ocupa la inteligencia fluida en el desarrollo del pensamiento matemático, principalmente en lo que corresponde al razonamiento inductivo y deductivo en tareas matemáticas complejas, propias de cursos universitarios.

Con la estimación del modelo se logró identificar algunas de las competencias matemáticas que subyacen a la teoría de la inteligencia fluida: competencias cognoscitivas propias de la disciplina (relaciones entre patrones, reorganización de la información); competencias en la argumentación, el razonamiento y el lenguaje matemático (formación de conceptos e inferencias, clasificación, identificación de relaciones); competencias para el pensamiento cuantitativo, competencias en la operatividad de las matemáticas, modelización y resolución de problemas (operaciones mentales en la resolución de problemas nuevos, comparación de implicaciones).

La identificación de estas competencias matemáticas que subyacen a la teoría de inteligencia fluida, tiene implicaciones en contextos educativos para aquellos individuos que pasan de un sistema educativo a otro (por ejemplo, de primaria a secundaria o de secundaria a la universidad) sin haber tenido oportunidades educativas de calidad; por ejemplo, la oportunidad de haber recibido una educación matemática que le permitiera desarrollar habilidades fluidas para la resolución de problemas y para el aprendizaje de conceptos abstractos, particularmente en estudiantes talentosos.

Se logró obtener un modelo claro, el cual dejó en evidencia que estudiantes de ingeniería con niveles altos de inteligencia fluida mostraron no ser menos ansiosos, con alta percepción de autoeficacia, alta responsabilidad y poco impulsivos funcionales (se relacionan conceptos como el entusiasmo, altos niveles de actividad, audacia, búsqueda de sensaciones y aventuras, toma de riesgos y atrevimiento). Cuentan con un procesamiento de la información efectivo, toma de decisiones veloces y adecuadas con consecuencias favorables.

El hecho de conocer las habilidades fluidas de un grupo de estudiantes, a pesar de una formación deficiente en la educación secundaria, conlleva a generar posibles planes remediales que permitirán aprobar los cursos de matemática a la primera vez. Planes remediales que consideren el nivel de inteligencia fluida como punto de partida, de manera que se generen actividades o tareas educativas significativas y acorde con las necesidades de los y las estudiantes.

En definitiva, esta investigación tiene implicaciones relevantes en los procesos de enseñanza y aprendizaje propios de los cursos iniciales de matemática a los que se enfrentan estudiantes de primer ingreso a la universidad.

En primer lugar, el estudio deja entrever que las habilidades fluidas ocupan un papel significativo en el rendimiento de los cursos iniciales de matemática universitaria, habilidades que en la mayoría de los sistemas educativos no han sido aprovechadas por los docentes de matemática, propiciando marcadas diferencias individuales y desigualdad de oportunidades educativas para estudiantes que ingresan a la universidad con deficientes conocimientos matemáticos. Esta deficiencia, no solo se debe a la cantidad de conocimientos matemáticos que un individuo haya recibido en la educación previa a la universidad, sino al proceso sobre el cual se hayan desarrollado las habilidades fluidas (particularmente las relacionadas con el pensamiento lógico) de cada estudiante en la construcción del conocimiento matemático generado. No obstante, estudiantes de primer ingreso a la universidad con altas habilidades fluidas, pero con deficientes conocimientos matemáticos, tiene la oportunidad de enfrentarse exitosamente a los primeros cursos de matemática universitaria, siempre y cuando se generen planes de acción más precisos para este tipo de población.

En segundo lugar, a nivel teórico se confirmó una vez más el papel que desempeñan las teorías de inteligencia y de personalidad en la predicción del rendimiento académico en cursos iniciales de matemática en la educación superior. Específicamente se halló que a niveles altos de inteligencia fluida se fortalece la experiencia educativa –inteligencia cristalizada– y, por lo tanto, el alto rendimiento en los cursos de matemática. No obstante, algunas de las implicaciones positivas del estudio se refieren a generar políticas educativas relacionadas con la equidad en el logro educativo, orientadas a la minimización de las

diferencias que se dan cuando se cree que estudiantes procedentes de colegios públicos están en desigualdad de oportunidades académicas en relación con quienes llegan de colegios privados.

Provengan de cualquier tipo de colegio, hay una realidad sobre la población en estudio: la totalidad de los estudiantes de nuevo ingreso tiene definido su nivel de inteligencia fluida. Desconocer este tipo de habilidades puede acrecentar la desigualdad educativa en detrimento de una educación de calidad, con implicaciones negativas en el estudiantado: aislando a personas con capacidades matemáticas e induciéndolas al cambio de carrera, o a desertar de la universidad; o bien, implicaciones económicas por cada estudiante que repita un curso de matemática, representando un alto costo para la universidad y para el mismo estudiante.

6.2. Recomendaciones

A la luz de los resultados obtenidos y con el fin de desarrollar futuras investigaciones, se recomienda que a partir de estos se caracterice el estudiantado de acuerdo con sus habilidades fluidas y cristalizadas, para realizar acciones preventivas o correctivas entorno a la deserción de carrera a causa del bajo rendimiento, el abandono y el rezago en estos cursos iniciales de matemática universitaria. Esta caracterización del estudiantado podría ayudar incluso en su orientación vocacional de primer ingreso.

Se recomienda generar perfiles que permitan clasificar las habilidades fluidas y cristalizadas en grupos de estudiantes por género, por alto o bajo rendimiento académico, según el colegio de procedencia y otras variables sociodemográficas. Esto con el fin de conservar igualdad de oportunidades en una formación de calidad, tanto para el estudiantado que presenta alta inteligencia fluida como para el que presenta niveles bajos de inteligencia fluida (acompañado de una adecuada orientación vocacional), lo cual implicaría definir estrategias pedagógicas acorde con cada perfil.

Adicionalmente, se recomienda realizar un análisis multigrupo que incluya a estudiantes que aprobaron el curso remedial y a quienes no lo aprobaron, con el propósito de ofrecer consistentes estimaciones de los parámetros encontrados. Con este método es posible evaluar la equivalencia entre los coeficientes de regresión; resulta útil para comprobar todas

las hipótesis propuestas simultáneamente e indagar en qué medida el patrón de relaciones causales propuesto es consistente con los datos observados en cada una de las muestras. Además, permite especular en qué medida este patrón es invariable a través de las diferentes muestras.

Con el propósito de generar una prueba que permita medir el dominio de los contenidos evaluados en un examen parcial del curso de cálculo, se recomienda hacer una nueva revisión de la validez de contenido a los 15 ítems de selección única de la prueba de Cálculo diferencial integral, la cual trató de medir el dominio de los contenidos sobre límites y derivadas evaluados en el primer parcial del curso MA1102. Todos los ítems de selección se eliminaron por presentar cargas factoriales inferiores a 0,20.

Es necesario que los docentes universitarios comprendan que los estudiantes con habilidades fluidas altas pueden aprobar un curso de matemática no necesariamente con calificaciones altas. Lo anterior se puede dar en contextos particulares, como es el caso de carreras con alto contenido matemático en el que variables no cognitivas como autoeficacia, responsabilidad, ansiedad e impulsividad pueden afectar la obtención de calificaciones altas.

Se considera preciso desarrollar más investigación mediante estudios más robustos desde el punto de vista metodológico, sobre los componentes de inteligencia fluida en cada individuo y su relación con los diferentes conocimientos conceptuales matemáticos que son la base para los cursos de matemática universitaria, de manera que se mejore la evaluación de los componentes específicos de inteligencia fluida, pues en este estudio se trabajó con parcelas y mezclados con los errores de medida.

Se recomienda a la Escuela de Matemática del ITCR aplicar a los estudiantes de primer ingreso –al inicio del ciclo lectivo– la prueba de Inteligencia Fluida y la prueba de conocimiento conceptual en matemática; y en la segunda semana de clases aplicar la prueba de ansiedad matemática. Lo anterior permitirá con el tiempo establecer intervenciones más adaptadas o ajustadas a los diferentes perfiles de los estudiantes que ingresan con deficientes conocimientos matemáticos y con potencial intelectual. La caracterización de estos perfiles se generaría a partir de las habilidades cognitivas matemáticas que subyacen al nivel de inteligencia fluida mediada por la inteligencia cristalizada. Cabe señalar que cualquier decisión que se tome con respecto a estudiantado de primer ingreso a la universidad, debe ir

sustentada con base en el perfil definido según los resultados de la prueba de inteligencia fluida, la prueba de conocimiento conceptual y posiblemente otras pruebas no cognitivas, además de la orientación vocacional, y la propuesta pedagógica en caso que sea necesaria.

Es importante capacitar a los docentes –de todos los niveles educativos– en reconocer el papel que ocupa la inteligencia fluida y cristalizada en el proceso de enseñanza aprendizaje, lo que conlleva potencializar en los estudiantes las habilidades cognitivas en matemática, particularmente para la población estudiantil vulnerable a las condiciones educativas y culturales que han recibido.

Se recomienda realizar réplicas de esta investigación con otras poblaciones y en otros contextos, con el propósito de determinar la generalización del conocimiento científico aportado en esta investigación, y así asegurar que los resultados encontrados son fiables y válidos; además, lograr determinar el posible papel de otras variables.

Se recomienda generar un programa de investigación interuniversitario sobre rendimiento, en el que se puedan llevar a cabo estudios interdisciplinarios sobre rendimiento académico y en el que se plasmen estudios científicamente desarrollados por investigadores educativos e investigadores de otras disciplinas; por ejemplo, de las ciencias cognitivas (neurociencias), con el propósito de generar nuevas tendencias de investigación en las que se estudien otras variables socio-cognitivas y de personalidad que afectan el rendimiento académico en matemática, así como brindar los elementos necesarios para desarrollar políticas educativas más equitativas, en las que se vean beneficiados tanto los individuos con alta inteligencia, como los que presentan media o baja inteligencia fluida.

Se recomienda a las entidades educativas correspondientes, tomar decisiones orientadas al diseño de intervenciones pedagógicas más asertivas tanto para los cursos remediales, como para los cursos nivelatorios. En estos cursos nivelatorios es cuando se recomienda potenciar las capacidades fluidas del estudiantado, ya que tal y como se evidenció en esta investigación, la inteligencia fluida predice el rendimiento mediado por la inteligencia cristalizada, lo cual quiere decir, que estudiantes con potencial intelectual que ingresan en desventaja en cuanto al conocimiento matemático, tendrían la oportunidad de aprobar a la primera vez un primer curso de matemática.

6.3. Limitaciones

A pesar de que el modelo planteado confirmó la hipótesis de la investigación, cabe señalar algunas limitaciones del trabajo que pueden servir de base para futuras investigaciones. Se presentaron limitaciones en relación con el trabajo de muestreo, recolección de datos y etapas de análisis de la investigación.

- Se considera una limitación el proceso de recolección de información.

Esta recolección se caracterizó por ser un diseño longitudinal. Este tipo de diseño permitió analizar la evolución de los mismos individuos durante ocho meses, lo que provocó pérdida de muestra al requerir conservar información de estudiantes matriculados en los primeros cursos de matemática.

Se trabajó únicamente con estudiantes de primer ingreso a carreras de ingenierías, por lo que se prolongó el proceso de investigación, ya que solo se podían hacer mediciones con las poblaciones de primer ingreso del año 2014 y del año 2015; no obstante, para analizar las pruebas se tuvo que recurrir a la aplicación piloto con los estudiantes de primer ingreso del 2014 y, un año después, se inició con la fase operativa de la investigación.

Otra limitación de esta índole fue depender de otros entes institucionales para que proporcionaran información de cada estudiante del estudio, pues, en varios casos, no se brindó la información completa, por lo que se decidió sacarles de la muestra de estudio.

- Limitaciones del contexto.

No se contó con un presupuesto para tener un equipo de aplicadores para todo el proceso de investigación. En la fase piloto el mismo personal docente de los grupos colaboró con la aplicación de los test. En la fase operativa se tuvo que contratar personal para aplicar las pruebas de inteligencia fluida y conocimientos matemáticos, una necesidad con la que se contaba al principio de la investigación.

- En relación con las limitaciones de la naturaleza de investigación.

Se desarrolló una investigación explicativa, en la que se dedujo la explicación a modo de una secuencia hipotética deductiva de un conjunto de premisas; por lo tanto, es una

deducción de una teoría que contiene afirmaciones que explican hechos particulares. Al utilizar variables psicológicas y una muestra compuesta por seres humanos, no es posible confirmar relaciones causales; en cambio, sí es posible hacer inferencias a partir de esas relaciones causales.

Por el tipo de investigación es factible que se generen problemas éticos, y de confidencialidad. Este tipo estudio es complejo, de alto costo y larga duración.

- Con respecto a los indicadores del modelo de medición.
- Se considera una limitación el tratar de medir las variables latentes inteligencia cristalizada y rendimiento académico, pues algunos de sus indicadores correspondieron a datos proporcionados directamente por los departamentos del MEP y de la Oficina Admisión del ITCR, como indicadores de inteligencia cristalizada. Las notas de los parciales para el rendimiento correspondieron a medidas brindadas por docentes. El proceso de recolección de esta información fue largo y algunos datos no explicaron lo suficiente la variable latente.

- Inferencias causales a partir de datos correlacionales.

Las inferencias causales se estiman a partir de diseños experimentales, pero al trabajar con seres humanos solo es posible recurrir a diseños cuasiexperimentales, por lo que las inferencias causales estimadas en esta investigación ofrecen a la comunidad científica evidencia empírica de importancia práctica sobre el papel de la inteligencia fluida como predictor del rendimiento académico.

REFERENCIAS

- Ackerman, P. (2000). Domain-Specific Knowledge as the “Dark Matter” of Adult Intelligence: Gf/Gc, Personality and Interest Correlates. *Journal of Gerontology: Psychological Sciences*, 55B (2), 69–84.
- Alfaro, A.L. y Alpízar, M. (2013). El proyecto Matemática para la Enseñanza Media (MATEM-UNA): Percepción de los estudiantes sobre los cursos recibidos y las carreras en Educación Superior que eligieron. *Revista UNICIENCIA*, 27 (1), 34-58. Recuperado de <http://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/4942>
- Almeida, L., Guisande, A., Primi, R. y Lemos, G. (2008). Contribuciones del factor general y de los factores específicos en la relación entre inteligencia y rendimiento escolar. *European Journal of Education and Psychology*, 1 (3), 5-16. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/1293/129318720001.pdf>
- Aluja, A., Kuhlman, M. y Zuckerman, M. (2010). Development of the Zucherman-Kuhlman-Aluja Personality Questionnaire (ZKA-PQ): a Factor/Facet Version of the Zuckerman-Kuhlman Personality Questionnaire (ZKPQ). *Journal of Personality Assessment*, 92 (5), 416-431. DOI:10.1080/00223891.2010.497406
- Anastasi, A. y Urbina, S. (1998). *Tests psicológicos* (7ª ed.). México DF, México: Prentice Hall.
- Arguedas, S. (2009). “Bases Matemáticas”, pilar fundamental de un modelo de inducción al cálculo para los estudiantes de primer ingreso a carreras de ingeniería. *Actas del VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, enero 4 al 9, Puerto Montt, Chile.
- Arribas, D., Minguijón, X. y Sánchez, R. (2008). *NEO PI-R inventario de personalidad Neo revisado: Informe Interpretativo*. Tea Ediciones. Recuperado de <http://web.teaediciones.com/NEO-PI-R--INVENTARIO-DE-PERSONALIDAD-NEO-REVISADO.aspx>
- Ato, M. y Vallejo, G. (2011). Los efectos de terceras variables en la investigación psicológica. *Revista Anales de Psicología*, 27 (2), 550-561. Recuperado de <http://revistas.um.es/analesps/article/view/123201/115851>

- Bandura, A. y Locke, E. (2003). Negative Self-Efficacy and goal effects revisited. *Journal of Applied Psychology*, 88 (1), 87-99. Recuperado de <http://psycnet.apa.org/journals/apl/88/1/87/>
- Batista, J.M y Coenders, G. (2012). *Modelos de Ecuaciones Estructurales. Cuadernos de Estadística*. 2da. edición. Madrid, España: Editorial Muralla, S.A.
- Bernal, M.E. y Gómez, Ma. F. (2012). *CEPAL- Innovar en educación: Un aporte a la Equidad*. Santiago Chile, Naciones Unidas. Recuperado de <http://repositorio.cepal.org/handle/11362/3983>
- Bisquerra, R. (2000). *Métodos de investigación Educativa: guía práctica*. Barcelona, España: Editorial CEAC.
- Blanco, R., García, P., Gómez, C., Moreira, T. y Romero, E. (s.f). *Guía de la prueba de aptitud académica: proceso de admisión 2015-2016*. Comité de examen de admisión, Tecnológico de Costa Rica. Recuperado de <http://www.tec.ac.cr/admision/Documents/Folleto-PAA-2015-2016.pdf>
- Cabrera, L., Tomás, J., Álvarez, P. y González, M. (2006). El problema del abandono de los estudios universitarios. *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa (RELIEVE)*, 12 (2), 171-203. Recuperado de http://www.uv.es/RELIEVE/v12n2/RELIEVEv12n2_1eng.htm
- Castejón, J.L. y Miñano, P. (2008). Capacidad predictiva de las variables cognitivo-motivacionales sobre el rendimiento académico. *Revista Electrónica de Motivación y Emoción (REME)*, XI Junio, 28 (s.p.),
- Castejón, J.L., Navas, L. y Sampascual, G. (1996). Un modelo estructural del rendimiento académico en matemáticas en la educación secundaria. *Revista de psicología general y aplicada*, 49 (1), 27-43. Recuperado de https://scholar.google.com/scholar?q=Un+modelo+estructural+del+rendimiento+acad%C3%A9mico+en+matem%C3%A1ticas+en+la+educaci%C3%B3n+secundaria&hl=es&as_sdt=0&as_vis=1&oi=scholart&sa=X&ved=0ahUKEwjEyOHZht_KAhXCdR4KHY_2BhYQgQMIGjAA
- Cattell, R.B. (1963). Theory of fluid and crystalized intelligence: A critical experiment. *Journal of Educational Psychology*, 54 (1), 1-22. Recuperado de

<http://search.proquest.com/docview/614267653/fulltextPDF/AF582266C58D4271PQ/1?accountid=14478>

- Cattell, R.B. y Cattell, A.K.S. (2009). *Factor "g" 2 y 3: tests de Factor "g", Escalas 2 y 3. Manual*, 11ª edición. Madrid: TEA ediciones, S.A.
- Cea D'ancona, M.A. (2001). *Metodología Cuantitativa: estrategias y técnicas de investigación social*. Madrid, España: Editorial Síntesis S.A.
- Cea D'ancona, M.A. (2002). *Análisis multivariable. Teoría y práctica en la investigación social*. Madrid, España: Editorial Síntesis S.A.
- Cerda, G., Ortega, R., Pérez, C., Flores, C. y Melipillán, R. (2011). Inteligencia lógica y rendimiento académico en matemáticas: un estudio con estudiantes de Educación Básica y Secundaria de Chile. *Anales de Psicología*, 27 (2), 389-398. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=16720051015>
- Chico, E. (2000). Relación entre la impulsividad funcional y disfuncional y los rasgos de personalidad de Eysenck. *Anuario de Psicología*, 31 (1), 79-87. Recuperado de <http://revistes.ub.edu/index.php/Anuario-psicologia/article/view/8866>
- Chico, E., Tous, J.M., Seva, L. y Vigil-Colet, A. (2003). Spanish adaptation of Dickman's impulsivity inventory: its relationship to Eysenck's personality questionnaire. *Personality and Individual Differences*, 35, 1883-1892. doi:10.1016/S0191-8869(03)00037-0
- Chuderski, A., Taraday, M., Necka, E. y Smolén, T. (2012). Storage capacity explains fluid intelligence but executive control does not. *Intelligence*, 40, 278-295. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0160289612000232>
- Cliff, A. y Montero, E. (2010). El balance entre excelencia y equidad en pruebas de admisión: contribuciones de experiencias en Sudáfrica y Costa Rica. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, 3 (2) (s.p). Recuperado de <http://www.rinace.net/riee/numeros/vol3-num2/art2.pdf>
- Colás, M.P., Buendía, L. y Hernández, F. (2009). *Competencias científicas para la realización de una tesis doctoral: guía metodológica de elaboración y presentación*. (1ª ed.). Barcelona, España: Davinci Continental.

- Colmenares, M. y Delgado, F. (2008). La correlación entre rendimiento académico y motivación de logro: elementos para la discusión y reflexión. *REDHECS: Revista electrónica de Humanidades, Educación y Comunicación Social*, 3 (5), 179-191. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2737310>
- Colom, R. (2012). *Psicología de las Diferencias Individuales: Teoría y práctica*. Madrid, España: Ediciones Pirámide.
- Colom, R. y Flores, C.E. (2007). Intelligence predicts scholastic achievement irrespective of SES factors: Evidence from Brazil. *Intelligence*, 35, 243-251. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0160289606000808>
- Crawford, K. y Harris, M. (2008). Differential predictors of persistence between community college adult and traditional aged students. *Community College Journal of Research and Practice*, 32, 75-100. Recuperado de <http://eric.ed.gov/?id=EJ783252>
- Cupani, M. y Lorenzo, J. (2010). Evaluación de un modelo social-cognitivo del rendimiento en matemática en una población de preadolescentes argentinos. *Revista Infancia y Aprendizaje*, 33 (1), 63-74. Recuperado de <http://docserver.ingentaconnect.com/deliver/connect/fias/02103702/v33n1/s8.pdf?expires=1373640571&id=74844655&titleid=4362&accname=Guest+User&checksum=AAAD06FA12DF380ED18D43533FFF9B434>
- Cupani, M. y Martin, A. (2012). Rasgos de personalidad y factores contextuales que contribuyen a predecir el rendimiento académico en matemática. *Anuario de Investigaciones de la Facultad de Psicología*, 1 (1), 229-247. Recuperado de <http://revistas.unc.edu.ar/index.php/aifp/article/view/2910>
- De Juan Espinosa, M. (1977). *Geografía de la Inteligencia Humana: Aptitudes cognitivas*. Madrid, España: Editorial Pirámide.
- De Juan Espinosa, M. y Colom, R. (1989). Introducción a la psicología diferencial. *Estudios de Psicología*, 34 (40), 39-54. Recuperado de <https://www.google.com/webhp?sourceid=chrome-instant&ion=1&espv=2&ie=UTF-8#q=Introducci%C3%B3n+a+la+psicolog%C3%ADa+diferencial>

- Deary, I., Strand, S., Smith, P. y Fernandes, C. (2007). Intelligence and educational achievement. *Intelligence*, 35, 13-21. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0160289606000171>
- Di Fabio, A. y Busoni, L. (2007). Fluid intelligence, personality traits and scholastic success: Empirical evidence in a sample of Italian high school students. *Personality and Individual Differences*, 43, 2095-2104. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191886907002218>
- Dickman, S. J. (1990). Functional and Dysfunctional Impulsivity: Personality and Cognitive Correlates [traducir]. *Journal of Personality and Social Psychology*, 58 (1), 95-102. Recuperado de <http://eds.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/eds/pdfviewer/pdfviewer?vid=3&sid=d502c90c-e368-4dc9-8a16-8f2ddc7f343c%40sessionmgr4003&hid=4110>
- England, C. (2012). Teoría Social Cognitiva y Teoría de Retención de Vincent Tinto: Marco Teórico para el estudio y medición de la auto-eficacia académica en estudiantes universitarios. *Revista Griot*, 5 (1), 28-49. Recuperado de <http://revistagriot.uprrp.edu/archivos/2012050103.pdf>
- Ezcurra, A.M. (2005). Diagnóstico preliminar de las dificultades de los alumnos de primer ingreso a la educación superior. *Revista Perfiles educativos*, 27 (107) (s.p). Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-2698200500000000
- Fernández, A. y Del Valle, R. (2013). Desigualdad educativa e Costa Rica: la brecha entre estudiantes de colegios públicos y privados. Análisis de los resultados de la Evaluación Internacional Pisa. *Revista CEPAL*, 111 (s.p). Recuperado de <http://www.cepal.org/sites/default/files/pr/files/51699-hojainformativa-educacionCostaRica-RevistaCEPAL-111.pdf>
- Figuera, P., Dorio, I., Forner, A. (2003). Las competencias académicas previas y el apoyo familiar en la transición a la universidad. *Revista de Investigación Educativa*, 21 (2), 349-369. Recuperado de <http://revistas.um.es/rie/article/view/99251>

- Fossati, G.A. (2007). *Generando inteligencia*. Montevideo, Uruguay: Editorial Grupo Magro.
- Fowler, F. (2009). *Survey Research Methods*. Los Ángeles, Estados Unidos: SAGE.
- Furnham, A., Chamorro, T. y Mc Dougall, F. (2003). Personality, cognitive ability and beliefs about intelligence as predictors of academic performance. *Learning and Individual Differences*, 4, 49-66. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1041608003000359>
- Furnham, A., y Monsen, J. (2009). Personality traits and intelligence predict academic school grades. *Learning and Individual Differences*, 19, 28-33. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1041608008000204>
- Furnham, A., Monsen, J. y Ahmetoglu, G. (2009). Typical intellectual engagement, big five personality traits, approaches to learning and cognitive ability predictors of academic performance. *British Journal of Educational Psychology*, 79, 769-782. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1041608008000204>
- Gagné, F. y Pèrè, F. (2001). When IQ is controlled, does motivation still predict achievement? *Intelligence*, 30, 71-100. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S016028960100068X>
- Garbanzo, G. (2007). Factores asociados al rendimiento académico en estudiantes universitarios, una reflexión desde la calidad de la educación superior pública. *Revista Educación*, 31 (1), 43-63. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44031103>
- García, A. y Jacinto, C. (2010). Equidad y educación superior en América Latina: el papel de las carreras terciarias y universitarias. *Revista Iberoamericana de Educación Superior (RIES)*, México, 1 (1), 58-75. Recuperado en <http://ries.universia.net>
- García, L.F., Escorial, S., García, O., Blanch, A. y Aluja, A. (2012). Structural Analysis of the Facets and Domains of the Zuckerman-Kuhlman-Aluja Personality Questionnaire (ZKA-PQ) and the NEO PI-R. *Journal of Personality Assessment*, 94 (2), 156-163. DOI: 10.1080/00223891.2011.645935

- Gomes, C. y Fernandes, H. (2012). O que a inteligência prediz: diferenças individuais ou diferenças no desenvolvimento acadêmico? *Revista Psicologia: teoria e prática*, 14 (1), 123-139. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=193823753010>
- Gómez, I.M. (2009). Actitudes matemáticas: propuestas para la transición del bachillerato a la universidad. *Revista Matemática*, 21 (3), 5-32. Recuperado de <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=40516671002>
- Gómez, I.M., OP'T Eynde, P. y De Corte, E. (2006). Creencias de los estudiantes de matemáticas. La influencia del contexto de clase. *Revista Enseñanza de la Ciencias*, 24 (3), 309-324. Recuperado de <http://eprints.ucm.es/21592/>
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7 (3), 251-293. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/view/Revista_EMA.html
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Memoria de tesis doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, España. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/444/1/Gomez2007Desarrollo.pdf>
- González, A., Rinaudo, C., Paoloni, V. y Danolo, V. (2012). Metas de logro, ansiedad, esperanza y rendimiento en lengua española en secundaria: un modelo estructural. *Infancia y Aprendizaje*, 35 (4), 433-449. Recuperado de <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1174/021037012803495267?journalCode=riva20>
- Hunt, E. (2011). *Human Intelligence*. New York, Estados Unidos: Cambridge University Press.
- Kaplan, D. (2009). *Structural Equation Modeling. Foundations and Extensions*. United States of America. 2nd ed. Sage Publications, Inc.
- Kitsants, A., Cheema, J. y Ware, H. (2011). Mathematics achievement: The role of homework and self-efficacy beliefs. *Journal of Advanced Academics*, 22 (2), 310-399. Recuperado de https://www.eosmith.org/uploaded/Library/Student_Services/Main_Office/Mathematics_Achievement_The_Role_of_Homework_and_Self-Efficacy_Beliefs.pdf

- Kline, R.B. (2005). *Principles and practice of structural equation modeling* (2nd. Ed.). United States, New York: Guilford.
- Leeson, P., Ciarrochi, J. y Heaven, P. (2008). Cognitive ability, personality and academic performance in adolescence. *Personality and Individual Differences*, 45, 639-635. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191886908002444>
- Lemos, G., Abad, F., Almeida, L. y Colom, R. (2014). Past and future academic experiences are related with present scholastic achievement when intelligence is controlled. *Learning and Individual Differences*, 32, 148-155. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1041608014000181>
- Little, T. D., Cunningham, W. A., y Shahar, G. (2002). To Parcel or Not to Parcel: Exploring the Question, Weighing the Merits. *Structural Equation modeling*, 9 (2), pp. 151-173. Recuperado de <http://faculty.psy.ohio-state.edu/cunningham/pdf/little.sem.2002.pdf>
- Lopes, D., Lemos, G., Primi, R. y Almeida, L. (2015). The relationship between intelligence and academic achievement throughout school: The role of students' prior academic performance. *Learning and Individual Differences*, 41, 73-78. Recuperado de <http://ac.els-cdn.com.ezproxv.sibdi.ucr.ac.cr>
- Lozano, J.H., Gordillo, F. y Pérez, M.A. (2014). Impulsivity, intelligence, and academic performance: Testing the interaction hypothesis. *Personality and Individual Differences*, 61 (62), 63-68. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191886914000294>
- Luengo, R. y González Gómez, J.J. (2005). Relación entre los estilos de aprendizaje, el rendimiento en matemáticas y la elección de asignaturas optativas en alumnos de E.S.O. *RELIEVE*, 11 (2), 147-165. Recuperado de http://www.uv.es/RELIEVE/v11n2/RELIEVEv11n2_4.htm
- Lyons I.M. y Beilock, S. (2012). Mathematics Anxiety: Separating the math from the anxiety. *Cerebral Cortex September*, 22 (9), 2102-2110. Recuperado en <http://cercor.oxfordjournals.org/content/22/9.toc>
- Marín, M., Fernández, F., Rodríguez, J.C., Sans, I. y Toribio, J.J. (2015). *Desigualdad, oportunidades y sociedad de bienestar en España*. Fundación para el análisis y los

- estudios sociales (FAES). Raro S.L.: España. Recuperado de http://www.fundacionfaes.org/file_upload/news/pdfs/20150630113621.pdf
- Martínez, M. y Díaz, E. (2010). El papel del tutor en la Enseñanza de la Matemática. *Actas del VII Festival Internacional de Matemática*, Instituto Tecnológico de Costa Rica, Sede San Carlos. Recuperado de <http://www.cientec.or.cr/matematica/2010/ponenciasVI-VII/Tutor-Margot-Eva.pdf>
- Maruyama, G. M. (1997). *Basics of Structural Equation Modeling*. New York, United States of America: Sage Publications, Inc.
- McCormick, N. y Lucas, M. (2011). Exploring mathematics college readiness in the United States. *Current Issues in Education*, 14 (1) (s.p). Recuperado de <http://cie.asu.edu/ojs/index.php/cieatasu/article/view/680>
- Meade, A. y Kroustalis, C. (2006). Problems with item parceling for Confirmatory Factor Analytic Tests of Measurement Invariance. *Organizational Research Methods*, 9 (3), p. 369. Recuperado de <http://orm.sagepub.com/content/9/3/369.short>
- Meel, D. (2003). Modelos y teorías de la comprensión matemática: comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre la evolución de la comprensión matemática y la Teoría APOE. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8 (3), 221-271. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2092588>
- MEP (2014). *Informe Nacional: Bachillerato de la educación formal 2014*. Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad, Departamento Evaluación Académica y Certificación. Ministerio de Educación Pública. Recuperado de http://www.dgec.mep.go.cr/sites/all/files/dgec_mep_go_cr/documentos/informe_nacional_2014_cap._1_2_y_3.pdf
- Meza, L.G. y Hernández, F. (2001). Enseñanza de la matemática en el Instituto Tecnológico de Costa Rica: patrones de interacción en el aula. *Memorias del II Congreso Internacional sobre Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora*, 5, 6 y 7 de diciembre, Cartago, Costa Rica.

- Meza, L.G. y Azofeifa, R. (2009). *Actitud hacia la matemática de las y los estudiantes del curso Matemática General en el ITCR*. Informe final del Proyecto de Investigación, Instituto Tecnológico de Costa Rica, Cartago, Costa Rica.
- Miñano, P. (2009). *Un modelo causal-explicativo sobre la incidencia de las variables-motivacionales en el rendimiento académico*. Tesis doctoral. Departamento de Psicología Evolutiva y Didáctica, Facultad de Educación, Universidad de Alicante, España. Recuperado de <http://www.cervantesvirtual.com/obra/un-modelo-causal-explicativo-sobre-la-incidencia-de-las-variables-cognitivo-motivacionales-en-el-rendimiento-academico/>
- Miñano, P. y Castejón, J.L. (2011). Variables cognitivas y motivacionales en el rendimiento académico en Lengua y Matemáticas: un modelo estructural. *Revista de Psicodidáctica*, 16 (2), 203-230. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/175/17518828003.pdf>
- Montero, E., Castelain, T., Moreira, T. y Alfaro, L. (2013). Evidencias iniciales de validez de criterio de los resultados de una Prueba de razonamiento con figuras para la selección de estudiantes indígenas para la Universidad de Costa Rica y el Instituto Tecnológico de Costa Rica. *Revista Educación*, 37 (2), 103-117.
- Montero, E., Castelain, T., Moreira, T., Alfaro, L., Cerdas, D., García, A. y Roldán, M. G. (2013). Evidencias iniciales de validez de criterio de los resultados de una prueba de razonamiento con figuras para la selección de estudiantes indígenas para la Universidad de Costa Rica y el Instituto Tecnológico de Costa Rica. *Revista Educación*, 37 (2), 103-117. Recuperado de <http://www.revistas.ucr.ac.cr/index.php/educacion/article/view/12928/12255>
- Montero, Eiliana (2010). Excelencia y equidad en pruebas de admisión: Una propuesta emergente para la Universidad de Costa Rica. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*, 10 (2), 1-19. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44717910008>
- Montero, Eiliana (2015). (S.p., borrador). Verson versus Carroll: Confirmatory Evidence on the Structure of Intellectual Abilities from Higher Education Standardized Test in Costa Rica.

- Montero, E., Villalobos, J. y Valverde, A. (2007). Factores institucionales, pedagógicos, psicosociales y sociodemográficos asociados al rendimiento académico en la Universidad de Costa Rica: un análisis multinivel. *RELIEVE*, 13 (2), 215-234. Recuperado de http://www.uv.es/RELIEVE/v13n2/RELIEVEv13n2_5.htm
- Moreira, T. (2008). Construcción y validación de pruebas de expresión escrita en la universidad de Costa Rica. *Avances en Medición*, 6, 85-100. Recuperado de http://www.humanas.unal.edu.co/psicometria/files/8113/8574/6186/Articulo8_Construccin_Puebas_Escritura_85-100.pdf
- Moreira, T. (2009). Factores endógenos y exógenos asociados al rendimiento en matemática: un análisis multinivel. *Revista Educación*, 33 (2), 61-80. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44012058005>
- Mulaik, S. (2009). *Linear Causal Modeling with Structural Equations*. Chapman & Hall/CRC, Taylor & Francis Group. United States of America, New York.
- Muñiz, J. (2010). Las teorías de los test: teoría clásica y teoría de respuesta a los ítems. *Revista Papeles del Psicólogo*, 31 (1), 57-66. Recuperado en <http://www.cop.es/papeles>
- OCDE (2016). *Informe PISA: Estudiantes de bajo rendimiento, por qué se quedan atrás y cómo ayudarles a tener éxito*. Recuperado de <http://eduteka.icesi.edu.co/articulos/pisa2012-estudiantes-bajo-rendimiento>
- Ojeda, L., Navarro, R. y Flores, L. (2011). Social cognitive predictors of Mexican college students academic and life satisfaction. *Journal of Counseling Psychology*, 58 (1), 61-71. Recuperado de <https://mospace.umsystem.edu/xmlui/bitstream/handle/10355/10767/research.pdf?sequence=3>
- Otero, M. R., Fanaro, Ma., y Elichiribehety, I. (2001). El conocimiento matemático de los estudiantes que ingresan a la Universidad. *Revista latinoamericana de Investigación en matemática educativa*, 4 (3), 267-288. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2147895>

- Pajares, F. (1996). Self-Efficacy Beliefs in Academic Settings [*Las creencias de autoeficacia en el ámbito académico*]. *Review of Educational Research*, 66 (4), 543-578. Recuperado de <http://ac.els-cdn.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr>
- Patiño, M.J., (2006). Teoría socio-cognitiva: teoría educativa y de diseño curricular. *Revista Medicina Interna*, 22 (1), 17-40. Recuperado de http://www.svmi.web.ve/documentos/doc_files/Modelo%20SC%20Teoria%20Educ.pdf
- Pedrero, E.J. (2009). Evaluación de la impulsividad funcional y disfuncional en adictos a sustancias mediante el Inventario de Dickman. *Revista Psicothema*, 21 (4), 585-591. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=72711895014>
- Pérez, E., Cupani, M. y Ayllón, S. (2005). Predictores de rendimiento académico en la escala media: habilidades, autoeficacia y rasgos de personalidad. *Avaliação Psicológica*, 4 (1), 1-11. Recuperado de <http://pepsic.bvsalud.org/pdf/avp/v4n1/v4n1a02.pdf>
- Pérez, E., Lescano, C., Zalazar, P., Furlám, L. y Martínez, M. (2011). Desarrollo y análisis psicométricos de un Inventario de Autoeficacia para Inteligencias Múltiples en Niños Argentinos. *Psicoperspectivas*, 10 (1), 169-189. Recuperado de <http://www.psicoperspectivas.cl>
- Piaget, J. (2009). *La Psicología de la Inteligencia*. Madrid, España: Editorial Crítica, S.L.
- Pintrich, P.R. y Schunk, D. H. (2006). *Motivación en contextos educativos: teoría, investigación y aplicaciones* (2ª ed.). Madrid, España: Pearson Prentice Hall.
- PLANES (2011). *Plan Nacional de la Educación Superior Universitaria Estatal 2011-2015*. Consejo Nacional de Rectores. Oficina de Planificación de la Educación Superior. Comisión de Directores de Planificación.
- Postlethwaite, B. (2011). *Fluid ability, crystallized ability and performance across multiple domains: a meta-analysis*. PhD. (Doctor of Philosophy) thesis, University of Iowa. Recuperado de <http://ir.uiowa.edu/etd/1255>.
- Pozo, J.I. (2003). *Teorías cognitivas de aprendizaje*. Madrid, España: Ediciones Morata.
- Pozo, J.I. y Pérez, M.P. (2009). *Psicología del Aprendizaje: La formación de competencias*. Madrid, España: Ediciones Morata.

- Preusse, F., Meer, E., Deshpande, G., Krueger, F. y Wartenburger, I. (2011). Fluid intelligence allows flexible recruitment of the parieto-frontal network in analogical reasoning. *Revista Frontiers in Human Neuroscience*, 5 (22) (s.p). Recuperado de <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/21415916>
- Primi, R. (2002). Inteligência fluída: definição fatorial, cognitiva e neuropsicológica. *Paidéia*, 12 (23), 57-75. Recuperado de http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-863X2002000200005
- Primi, R., Ferrão, M. E. y Almeida, L. (2010). Fluid intelligence as a predictor of learning: A longitudinal multilevel approach applied to math. *Learning and Individual Differences*, 20, 446-451. Recuperado de www.elsevier.com/locate/lindif
- Primi, R., Ferrão, M. E. y Almeida, L. (2010). Fluid intelligence as a predictor of learning: A longitudinal multilevel approach applied to math. *Learning and Individual Differences*, 20, 446-451. Recuperado de www.elsevier.com/locate/lindif
- Programa Estado de la Nación, 2015. *Quinto Informe Estado de la Educación*. San José, Programa Estado de la Nación.
- Ramírez, G. (2012). Diseño e implementación de un curso remedial sobre tópicos de matemática elemental, en un entorno de aprendizaje colaborativo, con apoyo de las TIC. *Revista de la Facultad de Ingeniería U.C.V.*, 27 (3), 7-20. Recuperado de http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S0798-40652012000300002&script=sci_arttext
- Ramírez, G. y Barquero, J.A. (2011). Análisis de las pruebas de diagnóstico en matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 12 (2), (s.p.). Recuperado de http://www.tecdigital.itcr.ac.cr/revistamatematica/ARTICULOS_V11_N2_2011/GRAMIREZJBARQUERO_V11N2_2011/index.html
- Randhawa, B., Beamer, J y Lundberg, I. (1993). Role of Mathematics Self-Efficacy in the structural Model of Mathematics Achievement. *Journal of Educational Psychology*, 85, 41-48. Recuperado de <http://psycnet.apa.org/journals/edu/85/1/41/>

- Raykov, T. y Marcoulides, G.A. (2000). *A first course in structural equation modeling*. New York, United States of America: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Reglamento (2013). *Régimen Enseñanza-Aprendizaje del Tecnológico de Costa Rica y sus reformas*. Recuperado de <http://www.tec.ac.cr/eltec/reglamentos/Paginas/Docencia/RegimenEnse%C3%B1anza.aspx>
- Ren, X., Schweizer, K., Wang, T. y Xu, F. (2015). The prediction of student's academic performance with Fluid Intelligence in giving special consideration the contribution of learning. *Advances in cognitive psychology*, 11 (3), 97-105. Recuperado de <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4591514/>
- Rhemtulla, M. (2016). Population Performance of SEM Parceling Strategies Under Measurement and Structural Model Misspecification. *Psychological Methods*, 21 (3), 348-368. Recuperado de <http://web.b.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?vid=5&sid=994aa3bb-dece-4043-b0dd-43bd6a121cd7%40sessionmgr120&hid=125>
- Rico, L. y Lupiáñez, J.L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid, España: Alianza Editorial, S.A.
- Roa, S. y Otaç, A. (2010). Construcción de una descomposición genética: análisis teórico del concepto de transformación lineal. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 13 (1) (s.p). Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362010000100005&script=sci_arttext
- Roces, C.; González, M.C. y Tourón, J. (1997). Expectativas de aprendizaje y de rendimiento de los alumnos universitarios. *Revista de Psicología de la Educación*, 22, 99-123. Recuperado de <http://dadun.unav.edu/handle/10171/18778>
- Rosander, P., Bäckström, M. y Stenberg, G. (2011). Personality traits and general intelligence as predictors of academic performance: A structural modelling approach. *Learning and Individual Differences*, 21 (5), 590-596. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1041608011000434>
- Sandín, M.P. (2003). *Investigación cualitativa en educación* (1ª ed.). India: Mc. Graw Hill.

- Sanjuán, P., García, A.M. y Bermúdez, J. (2000). Escala de autoeficacia general: datos psicométricos de la adaptación para población española. *Psicothema*, 12 (2), 509-513. Recuperado de <http://www.psicothema.com/pdf/615.pdf>
- Schumacker, R. y Lomax, R. G. (2010). *A beginner's Guide to Structural Equation Modeling*. Third Edition. New York, United States of America: Taylor and Francis Group, LLC.
- Schweizer, K. (2002). Does impulsivity influence performance in reasoning? *Personality and Individual Differences*, 33, 1031-1043. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191886901002094>
- Serna, E. y Serna, A. (2015). Knowledge in Engineering: A View from the Logical Reasoning [traducir]. *International Journal of Computer Theory and Engineering*, 7 (4), (s.p). DOI: 10.7763/IJCTE.2015.V7.980
- Serrano, J.M., Pons, R.M. y Ortiz, M.E. (2011). El desarrollo del conocimiento matemático. *Psicogente*, 14 (26), 269-293. Recuperado de <http://portal.unisimonbolivar.edu.co:82/rdigital/psicogente/index.php/psicogente>
- Spinath, B., Freudenthaler, H. H., y Neubauer, A. C. (2010). Domain-specific school achievement in boys and girls as predicted by intelligence, personality and motivation. *Personality and Individual Differences*, 48, 481-486. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191886909004917>
- Steinmayr, R. y Spinath, B. (2009). The importance of motivation as a predictor of school achievement. *Learning and Individual Differences*, 19, 80-90. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1041608008000502>
- Trigueros, M. (2005). La noción de esquema en la investigación en Matemática Educativa a nivel superior. *Revista Educación Matemática*, 17 (001), 5-31. Recuperado de <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40517101.pdf>
- Tristán, A. y Molgado, D. (2006). *Compendio de taxonomías: clasificaciones para los aprendizajes y dominios educativos*. Instituto de Evaluación e Ingeniería Avanzada S.C.

- Vancouver, J. B., Thompson, C. M., & Williams, A. A. (2001). The changing signs in the relationships between self-efficacy, personal goals, and performance. *Journal of Applied Psychology*, 86, 605–620. Recuperado de <http://eds.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr>
- Vancouver, J., Thompson, C., Thischner, E.C. y Putka, D.J. (2002). Two Studies Examining the Negative Effect of Self-Efficacy on Performance. *Journal of Applied Psychology*, 87 (3), 506–516. Recuperado de <http://eds.a.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr>
- Vargas, M. (2010). *Factores que determinan el rendimiento académico en matemáticas en la Universidad Nacional de Ingeniería, Nicaragua: un estudio multinivel y de ecuaciones lineales estructurales*. Tesis para optar al grado y título de Doctorado en Educación, Universidad de Costa Rica.
- Vega, L. R. (abril-junio, 2013). La educación en ingeniería en el contexto global: Propuesta para la formación de ingenieros en el primer cuarto del Siglo XXI. *Revista Ingeniería Investigación y Tecnología*, 14 (2), 177-190. Recuperado de <http://www.journals.unam.mx/index.php/ingenieria/article/view/38387>
- Vigil-Colet, A., Lorenzo, U. y Condon, L. (2008). Development and validation of the Statistical Anxiety Scale. *Psicothema*, 20 (1), 174-180. Recuperado de <http://www.psicothema.com/pdf/3444.pdf>
- Villarreal, M. P. (2011). *Construcción de un modelo psicométrico cognitivo para una prueba de inteligencia fluida* (Tesis de maestría). Universidad de Costa Rica.
- Vittorio, G., Vecchione, M., Alessandri, G., Gerbino, M. y Barbarenelli, C. (2011). The contribution of personality traits and self-efficacy beliefs to achievement: a longitudinal study. *British Journal of Educational Psychology*, 8, 78-96. Recuperado de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1348/2044-8279.002004/full>
- Watkins, M., Lei, P. Canivez, G.L. (2007). Psychometric intelligence and achievement: a cross-lagged panel analysis. *Intelligence*, 35 (1), 59-68. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/science/article/pii/S0160289606000493>
- Yorke, M. y Longden, B. (2008). *The first-year experience of higher education in the UK. York, UK: The Higher Education Academy*. Reporte de investigación. Recuperado de

<http://www.heacademy.ac.uk/assets/documents/resources/publications/fyefinalreport.pdf>

Zamora, J.A. (2012). Prueba diagnóstica en matemática en la UNA. ¿Para qué? *Actas del VIII Festival Internacional de Matemática*, Sede Chorotega, Universidad Nacional, Liberia, Costa Rica. Recuperado de <http://www.cientec.or.cr/matematica/2012/ponenciasVIII/Jose-Andrey-Zamora3.pdf>

Zientek, L.R. y Thompson, B. (2010). Using commonality Analysis to Quantify Contributions that Self-Efficacy and Motivational Factors Make in Mathematics Performance. *Research in the Schools*, 17 (1), 1-11. Recuperado de <http://web.a.ebscohost.com/abstract?direct=true&profile=ehost&scope=site&authtype=crawler&jrnl=10855300&AN=55435493&h=G4UOpt0TzAAiAlGAgNQRIm0nsBo3OX2XSeMUkXftUM5hHkSRf0Ks5z4AknICICnHOMCnCGs5QYQ2B9LjdatdbA%3d%3d&crl=c&resultNs=AdminWebAuth&resultLocal=ErrCrINotAuth&crlhashurl=login.aspx%3fdirect%3dtrue%26profile%3dehost%26scope%3dsite%26authtype%3dcrawler%26jrnl%3d10855300%26AN%3d55435493>

ANEXOS

Anexo 1

Anexo DV_PEM (Diseño y Validación Pruebas Estandarizadas en Matemática)

Parte I

A. Sobre el diseño y construcción de la prueba de conocimiento conceptual matemático (PCCM)

A.1 Justificación y definición del constructo

Los individuos que ingresan a carreras universitarias en las que su malla curricular contiene más de cuatro cursos de matemática en los dos primeros años –por ejemplo las carreras de ingeniería-, deben responder a un conjunto de competencias matemáticas básicas divisadas en el perfil de un estudiante de ingeniería. Este perfil demanda de los y las interesadas, un vasto conocimiento matemático previo, tanto a nivel conceptual como procedimental, que les permita enfrentarse satisfactoriamente a cursos de matemática cuyos contenidos destacan el pre cálculo (números reales, álgebra, trigonometría, funciones, logaritmos, entre otros) y el cálculo diferencial e integral (límites y derivadas).

En este panorama, surgió la inquietud sobre cómo medir este conocimiento matemático previo y cómo evaluarlo a través de los contenidos temáticos que se desglosan de un programa de curso. Cualquiera que sea la intención de medir el conocimiento matemático, previo o por adquirir, de un estudiante de primer ingreso, se debe tener claridad que algunos de los conocimientos, son de naturaleza jerárquico-secuencial, es decir conocimientos que favorecen el estudio evolutivo de la adquisición de nuevos conocimientos. El conocimiento a medir estará conformado por contenidos temáticos que articulan reglas y procedimientos y que a su vez, permitirán establecer relaciones entre diferentes representaciones formales, propias de las matemáticas en la educación superior.

A.2 Medición del conocimiento matemático

En esta investigación interesan los conocimientos que constituyen los esquemas del sistema de procesamiento que posee el estudiante al ingresar a la universidad. Un esquema es una construcción más amplia que se puede determinar de una porción de conocimiento

matemático, ya que forman una colección coherente de acciones, procesos, objetos y otros esquemas, así como de las relaciones entre ellos en función del concepto. Asimismo, son estructuras inacabadas que evolucionan por la asimilación de un nuevo objeto y la reacomodación de las estructuras por las nuevas relaciones que origina el objeto (Pozo, 2003).

En educación matemática los esquemas son utilizados para el procesamiento de información de los conceptos que se dispone en la memoria; actúan sobre lo real, sobre representaciones de la realidad y sobre los propios esquemas. Estos se pueden aplicar en diversos contenidos.

Los esquemas tienen una naturaleza flexible que permite ser utilizados tanto de modo declarativo como procedimental, y facilitan la representación de conocimientos más que de definiciones (Pozo, 2003). El estudiante que ingresa por primera vez a la universidad conserva en su memoria diversos conceptos que tendrán significado en tanto los pueda relacionar con conocimientos que ya posee. La aceptación y la recuperación de la información a través de los esquemas facilitarán el procesamiento de la nueva información y por ende la adquisición de nuevos conceptos que requieren procesos mentales más elevados (Hardy, Jackson, 1998).

El estudiante universitario de primer ingreso memorizará con facilidad símbolos que hayan representado un material significativo. En cuanto al símbolo, este constituye alguna idea que puede percibirse a partir de los sentidos en objetos matemáticos. Para este estudio, se destacan los símbolos visuales y los símbolos verbales. Los visuales constituyen diagramas de cualquier especie, por ejemplo los utilizados en figuras geométricas como la pirámide. Los verbales son expresiones o representaciones utilizadas mayormente en álgebra como la definición literal de una función constante.

Una base sólida de conceptos matemáticos favorece el desarrollo del pensamiento matemático (procesos avanzados del pensamiento tales como abstracción, justificación, visualización, estimación) para tareas de mayor exigencia, particularmente en los primeros cursos universitarios.

Por lo tanto, una característica fundamental de los esquemas es la coherencia que alude a la capacidad del individuo para establecer si un esquema le permite solucionar un problema particular; el esquema se ocupa de resolver una situación matemática y ser tematizado en un objeto para realizarle nuevas acciones y procesos.

Los esquemas como nuevos objetos entran a ser parte de otros esquemas, permitiendo hacer múltiples conexiones entre los elementos previos y los nuevos conceptos que un individuo busca integrar a sus estructuras conceptuales (Meel, 2003).

A estas estructuras conceptuales se les denomina esquemas. Cuanto más elevado el orden de los conceptos que los símbolos representan, mayor será la experiencia almacenada. Lo que se impone a la mayoría de estudiantes es la manipulación de símbolos con poca o ninguna significación, las reglas desconectadas son más difíciles de recordar que una estructura conceptual integrada. No obstante, el esquema tiene dos funciones principales, por un lado integra el conocimiento existente y, por otro lado, es un instrumento mental para la adquisición de nuevo conocimiento (Pozo, 2003).

La visualización entonces, trata con el funcionamiento de las estructuras cognitivas que se emplean para resolver problemas, con las relaciones abstractas que formulamos entre las diversas representaciones de un objeto matemático a fin de operar con ellas y obtener un resultado, pero sobre todo, precisa de la participación en una cultura particular al compartir símbolos y significados que incluyan lo gestual.

A.3 Medición del conocimiento conceptual en matemática

La falta de definiciones coherentes y específicas sobre cómo medir conocimiento conceptual ha constituido un desafío para los investigadores en educación matemática. Algunas de las estrategias utilizadas para medir el conocimiento conceptual han tomado como base muestras de poblaciones estudiantiles a las que se han asignado tareas para obtener declaraciones verbales explícitas o tareas que implican clasificaciones. Los resultados de estos estudios miden diversas formas de conocimiento conceptual. Los factores que llevan a los investigadores a elegir una tarea u otra no son siempre explícitos.

El conocimiento conceptual puede ser implícito o explícito. Crooks y Alibali (2014) proponen cuatro tipos de tareas para medir el conocimiento conceptual: aplicación de

procedimientos, evaluación de procedimientos, evaluación de ejemplo y evaluación de conceptos. Todas estas tareas requieren de explicación verbal, sin embargo para efectos de esta investigación se consideró necesario la medición del conocimiento conceptual a través de tareas enmarcadas en un nivel de reconocimiento (que no requiera de explicaciones verbales explícitas). El interés radica en medir los conocimientos generales que incluyen reglas, definiciones y aspectos de dominios de estructuras. Esta medición se puede realizar a través de tareas que requieren del participante el reconocimiento de ejemplos, definiciones o declaraciones de principios (teoremas).

B. Tabla de especificaciones

Se diseñó un test referido al criterio, entendiéndose por criterio al dominio de contenidos o conductas (Martínez, 2005). El test tuvo como propósito medir el nivel de dominio que poseen los estudiantes sobre los conceptos inmersos en aquellos contenidos que son relevantes para adquirir los nuevos conceptos presentes en cursos más avanzados. El test constó de una dimensión denominada conocimiento conceptual matemático enmarcado en el conocimiento declarativo.

Para este estudio, se utilizó el análisis de contenido para identificar los contenidos temáticos a evaluar en el instrumento. Este constituye una técnica de análisis útil para el diseño de pruebas de conocimientos matemáticos básicos (Rojas, Flores y Ramos, 2013). El análisis del contenido se realizó en función de los siguientes componentes: análisis conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología (Gómez, 2002).

En cuanto al análisis conceptual, se contemplaron los contenidos que consideran definiciones de aquellos conceptos con mayor uso en el desarrollo de ejercicios y exámenes de los cursos iniciales de matemática universitaria (Precálculo y Cálculo diferencial e integral).

En relación con el análisis de representación y de acuerdo con Gómez (2002), por representación se entiende cualquier modo de hacer presente un objeto, concepto o idea. Los conceptos se hacen presentes mediante distintos tipos de símbolos, gráficos o signos y cada uno de ellos constituye una representación, existen modos de representar los conceptos matemáticos, por ejemplo mediante signos o símbolos especiales, mediante esquemas,


gráficos o figuras. Gómez (2002) destaca una diversidad de sistemas de representación de un concepto (verbal, gráfico, geométrico, figurativo, tabular, concreto, entre otros). Estos sistemas dan amplitud y precisión del lenguaje formal y algebraico utilizado, símbolos visuales y símbolos algebraicos, y permiten establecer relaciones entre representaciones.

Al considerar estas características se escogieron contenidos que impliquen diferentes formas de representar conceptos y procedimientos matemáticos, por cuanto los sistemas de representación han ocupado un lugar importante en la investigación de educación matemática (Lupiáñez, 2013, pág. 86).

El análisis fenomenológico respondió al estudio de las situaciones en las que se presenta la utilidad de los conceptos para reconocer contextos específicos de uso; particularmente para el reconocimiento de los significados de los conceptos y sus diferentes representaciones que dan sentido al contenido matemático vinculado en cada ítem. Se tomó en cuenta los contenidos que hayan sido estudiados durante la secundaria y que formaban parte de los programas del curso inicial de matemática universitaria (Matemática General).

Los contenidos evaluados en el constructo se organizaron desde una perspectiva cognitiva, particularmente se consideró el conocimiento declarativo que se enfoca en el dominio conceptual. Dentro del conocimiento conceptual se tomaron en cuenta los tres niveles de complejidad que permiten medir el dominio conceptual: hechos, conceptos y estructuras (Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez, 2008). En la tabla A se muestra en qué consiste cada uno de los tres niveles.

Tabla A
Conocimiento matemático en el campo conceptual (declarativo)

Hechos	Conceptos	Estructuras
Grado de complejidad creciente 		
<p style="text-align: center;"><u>Nivel básico</u></p> <p>Términos, notaciones, convenios o resultados</p>	<p style="text-align: center;"><u>Nivel medio</u></p> <p>Aquellos conceptos que pueden tener diferentes significados</p>	<p style="text-align: center;"><u>Nivel superior</u></p> <p>Conexiones internas en los sistemas de conceptos matemáticos</p>

<i>Unidades de información</i>	<i>Sistemas simbólicos o gráficos</i>	<i>Redes conceptuales</i>
<p><i>Términos:</i> denominaciones o vocablos con los que designamos los conceptos o las relaciones entre conceptos. En matemática hay términos específicos y otros que proceden del lenguaje común.</p> <p><i>Notaciones:</i> son los signos y símbolos empleados en matemáticas para expresar una idea de modo breve y preciso</p> <p><i>Convenios:</i> acuerdos tácitos o consensuados para comunicar información sin ambigüedad, evitando largas explicaciones.</p> <p><i>Resultados:</i> producto directo o inmediato de relaciones entre términos, susceptibles de memorizar, cuyo dominio y control conviene disponer para trabajar en matemáticas sin tener que partir de cero.</p>	<p>Son hechos conectados entre sí mediante una multiplicidad de relaciones; el concepto lo constituyen tanto los hechos como sus relaciones; se representan mediante sistemas simbólicos y gráficos.</p>	<p>Los conceptos no constituyen unidades aisladas de información. Se puede establecer una gran riqueza de relaciones que forman auténticas redes conceptuales. Las relaciones entre conceptos dan lugar a nuevas estructuras en las que cada uno de los conceptos que la forman queda caracterizado por las relaciones que mantiene con el resto.</p>

Nota: adaptación de Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez (2008).

C. Descripción del test

El test se diseñó desde un marco interpretativo, como referencia a un dominio específico de contenido más que a una población específica de personas. Con el test se pretendió obtener información sobre el conocimiento conceptual matemático que poseen los estudiantes de primer ingreso del Instituto Tecnológico de Costa Rica. Para la investigación resultaba de interés conocer el dominio de contenidos matemáticos básicos para la comprensión posterior de conceptos matemáticos y sus respectivos significados. El dominio se categorizó según los niveles de complejidad establecidos en la medición del conocimiento matemático (tabla A).

La tabla de especificaciones incluyó los procesos a evaluar en el constructo y se le adaptó los niveles de complejidad para el conocimiento conceptual planteados por Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez (2008). La tabla B presenta un resumen de la respectiva tabla de especificaciones definida para el constructo.

Tabla B

Resumen de la tabla de especificaciones del constructo

Nivel de complejidad	Objetivos Procesos a evaluar	Cantidad de Ítems
Hechos	Distinguir atributos de los conceptos matemáticos (signos, símbolos simples; teoremas, definiciones concretas). Recordar definiciones básicas que formen parte de la solución de un ejercicio.	15
Conceptos	Reconocer el lenguaje matemático para comunicar información sobre las distintas representaciones simbólicas de objetos matemáticos. Identificar imágenes que se asocian a otros conceptos en forma verbal, simbólica, gráfica (conocimiento que surge a partir de ver o imaginar).	15
Estructuras Conceptuales	Distinguir definiciones de conceptos que incluyen redes de proposiciones, procedimientos o convenios. Relacionar o asociar funciones de objetos matemáticos que requieren de otras conexiones o jerarquías de conceptos.	14

Fuente: Elaboración propia (2015).

DV_PEM Parte II

D. Diseño y validación de las pruebas estandarizadas de matemática: PCCM (Pruebas de Conocimiento Conceptual Matemático) y PCPPC (Prueba de Conocimiento al Primer Parcial de Cálculo)

En esta investigación se consideró indispensable la medición de los conocimientos que constituyen los esquemas del sistema de procesamiento de información, propios de

aquellos estudiantes que ingresan por primera vez a la universidad. En educación matemática los esquemas son utilizados para el procesamiento de información de los conceptos que se dispone en la memoria (Skemp, 1999).

Cualquier estudiante que ingresa por primera vez a la universidad conserva en su memoria diversos conceptos que tendrán significado en tanto los pueda relacionar con el conocimiento que ya posee. En general, el estudiante de primer ingreso ha memorizado con facilidad símbolos que hayan representado un material significativo, y de esta forma lo que ha logrado almacenar en su memoria es la combinación de estructuras conceptuales con símbolos asociados, facilitándole recordar otras funciones de los símbolos (Hardy y Jackson, 1998). Es necesario tomar conciencia que cuánto más relevante sea el conocimiento matemático que un estudiante tenga almacenado en su memoria, mayor será su potencial para enfrentarse a situaciones planteadas como problema (Fossati, 2007). Si se cuenta con una base sólida de conceptos matemáticos es más factible abordar el pensamiento matemático para tareas de mayor exigencia, tareas que usualmente se desarrollan en los primeros cursos universitarios.

En esta investigación se tomó en cuenta, por un lado, el estudio del conocimiento declarativo que se enfatiza en conocimientos de hechos y proposiciones, esto es, conocimiento acerca de qué significado preserva en la memoria del estudiante de los conceptos inmersos en los contenidos abordados durante la educación secundaria y que son la base de los nuevos conceptos y contenidos por adquirir en los cursos iniciales de matemática de la educación superior. Por otro lado, el conocimiento adquirido en un primer curso de Cálculo Diferencial e Integral, que incluya tanto el conocimiento declarativo como el conocimiento procedimental.

Mediante el uso de los test se han estudiado los factores de rendimiento y conocimiento de matemáticas en distintos niveles educativos (De Juan-Espinoza, 1997). En esta investigación se diseñaron dos test, los cuales tienen por constructo el nivel de dominio en cuanto al conocimiento declarativo de conceptos básicos de matemática que poseen los estudiantes de primer ingreso a la universidad (para la prueba estandarizada de matemática),

y el nivel de dominio por parte de los mismos estudiantes que aprobaron el curso MA0101, en relación con el conocimiento declarativo y procedimental sobre los contenidos al primer

Cuanto mayor conocimiento un estudiante tenga almacenado en su memoria, mayor será el potencial para enfrentar situaciones clasificadas como problema. En matemática sin acceso a una base sólida de conceptos matemáticos no es posible abordar el pensamiento matemático (Fossati, 2007).

D.1 En relación a la tabla de especificaciones de los test de matemática

Ambos test son referidos a criterios (Martínez, 2005). Se consideraron, por un lado, los criterios relacionados con el dominio de los contenidos básicos y estructuras conceptuales que son la base en el proceso de adquisición de nuevos conceptos en cursos más avanzados (prueba PCCM); por otro lado, se consideraron los criterios relacionados con el dominio de los contenidos de límites y derivadas evaluados al primer parcial del curso MA1102 (prueba PCPPC).

En ambas pruebas se procuró que las opciones cumplieran con los siguientes aspectos: homogeneidad en las opciones de respuesta, existencia de la respuesta correcta, sin errores de digitación. Para el análisis de los datos los ítems se recodificaron con 1 la respuesta correcta y con 0 cualquier opción que no sea la respuesta clave.

Los instrumentos fueron sometidos a revisión de expertos antes de su aplicación piloto (2014-2015). Posterior a esta aplicación, para el análisis de la calidad técnica de los resultados piloto en ambas pruebas, se utilizaron los procedimientos psicométricos AFE y TCT.

Para ambos instrumentos, se utilizó el análisis didáctico como herramienta de investigación para identificar los contenidos y los dominios del conocimiento matemático declarativo y procedimental que posee el estudiante de primer ingreso a la universidad pública costarricense. El análisis didáctico indica que la utilidad de este va más allá de formación de profesores y del aprendizaje de los estudiantes; podría ser empleado en investigaciones en las que es necesario el “diseño de pruebas y análisis de los esquemas de las actuaciones de los sujetos cuando abordan esas pruebas” (Gómez, 2007, p. 101).

La fase del análisis didáctico denominada análisis del contenido didáctico se utilizó para identificar los contenidos temáticos evaluados en ambos instrumentos. Esta fase se ha considerado medular en el diseño de pruebas de conocimientos matemáticos básicos. El análisis del contenido se realizó alrededor de tres focos: análisis conceptual, los sistemas de representación, análisis fenomenológico y análisis cognitivo. A continuación se describe cada uno de estos focos:

- Análisis conceptual. Gómez (2002) lo caracteriza como la riqueza de relaciones entre elementos de la estructura conceptual. En este sentido, se consideraron los contenidos que contemplan definiciones de los conceptos más utilizados en el desarrollo de ejercicios y exámenes de los cursos iniciales de matemática universitaria.
- Sistemas de representación. Existe diversidad de sistemas para representar un concepto matemático: verbal, gráfico, geométrico, figurativo, tabular, concreto, entre otros. Estos sistemas dan amplitud y precisión del lenguaje formal y algebraico que se emplee; de los símbolos visuales y de los algebraicos, por lo que estos sistemas permiten establecer relaciones entre distintas representaciones. Considerando estas características se escogieron algunos contenidos básicos en cursos iniciales de matemática universitaria.
- Análisis fenomenológico. Con este análisis se analizarán los fenómenos o situaciones y los contextos en los cuales se hacen presentes los conceptos matemáticos.
- Análisis cognitivo. Aquellos contenidos en los que comúnmente se presentan dificultades y errores por parte de los estudiantes, principalmente cuando resuelven exámenes y prácticas de cursos de Cálculo diferencial e integral

D.2 Descripción de los test

Se generaron dos pruebas referidos al criterio. La prueba PCCM midió el constructo referido al conocimiento conceptual matemático; la prueba PCPPC midió el dominio de los contenidos evaluados al primer parcial del curso de Cálculo Diferencial e Integral (MA1102).

En ambos test se utilizó un marco interpretativo como referencia a un dominio específico de contenido más que a una población específica de personas, conocidos como tests referidos a criterios.

Para el diseño del test de conocimientos básicos de matemática se consideraron los subtipos del conocimiento declarativo que se relacionan con la adquisición de conceptos matemáticos tales como: el conceptual, el factual o de hechos, el simbólico, el semántico, el relacional o asociativo y el icónico (Tristán y Molgado, 2006).

Para la confección de la prueba PCCM se acordó tener una muestra de 60 ítems de selección única con cuatro alternativas, y que evaluara conocimiento declarativo no procedimental, es decir, los estudiantes resolvieron cada ítem sin necesidad de realizar ningún procedimiento. Se determinó 60 minutos para la ejecución de la prueba, a cada estudiante se le brindó un cuadernillo y una hoja de respuestas; al finalizar la prueba o vencer el tiempo, cada estudiante entregaba ambos documentos al aplicador del grupo.

Con base en el análisis de calidad técnica empleado (procedimientos psicométricos AFE y TCT), la prueba PCCM sufrió modificaciones después de la aplicación piloto en lo que respecta a número de ítems y al tiempo de ejecución. Se eliminaron los ítems de alta dificultad y baja discriminación y se definió un periodo de 50 minutos para la ejecución de la prueba.

El objetivo de este instrumento (prueba PCCM) consistió en medir el nivel de complejidad (dificultad) de conocimiento conceptual matemático que poseen los estudiantes al ingresar a la universidad (nivel de hechos, nivel de conceptos y nivel de estructuras conceptuales). Para lo cual se determinaron 6 objetivos de conocimiento, dos objetivos para cada nivel de complejidad que contemplaron contenidos temáticos relacionados con Álgebra (expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones), Funciones Algebraicas, Geometría y Trigonometría, Función Exponencial y Función Logarítmica. En el *Anexo 1.1* se muestra la tabla de especificaciones con la que se diseñó el constructo sobre conocimiento conceptual matemático; a partir de esta tabla se construyeron los ítems respectivos, en el *Anexo 1.2* se muestra la prueba operativa del 2015.

En cuanto a la confección de la prueba PCPPC se decidió tener una muestra de 15 ítems de selección única con tres alternativas y dos preguntas de desarrollo. Se determinó tres alternativas de respuesta para las preguntas de selección única, con base en lo sugerido por Moreno, Martínez y Muñiz (2004), por cuanto los temas considerados no permiten la construcción de una cuarta opción plausible para la medición necesaria.

Esta prueba pretendió medir el conocimiento procedimental sobre los contenidos evaluados al primer parcial del curso de Cálculo Diferencial e Integral (MA1102), básicamente los contenidos relacionados con límites y derivadas, en el *Anexo 1.3* se muestra la respectiva tabla de especificaciones diseñada. Los estudiantes contaron con 1 hora para responder la prueba; se les brindó un cuadernillo y una hoja donde ubicaron las respectivas respuestas y soluciones para las preguntas de desarrollo; en el *Anexo 1.4* se muestra la prueba operativa 2015 de Cálculo.

La prueba sufrió modificaciones después de la aplicación piloto, por cuanto los ítems de selección única resultaron con alta dificultad según las respuestas suministradas por los estudiantes, por lo que se consideraron únicamente las dos preguntas de desarrollo, las cuales reflejaron aceptable confiabilidad.

D.3 Validación de los instrumentos de matemática

Con el objetivo de obtener evidencias de contenido se recurrió al criterio de personas expertas, comúnmente conocido como criterio de jueces expertos. La prueba PCCM fue analizada por cuatro jueces expertos, quienes estimaron la dificultad de los ítems, la pertinencia, relevancia y claridad de la prueba; a cada juez se le suministró una tabla de cotejo para la evaluación de los aspectos solicitados, en el *Anexo 1.5* se muestra la tabla de cotejo utilizada por los jueces para la respectiva evaluación. El perfil profesional de estos jueces correspondió a docentes universitarios graduados en Enseñanza de la Matemática o en Matemática Pura con experiencia docente en curso de precálculo y Cálculo Diferencial e Integral, con el mínimo grado académico de Master.

Para el análisis de los criterios emitidos por cada uno de los jueces se realizó una matriz de recopilación de datos, posteriormente se consideraron aquellos criterios que alcanzaron un acuerdo mayor o igual al 75% entre los jueces.

Luego del análisis de los criterios emitidos por los jueces, se procedió a una aplicación piloto en febrero del 2014, durante el primer día de clases del curso MA0101; se recopiló información de 638 estudiantes, todos los que se presentaron a los grupos de la muestra, los que no se presentaron ese día quedaron fuera del estudio.

De igual forma se llevó a cabo el proceso de validación de la prueba PCPPC (Cálculo). Esta prueba fue analizada por cuatro jueces expertos, quienes tenían el grado académico de Master y estuvieran impartiendo el curso de Cálculo (setiembre del 2014), en el *Anexo 1.6* se encuentra la tabla de cotejo que se les suministró para la respectiva evaluación.

Posterior al análisis de los criterios emitidos por los jueces, se procedió a una aplicación piloto en febrero del 2015, a una muestra aleatoria del 50% de los grupos del curso MA1102. Con base en los datos recopilados se procedió a analizar la estructura factorial y consistencia interna de la prueba.

D.4 Análisis factorial exploratorio y consistencia interna

Cada una de las pruebas fue sometida a un análisis factorial mediante la técnica del Análisis Factorial Exploratorio de Componentes Principales (método para la extracción de factores), seguido de la rotación oblicua Promax para obtener una comprensión de la estructura factorial. El proceso de rotación busca una estructura simple, es decir, que las variables que saturan en un único factor. La matriz de estructura contiene las correlaciones de las variables con los factores de la solución rotada. Estas correlaciones representan la contribución bruta.

Antes de realizar el análisis factorial se analizaron los estadísticos KMO y el de la prueba de esfericidad de Batlett, con el propósito de observar si las correlaciones parciales entre las variables son suficientemente pequeñas. El estadístico KMO varía entre 0 y 1, los valores menores que 0,5 indican que no es recomendable realizar el análisis factorial con los datos muestrales que se están analizando (Cea D'Ancona).

Se analizó la tabla de porcentajes de varianza explicada, la cual ofrece un listado de los auto-valores de la matriz de varianzas-covarianzas y del porcentaje de varianza que representa cada uno de los ítems que conforman las pruebas. La matriz de varianzas-covarianzas analizada por defecto del paquete SPSS es la matriz de correlaciones entre las variables incluidas en el análisis.

Se recurrió al análisis del gráfico de sedimentación para definir la estructura factorial de las pruebas. El gráfico de sedimentación, llamado prueba de sedimentación de Cattell,

muestra la representación gráfica de magnitud de los auto-valores, el cambio en la tendencia descendente sirve para determinar el número óptimo de factores que deben estar presentes. No obstante, tanto la tabla de porcentajes de varianza explica como el gráfico de sedimentación ofrecen los auto-valores ordenados de mayor a menor con los que quedan definidos el número de factores de la prueba. Resulta más claro el gráfico de sedimentación, por ejemplo, si aparece una clara inflexión a partir del tercer auto-valor, se concluiría que es pertinente extraer sólo dos factores. Los restantes factores deben considerarse residuales.

Con el análisis factorial exploratorio se obtuvieron evidencias de las dimensiones, factores o componentes presentes en los instrumentos, de manera que se cumpliera el supuesto unidimensional, es decir que el instrumento mida solo un rasgo o constructo que, para efectos de esta investigación, corresponde al constructo conocimiento conceptual de conceptos básicos matemáticos.

Anexo 1.1

Tabla de especificaciones del constructo conocimiento conceptual matemático

Ejes	Contenidos	Distribución de ítems según nivel de complejidad conceptual/procesos			Total de ítems por área temática
		Hechos	Conceptual	Estructuras	
Algebra: expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones	* Teorema del factor			5	11
	Racionalización de expresiones algebraicas	7			
	Métodos de factorización: reconocer métodos	2			
	Definición de valor absoluto	9			
	Fórmulas notables	3			
	Inecuación algebraica: definición y solución				
	*Ecuación cuadrática: números de soluciones	10_11	12		
	*Intervalos: definición y aplicación de unión, intersección de intervalos		13_14_15		
Funciones algebraicas	*Concepto y definición de función real de variable real, preimagen, imagen, dominio, codominio y ámbito	23_24	21_22	31	16
	*Dominio máximo de una función real de variable real			19	
	*Función creciente, decreciente, estrictamente creciente, estrictamente decreciente.		35		
	*Función lineal: $f(x)=mx+b$, definición, concepto de pendiente, trazo de gráfica de una función lineal		32		
	*Función identidad, función constante, función lineal estrictamente creciente (decreciente) y su relación con la pendiente	20	36		
	Rectas paralelas, rectas perpendiculares		25		
	*Función cuadrática: definición, trazo de la gráfica de una función cuadrática (parábola), discriminante,		26		
	*Concavidad, vértice, intersecciones con los ejes de una parábola. Ámbito. Eje de simetría		29	27	
*Intervalos del dominio de la función cuadrática: creciente, decreciente, positiva, negativa.			30_34		
Geometría y Trigonometría	Teorema de Thales	16			11
	*Teorema de Pitágoras	18			
	*El círculo trigonométrico: atributos			41_42	
	*Identidades trigonométricas			37	
	Razones trigonométricas inversas: simbología	38		40	
	* Aplicaciones a la resolución de triángulos: triángulos rectángulos (razones trigonométricas, ángulos complementarios)		39, 44	45	
	* Funciones trigonométricas elementales:			47	
Función exponencial y función logarítmica	* Definición y gráfica de la función exponencial	48	49		6
	* Ecuación exponencial			54	
	*Propiedades de la función exponencial		55		
	*Definición y gráfica de la función logarítmica			53	
	*Propiedades de la función logarítmica				
	*Ecuaciones logarítmicas			52	
Total de ítems por nivel de complejidad conceptual		13	16	15	44

Anexo 1.2
Prueba de conocimiento conceptual de matemática

TEST ESTRUCTURA CONCEPTUAL BÁSICA EN MATEMÁTICA ESTUDIANTES DE PRIMER INGRESO A LA UNIVERSIDAD

Estimados estudiantes:

A continuación se presenta una prueba de conocimientos básicos de matemática. Para su resolución no requiere calculadora ni escribir los procedimientos en cada pregunta. **NO escribir sobre el folleto.** La prueba consta de 56 ítems. Estos pretenden medir el nivel de adquisición de conceptos matemáticos básicos almacenados en la estructura conceptual del estudiante que matricula cursos iniciales de matemática para su formación universitaria. El resultado formará parte de un proyecto de investigación de doctorado que estudia el rendimiento académico en los primeros cursos a nivel universitario. Toda la información se **tratará de manera confidencial.** De antemano, se agradece su participación y colaboración.

Instrucciones generales:

- Tiene una hora para responder los 56 ítems enmarcados en el conocimiento declarativo. No escribir en el folleto su respuesta. **Utilizar Hoja de Respuestas.**
- Favor responder con sinceridad y con todo su esfuerzo
- Considere que toda expresión algebraica está definida en \overline{IR} y que las figuras geométricas no están hechas a escala.

I Parte: Datos personales

Carné	Nombre completo	Sexo		Primer Ingreso		Edad
		M	F	SI	NO	

Tipo de colegio de procedencia de la Educación Secundaria	Público	
	Privado	
	Subvencionado	
	Científico	
	Nocturno	
	Otro	

Carrera que estudia:

II Parte: Desarrollo del instrumento

Lea cuidadosamente cada enunciado y escriba en la **HOJA DE RESPUESTAS** la opción que considera completa correctamente cada uno de los enunciados. **NO ESCRIBIR EN EL FOLLETO.**

HOJA DE RESPUESTAS AL DORSO

1. Para la expresión algebraica $\frac{1}{x}$, ¿cuál de las siguientes proposiciones se cumple cuando x toma valores numéricos positivos muy cercanos a cero?
 - A) Se obtiene cero
 - B) Se obtiene uno
 - C) Se obtienen valores que tienden hacia $-\infty$
 - D) Se obtienen valores que tienden hacia $+\infty$

2. ¿Cuál de las siguientes fórmulas notables equivale a la expresión $x^2 - 3$?
 - A) $(x-3)^2$
 - B) $(x-\sqrt{3})^2$
 - C) $(x-3)(x+3)$
 - D) $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$

3. ¿Cuál expresión corresponde al desarrollo de la segunda fórmula notable?
 - A) $x^2 + 6x - 9$
 - B) $x^2 - 6x - 9$
 - C) $x^2 + 6x + 9$
 - D) $x^2 - 6x + 9$

4. Si $B(x)$ es un polinomio y 5 es un cero de $B(x)$, entonces con certeza se cumple que
 - A) $B(x) = 0$
 - B) $B(0) = 5$
 - C) $B(5) = 0$
 - D) $B(0) = x$

5. Sea $P(x)$ un polinomio, con $P(4) = 0$, entonces con certeza un factor de $P(x)$ corresponde a
 - A) $4x$
 - B) $-4x$
 - C) $x+4$
 - D) $x-4$

6. Analice la operación que representa el procedimiento al dividir el polinomio $A(x) = x^3 - 5x^2 + x - 1$ entre el polinomio $B(x) = x - 1$:

$$\begin{array}{r|l}
 x^3 - 5x^2 + x - 1 & x-1 \\
 \underline{-x^3 + x^2} & \hline
 -4x^2 + x - 1 & x^2 - 4x - 3 \\
 \underline{4x^2 - 4x} & \\
 -3x - 1 & \\
 \underline{3x - 3} & \\
 -4 &
 \end{array}$$

¿Cuál de las siguientes proposiciones es correcta?

- A) $A(x)$ es el residuo
 B) $B(x)$ es el divisor
 C) $A(x)$ es el cociente
 D) $B(x)$ es un factor de $A(x)$

7. Sea $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$ una fracción algebraica. ¿Cuál expresión se utiliza para racionalizar el denominador de la fracción?

- A) $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}$
 B) $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}}$
 C) $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$
 D) $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$

8. Al factorizar el binomio $x^n x^2 - x^{2n}$, ¿cuál de las siguientes expresiones corresponde a un factor común?
- A. x^2
 B. x^n
 C. x^{2n}
 D. x^{n+2}

9. Una expresión equivalente con $|3-4|$ corresponde a

- A) $-4-3$
- B) $3-4$
- C) $4-3$
- D) $3+4$

10. ¿Cuál es el conjunto solución en la ecuación $y^2 = 4$?

- A) $\{2,4\}$
- B) $\{-2,2\}$
- C) $[-2,2]$
- D) $[2,4]$

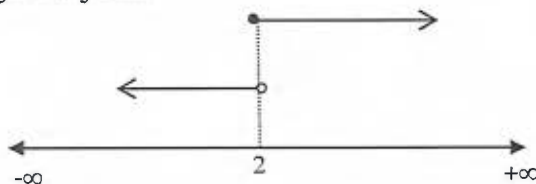
11. ¿Cuál opción presenta el número máximo de soluciones que puede tener una ecuación cuadrática?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3

12. ¿Cuál expresión no permite que la ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, con $a, b, c \in \mathbb{R}$, sea una ecuación cuadrática?

- A) $a > 0$
- B) $a < 0$
- C) $a = 0$
- D) $a \neq 0$

13. Los intervalos $A = \{x / x \in \mathbb{R}, x < 2\}$ y $B = [2, +\infty[$ están representados en la recta numérica de acuerdo con la figura adjunta:

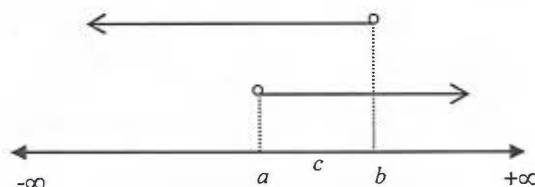


¿Cuál de las siguientes proposiciones se cumple con certeza?

- A) El 2 se encuentra en ambos intervalos
- B) No existe ningún elemento común entre A y B
- C) Todos los números reales son comunes a A y B
- D) Todos los números reales, excepto el 2 son comunes en ambos intervalos

14. De acuerdo con la figura adjunta, ¿cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?

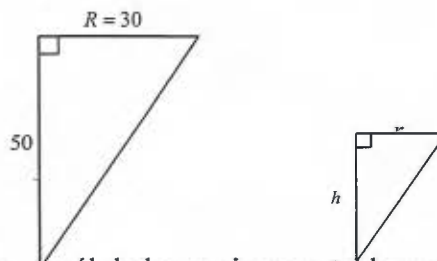
- A) $a \in [c, b[$
 B) $c \in]b, +\infty[$
 C) $b \in]-\infty, c[$
 D) $c \in]-\infty, b[$



15. Sea $x \in]-\infty, 5]$ el conjunto de soluciones reales de una inecuación. Otra representación de este conjunto corresponde a

- A) $\{x / x \in \mathbb{R}^-, x \leq 5\}$
 B) $\{x / x \in \mathbb{R}^-, x < 5\}$
 C) $\{x / x \in \mathbb{R}, x < 5\}$
 D) $\{x / x \in \mathbb{R}, x \leq 5\}$

16. Observe la figura adjunta:

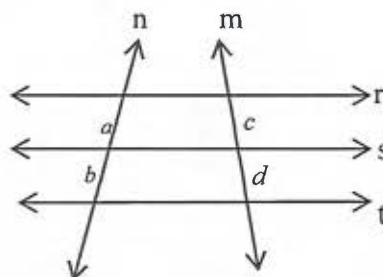


De acuerdo con los datos de la figura, ¿cuál de las opciones establece una relación correcta entre las variables R, r y h ?

- A) $\frac{30}{50} = \frac{h}{r}$
 B) $\frac{30}{r} = \frac{h}{50}$
 C) $\frac{50}{30} = \frac{h}{r}$
 D) $\frac{50-h}{30} = \frac{h}{r}$

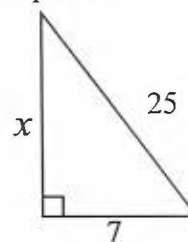
17. En la figura las rectas n y m son transversales; las rectas r, s y t son paralelas entre sí; a, b, c y d son segmentos. Con certeza se cumple que

- A) $\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$
 B) $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
 C) $\frac{a}{d} = \frac{c}{b}$
 D) $\frac{a}{c} = \frac{d}{b}$



18. De acuerdo con los datos de la figura, ¿cuál de las siguientes igualdades, permite hallar el valor correspondiente al lado del triángulo representado por x ?

- A) $x^2 = 25 + 7$
 B) $x^2 = 25^2 + 7^2$
 C) $x^2 = 25^2 - 7^2$
 D) $x^2 = 7^2 - 25^2$



19. Considere la función $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2}$. ¿Cuál es el dominio máximo de f ?

- A) \mathbb{R}
 B) $\mathbb{R} - \{2\}$
 C) $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$
 D) $\mathbb{R}^+ - \{2\}$

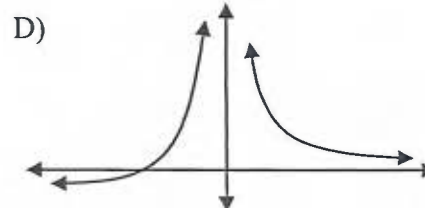
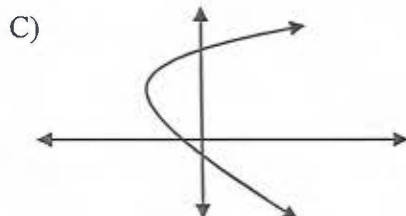
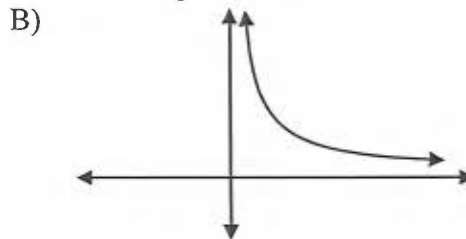
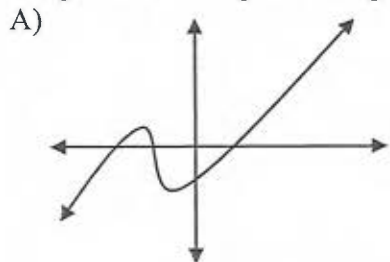
20. ¿Cuál expresión representa al criterio de una función lineal constante?

- A) $f(x) = \pi$
 B) $f(x) = \pi x$
 C) $f(x) = \pi x - 1$
 D) $f(x) = \pi x - x^2$

21. Si $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$, la expresión que representa el paso inicial para determinar la preimagen de -1 en la expresión $f(x)$ corresponde a

- A) $f(-1)$
 B) $f(1)$
 C) $f(x) = -1$
 D) $f(x) = 1$

22. ¿Cuál de las siguientes figuras no representa el trazo de la gráfica de una función?



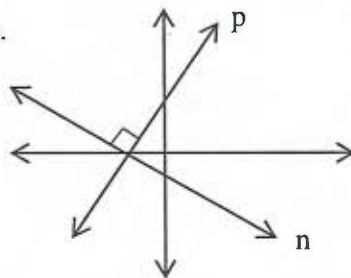
23. Con certeza el ámbito de una función f está compuesto por el conjunto de

- A) los números reales.
- B) todas las imágenes de f .
- C) todas las preimágenes de f .
- D) todos los elementos del codominio f .

24. Al conjunto de preimágenes que define a una función real de variable real, se le denomina

- A) rango.
- B) criterio.
- C) dominio.
- D) codominio.

25. En la figura las rectas p y n se representan con las ecuaciones $y_1 = m_1x + b_1$ y $y_2 = m_2x + b_2$ respectivamente.

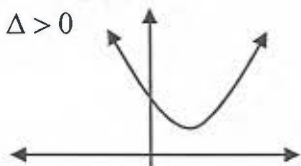


De acuerdo con la información dada, ¿cuál de las siguientes proposiciones se cumple con certeza?

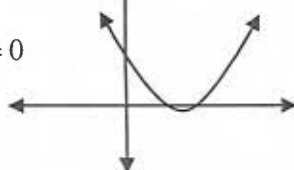
- A) $m_1 \cdot m_2 = -1$
- B) $m_1 - m_2 = -1$
- C) $m_1 + m_2 = -1$
- D) $m_1 \div m_2 = -1$

26. Sea $g(x)$ una función definida en \mathbb{R} , tal que $g(x) = ax^2 + bx + c$, con $a, b, c, \in \mathbb{R}, a \neq 0$ y Δ el discriminante de $g(x)$. ¿Cuál de los valores del discriminante corresponde a la gráfica de $g(x)$?

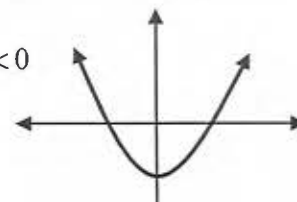
A) $\Delta > 0$



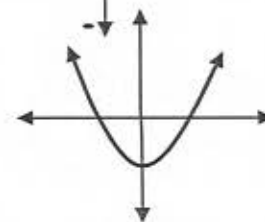
C) $\Delta = 0$



B) $\Delta < 0$



D) $\Delta \geq 0$



27. Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a, b, c, \in \mathbb{R}, a \neq 0$. ¿En cuál punto y bajo qué condición f tiene con certeza un punto máximo?

- A) $\left(\frac{b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right), a < 0$
 B) $\left(\frac{b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right), a > 0$
 C) $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right), a < 0$
 D) $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right), a > 0$

28. Si la gráfica de la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a, b, c, \in \mathbb{R}, a \neq 0$, corresponde a una parábola cóncava hacia arriba, entonces el vértice se define como

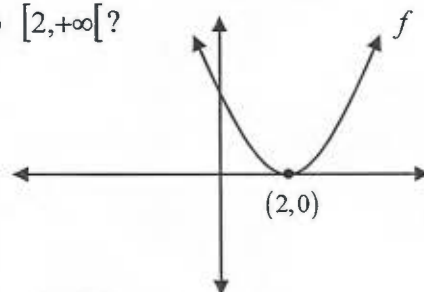
- A) el punto (a, b) .
 B) el punto $(0, 0)$.
 C) un punto máximo de f .
 D) un punto mínimo de f .

29. ¿Cuál es el eje de simetría para la gráfica de una función cuadrática que tiene por vértice $(0, 2)$?

- A) $x = 0$
 B) $y = 0$
 C) $x = 2$
 D) $y = 2$

30. En la figura se observa la representación gráfica en el plano cartesiano de una función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$. ¿Cuál de las siguientes proposiciones debe cumplirse para que f sea creciente en el intervalo $[2, +\infty[$?

- A) $\Delta < 0, a > 0$
 B) $\Delta > 0, a > 0$
 C) $\Delta = 0, a > 0$
 D) $\Delta = 2, a > 0$



31. ¿Cuál de las siguientes funciones tiene como dominio máximo \mathbb{R} ?

- A) $f(x) = \sqrt{x-1}$
 B) $g(x) = \sqrt[4]{4x-5}$
 C) $m(x) = \sqrt[3]{5x-2}$

D) $h(x) = \sqrt[3]{\frac{x-4}{x}}$

32. Sea $f :]-1, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 2x - 5$. Considere la tabla de valores para la construcción de la gráfica de f .

x	-1	0
y	-7	-5

De acuerdo con la tabla anterior, el ámbito de f corresponde a

- A) $[-7, -5]$
 B) $] -7, -5[$
 C) $[-7, -5[$
 D) $] -7, -5]$

33. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^2 - \frac{2}{3}$. Observe la siguiente secuencia de pasos:

Paso 1

$$f(x) = 0$$

Paso 2

$$x^2 = \frac{2}{3}$$

Paso 3

$$x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Paso 4

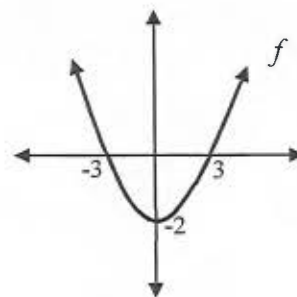
$$\begin{cases} x_1 \approx -0,82 \\ x_2 \approx 0,82 \end{cases}$$

Con esta secuencia de pasos se está determinando

- A) el vértice.
 B) el eje de simetría.
 C) los puntos de intersección con el eje Y.
 D) los puntos de intersección con el eje X.

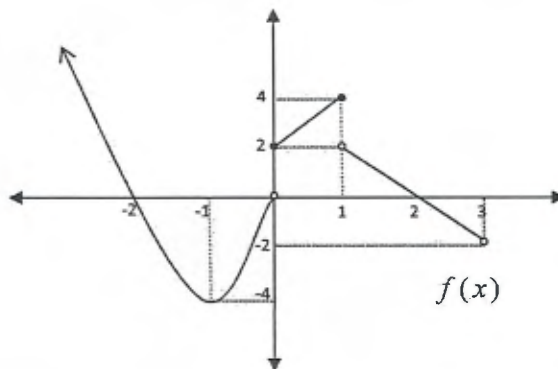
34. Sea f una función cuadrática. Según el gráfico adjunto, $f(x) < 0$ en el intervalo

- A) $[-2, 0]$
 B) $] -3, 3[$
 C) $[-3, 3]$
 D) $] -2, 0[$



35. De acuerdo con la figura, en los intervalos $\left]-4, -\frac{3}{2}\right] \cup [2, 3[$ la función f se clasifica como

- A) constante
- B) creciente
- C) decreciente
- D) lineal



36. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \{2\}$ tal que $f(x) = 2$. A esta función se le llama función lineal

- A) identidad.
- B) constante.
- C) inversa.
- D) inyectiva.

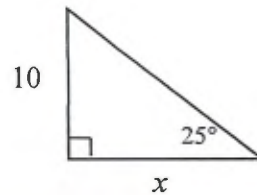
37. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa a una identidad trigonométrica?

- A) $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$
- B) $1 + \cot^2 x = \sec^2 x$
- C) $\operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x = 1$
- D) $\operatorname{sen}^2 x - 1 = \cos^2 x$

38. Las razones trigonométricas seno, coseno y tangente se establecen al relacionar dos lados y los ángulos agudos de un triángulo

- A) obtusángulo.
- B) acutángulo.
- C) rectángulo.
- D) equilátero.

39. Considere la siguiente figura:



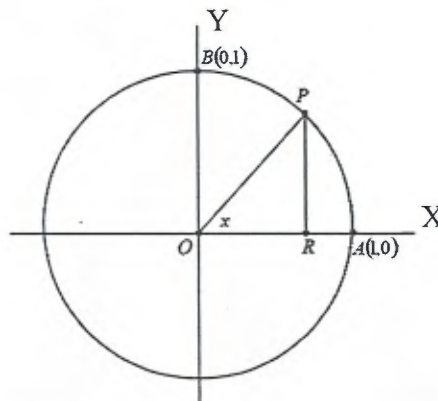
¿Cuál razón trigonométrica permite determinar el valor de x ?

- A) $\text{sen}25^\circ$
- B) $\text{cos}25^\circ$
- C) $\text{tan}25^\circ$
- D) $\text{sen}90^\circ$

40. Sea α uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo. La razón definida como el cociente entre la hipotenusa y el cateto opuesto al ángulo se identifica como

- A) $\text{csc}\alpha$
- B) $\text{sen}\alpha$
- C) $\text{cos}\alpha$
- D) $\text{sec}\alpha$

41. La figura representa al círculo trigonométrico.



De acuerdo con la información representada en la figura, las coordenadas del punto P corresponde al par ordenado

- A) $(\cos x, \text{sen}x)$
- B) $(\text{sen}x, \cos x)$
- C) $(\cot x, \tan x)$
- D) $(\tan x, \cot x)$

42. Sea α un ángulo trazado en el círculo trigonométrico. Si $\text{sen } \alpha > 0$ y $\text{tan } \alpha < 0$, entonces el lado terminal del ángulo α se ubica en el cuadrante

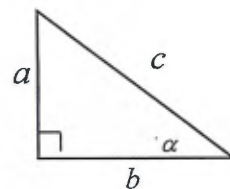
- A) I
- B) II
- C) III
- D) IV

43. Sea la ecuación $3\text{sen } \alpha = 2$, con $\alpha \in [0, 2\pi[$, para hallar el valor de α se utiliza la expresión

- A) $\text{sen}^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$
- B) $\text{sen}^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$
- C) $\text{sen}^{-1}(2)$
- D) $\text{sen}^{-1}(3)$

44. De acuerdo con la figura, la expresión $\frac{b}{c}$ se asocia con la definición de la razón trigonométrica

- A) $\text{sen } \alpha$.
- B) $\text{cos } \alpha$.
- C) $\text{tan } \alpha$.
- D) $\text{cot } \alpha$.



45. Sea α uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo. ¿Cuál expresión es equivalente con el $\text{cos } \alpha$?

- A) $\text{cos}(90^\circ - \alpha)$
- B) $\text{sen}(90^\circ - \alpha)$
- C) $\text{cos}(\alpha - 90^\circ)$
- D) $\text{sen}(\alpha - 90^\circ)$

46. ¿Cuál expresión es equivalente a $1 + \text{tan}^2 \theta$?

- A) $\text{csc}^2 \theta$
- B) $\text{sen}^2 \theta$
- C) $\text{sec}^2 \theta$
- D) $\text{cos}^2 \theta$

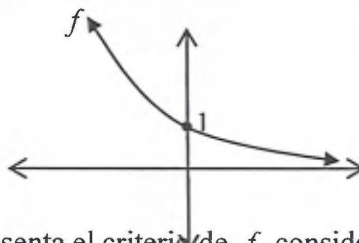
47. ¿Cuál es el ámbito de la función f dada por $f(x) = \cos x$?

- A) $\{-1, 1\}$
- B) $[-1, 1]$
- C) $] -1, 1[$
- D) $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

48. ¿Cuál de las siguientes proposiciones se cumple en la función f dada por $f(x) = \left(\frac{5}{3}\right)^x$?

- A) el ámbito es \mathbb{R} .
- B) el dominio es \mathbb{R}^+ .
- C) es estrictamente creciente.
- D) es estrictamente decreciente.

49. La figura adjunta representa el gráfico de una función exponencial f .



¿Cuál expresión representa el criterio de f considerando que $x \in \mathbb{R}$?

- A) $f(x) = 1^x$
- B) $f(x) = (-1)^x$
- C) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
- D) $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$

50. Sea $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = \log_a x$. ¿A cuál de los siguientes conjuntos pertenece la base a ?

- A) \mathbb{R}^+
- B) $\mathbb{R}^+ - \{1\}$
- C) $\mathbb{R} - \{0\}$
- D) $\mathbb{R} - \{1, 0\}$

51. ¿Cuál es el dominio de la función dada por $f(x) = a^x$?

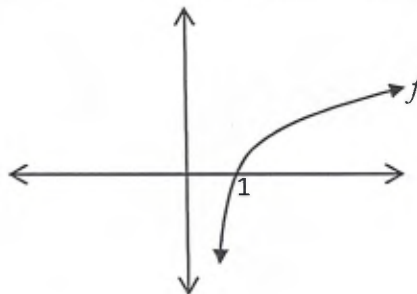
- A) \mathbb{R}^+
- B) \mathbb{R}
- C) $\mathbb{R} - \{0\}$
- D) $\mathbb{R}^+ - \{1\}$

52. ¿Cuál de las expresiones permiten determinar el valor x de en la ecuación $\log_{16} x = \frac{3}{4}$?

- A) $\left(\frac{3}{4}\right)^{16}$
- B) $\left(\frac{4}{3}\right)^{16}$
- C) $16^{\frac{4}{3}}$
- D) $16^{\frac{3}{4}}$

53. La figura representa el gráfico de una función logarítmica f . ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde al criterio de f ?

- A) $\log_1 x^{\frac{2}{3}}$
- B) $\log_{\frac{3}{2}} x$
- C) $\log_1 x^{\frac{3}{2}}$
- D) $\log_{\frac{2}{3}} x$



54. La expresión $a^{x^2} = b^4$ representa a una ecuación exponencial. ¿Cuál de las siguientes proposiciones debe cumplirse para obtener $x^2 = 4$?

- A) $a \neq b$
- B) $a = b$, con $a, b \in \mathbb{R}$
- C) $a = b$, con $a, b \in \mathbb{R}^+$
- D) $a = b$, con $a, b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

55. Sea $f(x) = a^x$, una función exponencial. ¿Cuál de las siguientes proposiciones debe cumplirse para que f sea estrictamente decreciente?

- A) $0 \leq a < 1$
- B) $0 < a \leq 1$
- C) $0 \leq a \leq 1$
- D) $0 < a < 1$

56. Si $f(x) = \log_a x$, es asintótica al Eje Y , entonces, ¿cuál de las siguientes expresiones representa la ecuación de la asíntota?

- A) $y = 0$
- B) $x = 0$
- C) $y = a$
- D) $x = a$

Anexo 1.3

Tabla de especificaciones Cálculo Diferencial e Integral

Tema	Objetivos evaluados (según programa del curso MA0202)	Contenidos	Procesos a evaluar	Desarrollo	No. De ítem	Puntaje
Límites	Objetivo No. 2: lograr que el estudiante a) Comprenda el concepto de límite de una función b) Determine el límite de una función en un punto empleando los teoremas sobre límites c) Determine el límite al infinito de una función d) Comprenda el concepto de continuidad de una función e) Analice la continuidad de una función	2.1 Límite de una función en un punto.	Aplicar los conceptos de límite de una función en un punto, límites laterales, límites al infinito y el concepto de continuidad en diferentes tipos de funciones.		1	13
		2.2 Teorema sobre límites			2	
		2.3 Cálculo de límites (algebraicos, exponenciales, logarítmicos y trigonométricos)	Aplicar estrategias para calcular el límite de diferentes tipos de funciones.	1 pregunta (5 puntos)	3,4,5 1 desarrollo	
		2.4 Límites infinitos y límites al infinito			6	
		2.5 Continuidad de una función			7	
		2.6 Teoremas sobre continuidad de una función			8	
Derivadas	Objetivo No.3 : Lograr que el estudiante a) Comprenda el concepto de derivada de una función b) Determine la derivada de funciones algebraicas, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas c) Comprenda el concepto de diferencial de una función d) Determine las derivadas de una función de orden superior	3.1 Derivada de una función en un punto.	Aplicar el concepto de derivada en diferentes tipos de funciones (exponenciales, logarítmicas, compuestas, trigonométricas).		11	12
		3.2 Derivada de una función			12	
		3.2.1 Interpretación geométrica			8	
		3.3 Teoremas sobre derivadas	Aplicar las reglas de derivación en diferentes tipos de funciones (exponenciales, logarítmicas, compuestas, trigonométricas).		10	
		3.4 Derivada de una función compuesta		1 Pregunta (5 puntos)	2 desarrollo	
		3.5 Derivada de las funciones: algebraicas, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas.			13, 14,15	
		TOTAL		10		25

Anexo 1.4

Prueba operativa de Cálculo (imagen del archivo PDF_lenguaje Latex)

Prueba estandarizada de Cálculo Diferencial e Integral: límites y derivadas

Enfocados certificantés:

Esta prueba forma parte del desarrollo de una investigación de doctorado del Programa Latinoamericano de Doctorado en Educación de la Universidad de Costa Rica. Pretende medir el conocimiento adquirido sobre contenidos básicos de los temas de límites y derivadas. ¡Gracias por su colaboración!

Instrucciones:

La prueba consiste en dos partes, la primera parte comprende 4 ítems de selección única; la segunda parte consta de dos ejercicios de desarrollo que debe responder en la hoja de respuestas. **NO se permite el uso de calculadora**, utilice la hoja de respuestas, aproximadamente cuenta con 40 minutos para resolverla.

1 PARTE: Selección Única. Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios con orden y tranquilidad. escoja la opción que considere completa correctamente los siguientes enunciados y luego transcriba la opción escogida a la hoja de respuestas.

RECUERDE: resolver la prueba individualmente, sin observar lo respondido por sus compañeros, necesitamos medir su conocimiento adquirido en estos contenidos.

1. ¿Cuál es el resultado después de calcular $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 23} - 5x}$?

A) $-\infty$

B) $-\frac{1}{5}$

C) $-\frac{1}{3}$

2. Sea $g(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \neq 1 \\ a & \text{si } x = 1 \end{cases}$, a es constante.

¿Cuál es el valor de a para que la función $g(x)$ sea continua?

A) 1

B) 0

C) 2

3. ¿Cuál expresión corresponde a la derivada de la función $f(x) = 3x^5 - 4\sqrt[5]{x^3} - \frac{5}{x^{13}}$?

A) $f'(x) = 24x^4 - \frac{28}{5}\sqrt[5]{x^3} + \frac{60}{x^{13}}$

B) $f'(x) = 24x^4 - \frac{28}{5}\sqrt[5]{x^3} - \frac{60}{x^{13}}$

C) $f'(x) = 24x^4 - \frac{28}{5}\sqrt[5]{x^3} + \frac{60}{x^{13}}$

4. ¿Cuál es la derivada de la función $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x-3}\right)$?

A) $\frac{-3}{x(x-3)^2}$

B) $\frac{-3x}{(x-3)^2}$

C) $\frac{-3}{x(x-3)}$

Prueba estandarizada de Cálculo Diferencial e Integral: límites y derivadas

HOJA DE RESPUESTAS

Nombre: _____	Carné: _____
Carrera: _____	Edad: _____ Sexo: <input type="radio"/> F <input type="radio"/> M
¿Primera vez que lleva este curso? SI _____ NO _____	Número de veces que ha repetido este curso: 1 _____ 2 _____ Mayor a dos _____

I PARTE: Selección Única. Escriba una equis (X) sobre la letra que considere es la respuesta correcta a cada ítem. No deje sin responder ningún ítem, en caso de no tener clara su respuesta, marque la que considere más aproximada. [1 punto cada respuesta correcta; total 4 puntos]

RESPUESTAS			
1	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C
2	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C
3	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C
4	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C

II PARTE: Desarrollo. Para cada uno de los siguientes ejercicios escriba el desarrollo completo de la solución. No debe escribir la solución en hojas adicionales. ____

- Determine el valor que se obtiene al calcular $f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{2x + 2} - 2}$ [No utilice regla de L'Hôpital] [5 puntos]
- Determine la expresión que se obtiene al calcular la derivada de la función $f(x) = \left(\frac{\sin(x)}{\cos(2x)} \right)^3$ [5 puntos]

Anexo 1.5**Tabla de evaluación para jueces expertos_ Prueba de conocimiento conceptual**

27 de enero de 2014

Estimado Validador:

Me es grato dirigirme a usted con el fin de solicitar su colaboración como experto para validar el instrumento adjunto, el cual será aplicado a una muestra de estudiantes de primer ingreso que ingresaron a carreras de Ingeniería en la Universidad de Costa Rica y en el Instituto Tecnológico de Costa Rica en el año 2014.

El instrumento tiene como finalidad medir el conocimiento matemático sobre conceptos y definiciones básicas que conservan los estudiantes de primer ingreso en su estructura conceptual matemática. La validación de este instrumento a través de jueces expertos forma parte de las actividades que estoy desarrollando en la investigación doctoral que lleva por tema *“La Inteligencia Fluida como predictor del rendimiento académico de los estudiantes de primer ingreso en cursos de matemática de Educación Superior”*.

Para efectuar la validación del instrumento, usted deberá leer cuidadosamente cada enunciado y sus correspondientes alternativas de respuesta. El instrumento será respondido directamente por los estudiantes. Solo se puede seleccionar una alternativa. El instrumento se divide en dos partes. La primera parte se solicita información personal del estudiante. La segunda parte corresponde a la a los 60 ítems.

Para la evaluación del ítem usted cuenta con una rúbrica en la que se detalla los aspectos a evaluar. Se adjunta una tabla con las definiciones y objetivos de las distintas categorías que se tomaron en cuenta para la redacción de los ítems. Estas categorías fueron adaptadas de la taxonomía sobre conocimiento declarativo planteada por Tristán y Molgado (2006).

No obstante, se le agradece cualquier sugerencia relativa a redacción, claridad, pertinencia y congruencia u otro aspecto que se considere relevante para mejorar el instrumento.

Gracias por su aporte

Prof. Silvia Arguedas

Investigadora

Caracterización de las categorías:

Subtipo	Explicación	Objetivo
Conceptual	<p>Se refiere a aquel conocimiento que responde a las preguntas:</p> <p>¿qué es?,</p> <p>¿cómo es?,</p> <p>¿cuáles son sus característica esenciales?,</p> <p>¿en qué se parece o diferencia de otros conceptos?</p> <p>Representación mental de objetos con cualidades propias y comunes entre los de su misma clase: idea, clase, categoría noción. Basado en las teorías de Anderson y Morissette (Tristán y Molgado, 2006 pág. 92).</p>	Distinguir atributos de conceptos matemáticos básicos
Relacional o asociativo	Se refiere al contenido de preposiciones, funciones entre objetos matemáticos o asociaciones entre enunciados: relaciones, conexiones, órdenes, jerarquías, funciones.	Relacionar o asociar información de forma verbal entre los enunciados y las preposiciones
Simbólico	Empleado en el uso del lenguaje matemático, en la resolución de problemas matemáticos. Asimismo incluye elementos de lenguaje no verbal utilizados para comunicar información, representa a los objetos por medios de símbolos (gráficos, diagramas, esquemas matemáticos o verbales de cualquier tipo). Llamado por Gagné operaciones simbólicas. Incluye signos y símbolos según Hauestein.	Reconocer los símbolos matemáticos en otras representaciones simbólicas o verbales matemática
Iconico	Los íconos están más cerca de las ideas que las palabras, constituyen la semejanza entre la imagen y lo representado por ella, por lo que su conocimiento requiere de la previa interpretación del significado, el contenido y el sentido. Es un conocimiento que surge a partir de ver o imaginar. De acuerdo con la posición de Jean Artess.	Identificar imágenes que se asocian a otros conceptos en forma verbal, simbólica, gráfica.
Semántico	Incluye el conocimiento verbal organizado por medio de redes de proposiciones o por enunciados que relacionan a los conceptos asimilados en un sentido amplio, así como los significados, las reglas, los procedimientos, los teoremas	Distinguir definiciones y teoremas en los enunciados

Factual o de hechos	Se refiere al conocimiento memorístico de elementos unitarios de información: terminología, objetos matemáticos. Actividades o habilidades cognitivas que requieren recordar, invocar o asociar una definición, un teorema	Recordar definiciones, teoremas que forman parte de la solución de un ejercicio
---------------------	--	---

Elaboración propia, Arguedas (2014)

TEST ESTRUCTURA CONCEPTUAL

ESTUDIANTES DE PRIMER INGRESO A LA UNIVERSIDAD

Estimados estudiantes:

A continuación se presenta una prueba de conocimientos básicos de matemática. Para su resolución no requiere calculadora ni dejar escritos los procedimientos en cada pregunta. La prueba consta de 60 ítems. Estos pretenden medir el nivel de adquisición de conceptos matemáticos básicos almacenados en la estructura conceptual del estudiante que matricula cursos iniciales de matemática para su formación universitaria. El resultado formará parte de una investigación doctoral que estudia el rendimiento académico en los primeros cursos a nivel universitario. Toda la información se tratará de manera confidencial. De antemano, se agradece su participación y colaboración.

Instrucciones generales:

- Tiene una hora para responder los 60 ítems enmarcados en el conocimiento declarativo.
- Favor responder con sinceridad y con todo su esfuerzo
- Considere que toda expresión algebraica está definida en \mathbb{R} y que las figuras geométricas no están hechas a escala.

I Parte: Datos personales

Carné	Nombre completo	Sexo		Primer Ingreso	
		M	F	SI	NO

Tipo de colegio de procedencia de la Educación Secundaria	Público	
	Privado	
	Subvencionado	
	Científico	
	Nocturno	
	Otro	

Carrera que estudia:

II Parte: Desarrollo del instrumento

Escriba una **X** sobre la opción que considera que completa correctamente cada uno de los siguientes enunciados.

8. Para la expresión algebraica $\frac{1}{x}$, si x toma valores numéricos positivos muy cercanos a cero, entonces la expresión resultante es igual a

- E) 0
- F) 1
- G) $-\infty$
- H) $+\infty$

Proceso: Distinguir el resultado de dividir un número real por valores muy cercanos a cero.

Mide el proceso			Nivel de dificultad (1 baja, 5 alta)					Observaciones
SI	NO	Parcialmente	1	2	3	4	5	

Categoría (s) donde ubica al ítem						Valoración final		
Conceptual	Factual o de hechos	Simbólico	Semántico	Relacional o asociativo	Icónico	Mantener	Eliminar	Reformular

Nota: todos los ítems contenían estas tablas

Anexo 1.6

Tabla de evaluación de jueces expertos prueba de Cálculo

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
SISTEMAS DE ESTUDIOS DE POSGRADO
PROGRAMA LATINOAMERICANO DE DOCTORADO EN EDUCACIÓN
Proyecto de investigación de doctorado

Evaluación por parte del Experto

Estimado (a) evaluador (a):

Muy respetuosamente se solicita su colaboración como juez para validar el instrumento que tiene como finalidad **discriminar** el conjunto de estudiantes que presentan un mayor dominio sobre los contenidos evaluados en un I Parcial del curso Cálculo Diferencial (contenidos básicos relacionados con límites, continuidad y derivadas) del conjunto de estudiantes que presentan un bajo dominio de estos contenidos. El instrumento será aplicado a una muestra de estudiantes de primer ingreso a carreras de Ingeniería y que hayan matriculado un curso remedial previo a su primer curso de Cálculo.

La validación de este instrumento a través de jueces expertos, forma parte de las actividades metodológicas del proyecto de investigación de doctorado titulado *La inteligencia fluida como predictor del rendimiento académico de los estudiantes de primer ingreso en cursos iniciales de matemática en la Educación Superior*.

Para efectuar la validación del instrumento, usted deberá leer cuidadosamente cada enunciado y sus correspondientes alternativas de respuesta; luego procede a completar la tabla de cotejo que se le proporciona para la respectiva evaluación. El instrumento se divide en dos partes; la primera parte consta de 15 ítems de selección única y la segunda parte comprende dos preguntas de desarrollo. El instrumento será respondido directamente por los estudiantes, en el que solo podrán seleccionar una alternativa. El instrumento se diseñó considerando los contenidos evaluados en el primer parcial del curso de Cálculo de acuerdo con el programa de estudios, esencialmente los contenidos relacionados con el tema de límites y derivadas. La investigación se encuentra en la fase piloto, y este instrumento forma parte del conjunto de instrumentos que deben ser validados para su aplicación operativa en el 2015.

Se adjunta la tabla en la que se especifica la relación de los ítems con el tema, objetivo y contenidos. Se enfatiza que la prueba no debe contener ni ítems muy fáciles ni tampoco ítems difíciles.

Se le agradece cualquier sugerencia relativa a redacción, claridad, pertinencia y congruencia u otro aspecto que se considere relevante para mejorar el instrumento.

Gracias por su aporte
Prof. Silvia Arguedas
Investigadora

Tema	Objetivos evaluados	Contenidos	Ítems de selección única	Desarrollo	Ítem
Límites	Objetivo No. 2: lograr que el estudiante a) Comprenda el concepto de límite de una función b) Determine el límite de una función en un punto empleando los teoremas sobre límites c) Determine el límite al infinito de una función	2.1 Límite de una función en un punto.	1		1
		2.2 Teoremas sobre límites	1		2
		2.3 Cálculo de límites (algebraicos, exponenciales, logarítmicos y trigonométricos)	3	1 pregunta (5 puntos)	3, 4 5 1 desarrollo
		2.4 Límites infinitos y límites al infinito	1		6
Continuidad	d) Comprenda el concepto de continuidad de una función e) Analice la continuidad de una función	2.5 Continuidad de una función	1		7
		2.6 Teoremas sobre continuidad de una función	1		9
Derivadas	Objetivo No.3: Lograr que el estudiante a) Comprenda el concepto de derivada de una función b) Determine la derivada de funciones algebraicas, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas c) Comprenda el concepto de diferencial de una función d) Determine las derivadas de una función de orden superior	3.1 Derivada de una función en un punto.	1		11
		3.2 Derivada de una función	1		12
		3.2.1 Interpretación geométrica	1		8
		3.3 Teoremas sobre derivadas	1		10
		3.4 Derivada de una función compuesta		1 Pregunta (5 puntos)	2 desarrollo
		3.5 Derivada de las funciones: algebraicas, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas.	3		13, 14, 15

Nota: Objetivos del programa del curso de Cálculo Diferencial e Integral, I Ciclo 2014, TEC

I. Con respecto a los ítems. Escriba una X en la casilla que considere se ajuste a su evaluación.

12	Derivadas	Aplica la definición de la derivada para calcular la derivada de una función																
13	Derivadas	Aplica reglas de derivación para una función con expresiones algebraicas																
14	Derivadas	Aplica reglas de derivación para hallar la derivada de una función con expresiones exponenciales																
15	Derivadas	Aplica reglas de derivación para hallar la derivada de un función que contiene expresiones logarítmicas																
Ítems de desarrollo																		
1.	Límites (5 puntos)	Aplica estrategias para determinar el valor del límite para una función algebraica: factorización de resta de cubos, racionaliza, simplificación																
2.	Derivadas (5 puntos)	Aplica reglas de derivación compuesta para determinar la derivada de una función trigonométrica																

2. Con respecto al **instrumento en general**:

Contiene instrucciones claras (claridad y precisión)	Deficiente	Aceptable	Bueno	Excelente	Observaciones
Redacción de los ítems					
Los ítems permiten discriminar a los estudiantes con dominio de los contenidos evaluados de los estudiantes que presentan dominio deficiente					
Distribución de los ítems: de forma lógica y secuencial					
Amplitud de contenido con base en los objetivos evaluados					
Pertinencia					

Validado por:	Especialidad:	FECHA:
Firma:	e-mail:	

Anexo 2_ I.F

Sobre T.C.T. y A.F.E. de la Prueba de Inteligencia Fluida

Tabla 25

Salida en SPSS estadístico correlación ítem con el total de prueba

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
T1_2CODIFICADA	20.1818	15.257	.225	.703
T1_3CODIFICADA	20.1852	15.158	.276	.701
T1_4CODIFICADA	20.1987	15.227	.201	.703
T1_5CODIFICADA	20.2189	15.138	.211	.703
T1_7CODIFICADA	20.4613	14.898	.150	.707
T1_9CODIFICADA	20.7677	14.780	.174	.706
T2_1CODIFICADA	20.2222	14.869	.333	.697
T2_2CODIFICADA	20.2525	14.791	.313	.697
T2_3CODIFICADA	20.2828	14.832	.259	.699
T2:5CODIFICADA	20.6498	14.600	.212	.703
T2_6CODIFICADA	20.6801	14.759	.170	.706
T2_7CODIFICADA	20.6566	14.186	.325	.693
T2_8CODIFICADA	20.8148	14.347	.308	.695
T2_9CODIFICADA	20.7980	14.864	.156	.707
T2_10CODIFICADA	20.9024	14.771	.217	.702
T2_12CODIFICADA	21.0303	15.036	.219	.702
T3_1CODIFICADA	20.3535	14.979	.160	.706
T3_2CODIFICADA	20.3266	14.863	.213	.702
T3_3CODIFICADA	20.2896	14.646	.322	.695
T3_4CODIFICADA	20.4007	14.619	.251	.699
T3_5CODIFICADA	20.6162	14.683	.189	.705
T3_6CODIFICADA	20.2828	15.001	.196	.703
T3_7CODIFICADA	20.2963	14.912	.218	.702
T3_8CODIFICADA	20.4377	14.375	.309	.695
T4_1CODIFICADA	20.2020	15.027	.302	.699
T4_2CODIFICADA	20.1953	15.070	.297	.700
T4_3CODIFICADA	20.2424	14.853	.302	.698
T4_4CODIFICADA	20.2660	14.878	.259	.699
T4_5CODIFICADA	20.4815	14.629	.221	.702
T4_7CODIFICADA	20.8283	14.859	.164	.706
T4_8CODIFICADA	20.7407	14.699	.192	.704
T4_10CODIFICADA	21.0168	15.111	.174	.704

Tabla 26
Salida SPSS total varianza explicada de la Escala 3 de Inteligencia Fluida

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings			Rotation Sums of Squared Loadings ^a
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %	Total
1	3.601	11.254	11.254	3.601	11.254	11.254	2.711
2	2.046	6.394	17.648	2.046	6.394	17.648	2.459
3	1.842	5.757	23.405	1.842	5.757	23.405	2.328
4	1.544	4.826	28.230	1.544	4.826	28.230	2.245
5	1.477	4.615	32.845				
6	1.326	4.143	36.989				
7	1.263	3.947	40.936				
8	1.201	3.753	44.689				
9	1.193	3.730	48.418				
10	1.134	3.543	51.962				
11	1.111	3.472	55.434				
12	1.014	3.170	58.604				
13	.998	3.119	61.723				
14	.960	3.001	64.723				
15	.897	2.802	67.525				
16	.863	2.697	70.222				
17	.834	2.605	72.827				
18	.804	2.513	75.340				
19	.780	2.437	77.777				
20	.734	2.293	80.070				
21	.709	2.216	82.286				
22	.701	2.190	84.476				
23	.636	1.987	86.463				
24	.621	1.941	88.404				
25	.573	1.790	90.194				
26	.542	1.694	91.888				
27	.534	1.667	93.555				
28	.479	1.496	95.051				
29	.460	1.437	96.488				
30	.427	1.333	97.821				
31	.363	1.136	98.957				
32	.334	1.043	100.000				

Extraction Method: Principal Component Analysis.

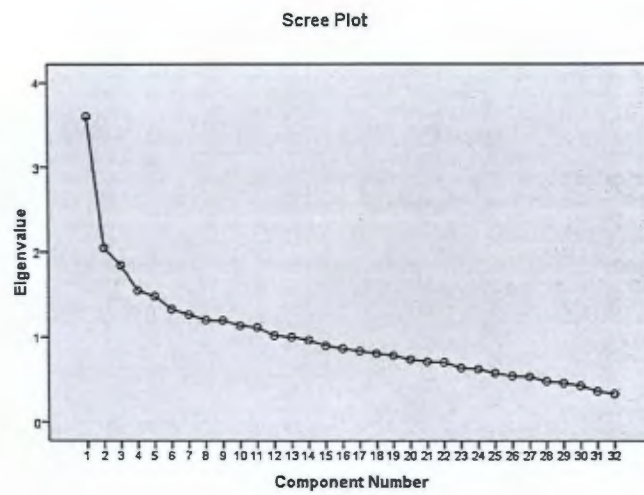


Figura 4. Gráfico de sedimentación prueba de Inteligencia Fluida

Tabla 27

Parcelación de 32 los ítems de la escala Inteligencia Fluida

Test	Parcela	N	Mean	
T2_12CODIFICADA	T1	297	10,77%	
T4_10CODIFICADA	T2	297	12,12%	
T2_10CODIFICADA	T3	297	23,57%	
T4_7CODIFICADA	T4	297	30,98%	↓
T2_8CODIFICADA	T4	297	32,32%	↑
T2_9CODIFICADA	T3	297	34,01%	
T1_9CODIFICADA	T2	297	37,04%	
T4_8CODIFICADA	T1	297	39,73%	
T2_6CODIFICADA	T1	297	45,79%	
T2_7CODIFICADA	T2	297	48,15%	
T2_5CODIFICADA	T3	297	48,82%	
T3_5CODIFICADA	T4	297	52,19%	↓
T4_5CODIFICADA	T4	297	65,66%	↑
T1_7CODIFICADA	T3	297	67,68%	
T3_8CODIFICADA	T2	297	70,03%	
T3_4CODIFICADA	T1	297	73,74%	
T3_1CODIFICADA	T1	297	78,45%	
T3_2CODIFICADA	T2	297	81,14%	
T3_7CODIFICADA	T3	297	84,18%	↓
T3_3CODIFICADA	T4	297	84,85%	
T2_3CODIFICADA	T4	297	85,52%	↑
T3_6CODIFICADA	T3	297	85,52%	
T4_4CODIFICADA	T2	297	87,21%	
T2_2CODIFICADA	T1	297	88,55%	
T4_3CODIFICADA	T1	297	89,56%	
T2_1CODIFICADA	T2	297	91,58%	
T1_5CODIFICADA	T3	297	91,92%	
T4_1CODIFICADA	T4	297	93,60%	↓
T1_4CODIFICADA	T4	297	93,94%	↑
T4_2CODIFICADA	T3	297	94,28%	
T1_3CODIFICADA	T2	297	95,29%	
T1_2CODIFICADA	T1	297	95,62%	

Tabla 28
Distribución de los ítems por parcela configurada

Parcela	Nombre de la parcela	Ítems	Total
F1	Fluida1	T1_2COD, T1_3COD, T2_8COD , T2_9COD T3_1COD, T3_4COD, T3_7COD, T4_10COD	8
F2	Fluida2	T2_1COD, T2_2COD, T2_12COD, T3_3COD T3_5COD, T3_6COD, T4_1COD, T4_8COD	8
F3	Fluida3	T1_4COD T1_5COD T2_5COD T2_6COD T2_7COD T3_2COD T4_2COD T4_5COD	8
F4	Fluida4	T1_7COD T1_9COD T2_3COD T2_10COD T3_8COD T4_3COD T4_4COD T4_7COD	8

Anexos 3_PCCM

Sobre T.C.T. y A.F.E para la PCCM (Prueba Conocimiento Conceptual Matemático)

Tabla 29

Total de varianza explicada en la prueba conceptual de matemática

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	5.905	13.733	13.733	5.905	13.733	13.733
2	1.871	4.350	18.083	1.871	4.350	18.083
3	1.711	3.980	22.063	1.711	3.980	22.063
4	1.548	3.599	25.663	1.548	3.599	25.663
5	1.439	3.346	29.009	1.439	3.346	29.009
6	1.399	3.253	32.262	1.399	3.253	32.262
7	1.328	3.089	35.351	1.328	3.089	35.351
8	1.272	2.959	38.309	1.272	2.959	38.309
9	1.258	2.927	41.236	1.258	2.927	41.236
10	1.220	2.837	44.073	1.220	2.837	44.073
11	1.154	2.685	46.758	1.154	2.685	46.758
12	1.132	2.632	49.389	1.132	2.632	49.389
13	1.097	2.551	51.940	1.097	2.551	51.940
14	1.054	2.451	54.391	1.054	2.451	54.391
15	1.029	2.393	56.784	1.029	2.393	56.784
16	1.015	2.360	59.144	1.015	2.360	59.144
17	.975	2.267	61.411			
18	.957	2.226	63.637			
19	.926	2.153	65.791			
20	.896	2.083	67.874			
21	.866	2.014	69.888			
22	.865	2.011	71.899			
23	.827	1.923	73.822			
24	.785	1.825	75.647			
25	.768	1.787	77.434			
26	.749	1.743	79.177			
27	.713	1.659	80.836			
28	.692	1.610	82.445			
29	.665	1.547	83.992			
30	.637	1.481	85.474			
31	.624	1.452	86.925			
32	.590	1.373	88.298			
33	.578	1.343	89.642			
34	.538	1.251	90.893			
35	.523	1.215	92.108			
36	.497	1.155	93.263			
37	.481	1.119	94.382			
38	.470	1.092	95.474			
39	.435	1.012	96.486			
40	.423	.985	97.471			
41	.407	.947	98.417			
42	.375	.873	99.290			
43	.305	.710	100.000			

Total Variance Explained

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	5.905	13.733	13.733	5.905	13.733	13.733
2	1.871	4.350	18.083	1.871	4.350	18.083
3	1.711	3.980	22.063	1.711	3.980	22.063
4	1.548	3.599	25.663	1.548	3.599	25.663
5	1.439	3.346	29.009	1.439	3.346	29.009
6	1.399	3.253	32.262	1.399	3.253	32.262
7	1.328	3.089	35.351	1.328	3.089	35.351
8	1.272	2.959	38.309	1.272	2.959	38.309
9	1.258	2.927	41.236	1.258	2.927	41.236
10	1.220	2.837	44.073	1.220	2.837	44.073
11	1.154	2.685	46.758	1.154	2.685	46.758
12	1.132	2.632	49.389	1.132	2.632	49.389
13	1.097	2.551	51.940	1.097	2.551	51.940
14	1.054	2.451	54.391	1.054	2.451	54.391
15	1.029	2.393	56.784	1.029	2.393	56.784
16	1.015	2.360	59.144	1.015	2.360	59.144
17	.975	2.267	61.411			
18	.957	2.226	63.637			
19	.926	2.153	65.791			
20	.896	2.083	67.874			
21	.866	2.014	69.888			
22	.865	2.011	71.899			
23	.827	1.923	73.822			
24	.785	1.825	75.647			
25	.768	1.787	77.434			
26	.749	1.743	79.177			
27	.713	1.659	80.836			
28	.692	1.610	82.445			
29	.665	1.547	83.992			
30	.637	1.481	85.474			
31	.624	1.452	86.925			
32	.590	1.373	88.298			
33	.578	1.343	89.642			
34	.538	1.251	90.893			
35	.523	1.215	92.108			
36	.497	1.155	93.263			
37	.481	1.119	94.382			
38	.470	1.092	95.474			
39	.435	1.012	96.486			
40	.423	.985	97.471			
41	.407	.947	98.417			
42	.375	.873	99.290			

Extraction Method: Principal Component Analysis.

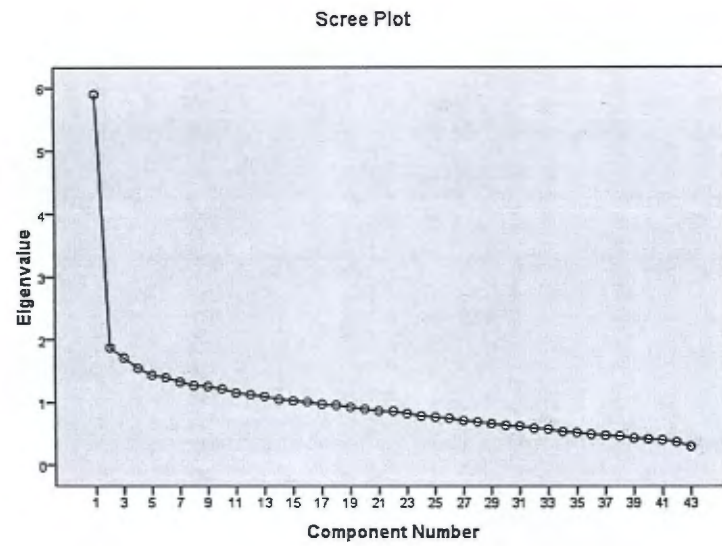


Figura 6. Gráfico de Sedimentación para la escala de conocimiento conceptual

Tabla 30

Salida SPSS de los valores correlación ítem con el total de la prueba de conocimientos conceptuales en matemática.

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
M2CODIFICADA	23.3199	51.955	.466	.839
M3CODIFICADA	23.1380	53.721	.214	.845
M5CODIFICADA	23.2660	52.743	.347	.842
M7CODIFICADA	23.2727	53.442	.249	.844
M9CODIFICADA	23.2761	53.315	.267	.844
M10CODIFICADA	23.0471	53.153	.315	.843
M11CODIFICADA	22.8552	54.401	.204	.845
M12CODIFICADA	22.9798	53.027	.364	.842
M13CODIFICADA	23.0471	52.998	.338	.842
M14CODIFICADA	23.0438	53.535	.258	.844
M15CODIFICADA	23.2593	53.091	.297	.843
M16CODIFICADA	23.0034	53.618	.259	.844
M18CODIFICADA	22.9630	53.718	.260	.844
M19CODIFICADA	22.9966	53.321	.308	.843
M20CODIFICADA	23.1684	52.965	.317	.843
M21CODIFICADA	23.1111	53.011	.319	.843
M22CODIFICADA	23.1717	52.352	.404	.840
M23CODIFICADA	23.0471	52.856	.359	.842
M24CODIFICADA	22.9832	53.787	.240	.844
M25CODIFICADA	23.0438	53.569	.253	.844
M26CODIFICADA	23.2997	52.021	.453	.839
M27CODIFICADA	23.3030	53.043	.308	.843
M29CODIFICADA	23.0909	52.779	.358	.842
M30CODIFICADA	23.2054	53.089	.298	.843
M31CODIFICADA	23.3064	52.835	.337	.842
M32CODIFICADA	23.1347	53.070	.307	.843
M34CODIFICADA	23.2660	53.020	.308	.843
M35CODIFICADA	23.0438	52.947	.347	.842
M36CODIFICADA	23.0943	52.613	.381	.841
M37CODIFICADA	23.5825	54.217	.222	.844
M38CODIFICADA	22.9192	53.770	.276	.844
M39CODIFICADA	23.1953	52.435	.390	.841
M40CODIFICADA	23.4579	53.844	.224	.845
M41CODIFICADA	23.3939	53.713	.227	.845
M42CODIFICADA	23.2997	53.886	.189	.846
M44CODIFICADA	23.0976	52.737	.362	.842
M45CODIFICADA	23.3199	52.948	.323	.842
M47CODIFICADA	23.3064	53.173	.290	.843
M48CODIFICADA	23.2290	53.272	.272	.844
M49CODIFICADA	23.2896	52.571	.373	.841
M52CODIFICADA	23.2761	52.930	.321	.842
M53CODIFICADA	23.4074	53.114	.318	.843
M55CODIFICADA	23.1751	52.881	.329	.842

Anexo 4_PCPPC

Sobre T.C.T. y A.F.E para la PCCM (Prueba de Conocimiento al Primer Parcial de Cálculo)

Tabla 31

Total varianza explicada del indicador sobre prueba de los contenidos evaluados al primer parcial de Cálculo.

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings			Rotation Sums of Squared Loadings ^a
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %	Total
1	3.407	34.068	34.068	3.407	34.068	34.068	3.282
2	2.734	27.340	61.409	2.734	27.340	61.409	2.912
3	1.041	10.410	71.819				
4	.759	7.591	79.410				
5	.575	5.752	85.162				
6	.435	4.350	89.512				
7	.401	4.008	93.520				
8	.279	2.786	96.306				
9	.209	2.090	98.396				
10	.160	1.604	100.000				

Extraction Method: Principal Component Analysis.

a. When components are correlated, sums of squared loadings cannot be added to obtain a total variance.

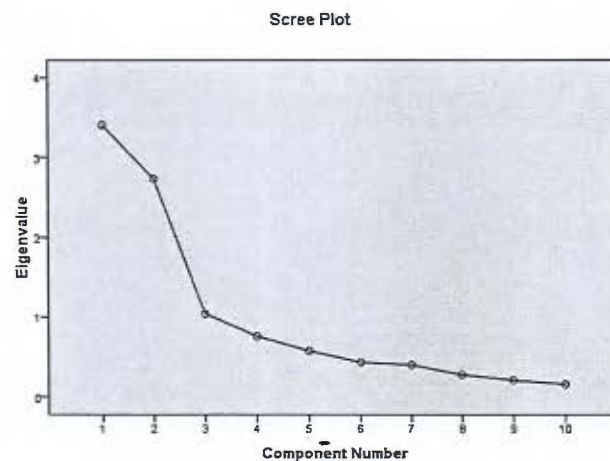


Figura 9. Gráfico sedimentación prueba de Cálculo

Tabla 32
Composición para cada factor de la prueba de desarrollo

Pattern Matrix^a

	Component	
	1	2
D1_1CODIFICADA	-.019	.744
D1_2CODIFICADA	-.061	.611
D1_3CODIFICADA	-.078	.768
D1_4CODIFICADA	.006	.878
D1_5CODIFICADA	.152	.765
D2_1CODIFICADA	.692	.026
D2_2CODIFICADA	.851	-.088
D2_3CODIFICADA	.854	-.008
D2_4CODIFICADA	.824	.001
D2_5CODIFICADA	.784	.051

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Rotation Method: Promax with Kaiser Normalization.

a. Rotation converged in 3 iterations.

Component Correlation Matrix

Component	1	2
1	1.000	.096
2	.096	1.000

Extraction Method: Principal

Component Analysis.

Rotation Method: Promax with Kaiser Normalization.

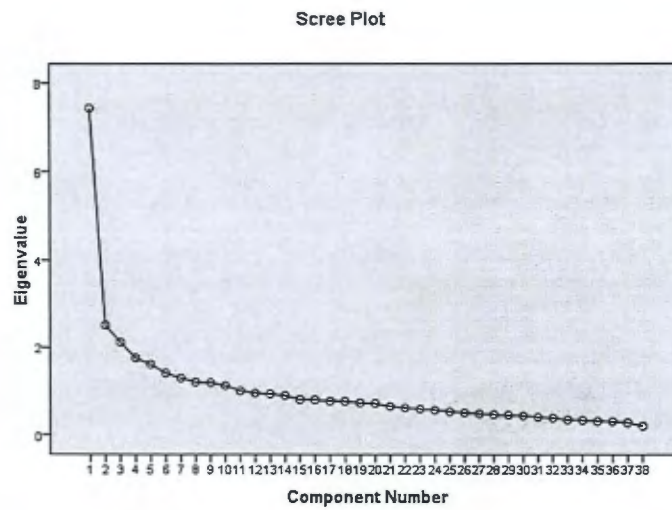
Anexo 5_ER**Sobre T.C.T. y A.F.E para la Escala R (Escala de Responsabilidad)**

Figura 11. Gráfico de Sedimentación de la Escala de Responsabilidad

Anexo 6_ EAM

Sobre T.C.T. y A.F.E para la Escala de Ansiedad Matemática (Escala de Ansiedad Matemática)

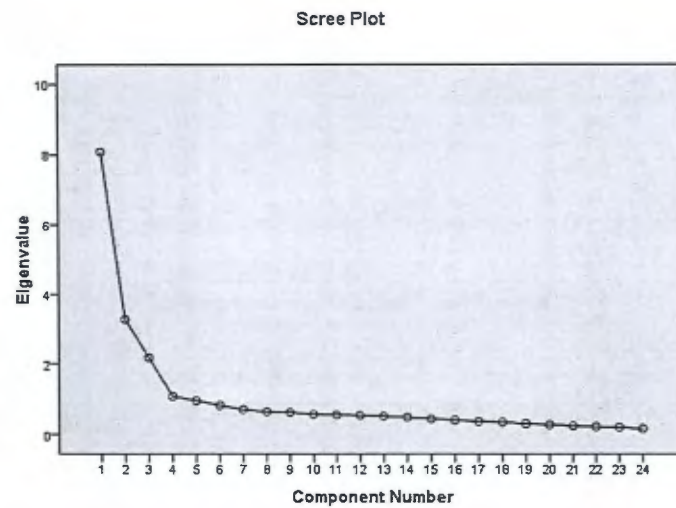


Figura 13. Gráfico de Sedimentación de la Escala de Ansiedad Matemática

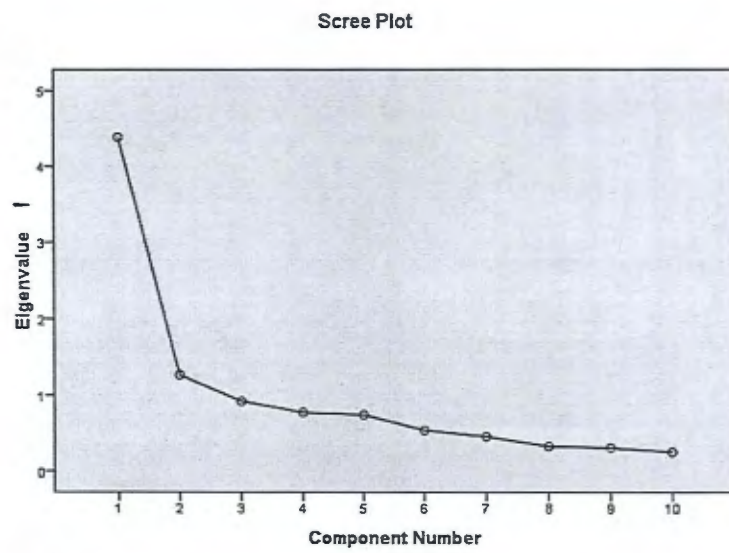
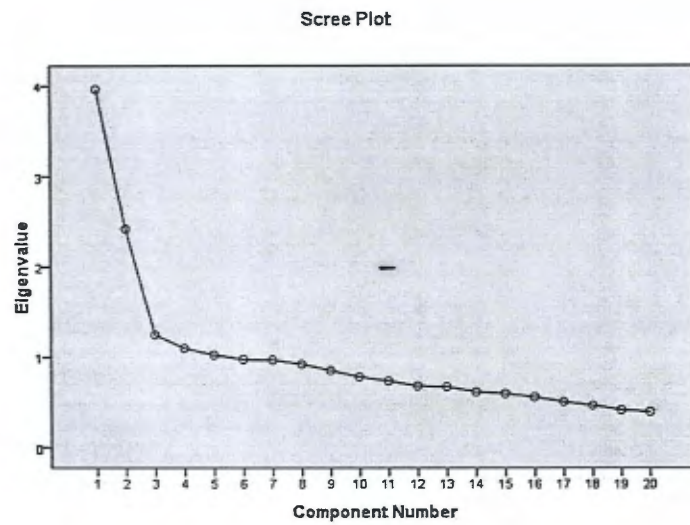
Anexo 7_EA**Sobre T.C.T. y A.F.E para la Escala EA (Escala de Autoeficacia)**

Figura 15. Gráfico de Sedimentación de la escala de Autoeficacia

Anexo 8_IFD

Sobre T.C.T. y A.F.E para la Escala IFD (Escala de Impulsividad)



—Figura 17. Gráfico de sedimentación para la escala de Impulsividad

Tabla 37

Total de varianza explicada por los ítems de la escala de Impulsividad
Total Variance Explained

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings			Rotation Sums of Squared Loadings ^a
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %	Total
1	3.967	19.836	19.836	3.967	19.836	19.836	3.579
2	2.421	12.107	31.942	2.421	12.107	31.942	3.163
3	1.248	6.238	38.180				
4	1.100	5.498	43.678				
5	1.027	5.137	48.815				
6	.978	4.891	53.706				
7	.973	4.865	58.571				
8	.927	4.637	63.208				
9	.857	4.285	67.494				
10	.786	3.931	71.424				
11	.740	3.702	75.127				
12	.686	3.431	78.558				
13	.678	3.392	81.950				
14	.621	3.107	85.057				
15	.603	3.017	88.074				
16	.566	2.829	90.903				
17	.515	2.573	93.476				
18	.475	2.377	95.854				
19	.424	2.121	97.975				
20	.405	2.025	100.000				

Extraction Method: Principal Component Analysis.

a. When components are correlated, sums of squared loadings cannot be added to obtain a total variance.

Tabla 38

Estructura factorial de acuerdo con la matriz patrón sobre la rotación Promax

Pattern Matrix^a

	Component	
	1	2
EI1. No me gusta tomar decisiones de forma rápida, aunque sean decisiones sencillas, como por ejemplo, qué ropa me pongo o qué voy a cenar	.237	.424
EI2. Frecuentemente digo lo primero que se me ocurre sin pensar mucho antes	.654	-.088
EI3. Me gusta solucionar lenta y cuidadosamente los problemas	.461	.160
EI4. Soy bueno aprovechando las ventajas de las oportunidades inesperadas, en las que tiene que hacer algo rápidamente o pier	-.072	.540
EI5. Frecuentemente compro cosas sin pensar si realmente me puedo permitir comprarlas	.475	-.185
EI6. No me siento a gusto cuando tengo que decidirme rápidamente	.027	.603
EI7. Me gusta tomar parte en conversaciones rápidas en las que realmente no hay mucho tiempo para pensar antes de hablar	.366	.267
EI.8 A menudo me decido rápidamente sin tomarme el tiempo necesario para considerar la situación desde todos los puntos de vi	.604	.129
EI9 Frecuentemente, no paso mucho tiempo pensando sobre una situación antes de actuar	.462	.231
EI10. No me gusta tener que hacer las cosas de forma rápida, aún cuando esté haciendo algo que no es muy difícil	.162	.533
EI11 Disfrutaría trabajando en una ocupación que requiera tomar decisiones rápidas	.073	.569
EI12 Frecuentemente, me meto en situaciones apuradas porque no pienso antes de actuar	.654	-.012
EI13 Me gusta los deportes y los juegos en los que se tiene que escoger el próximo movimiento muy rápidamente	-.042	.439
EI14 A menudo pierdo oportunidades debido a que tengo que decidirme rápidamente	-.301	.654
EI15 La gente me valora porque puedo pensar de forma rápida	-.201	.594
EI16 Ocasionalmente me veo implicado en proyectos sin considerar primero los posibles potenciales problemas	.528	-.212
EI17 Antes de tomar decisiones importantes, mido cuidadosamente los pro y los contra	.486	.111
EI 18 Soy bueno(a) razonando detenidamente	.386	-.147
EI 19 Intento evitar aquellas actividades donde tengo que actuar sin tener antes mucho tiempo para pensar	.059	.524
EI 20 A menudo digo y hago cosas sin considerar consecuencias	.720	-.013

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Rotation Method: Promax with Kaiser Normalization.

a. Rotation converged in 3 iterations.

Anexo 9

Batería de Test con las escalas de personalidad aplicadas en el estudio

Rasgos de personalidad y su relación con el rendimiento académico en cursos iniciales de matemática de Educación Superior

Estimado (a) estudiante:

Con el propósito de hallar una posible relación entre algunos rasgos de personalidad con respecto al rendimiento académico en los cursos iniciales de matemática de Educación Superior, muy respetuosamente le solicitamos completar la siguiente batería de test. Los datos recopilados formarán parte de un proyecto de investigación de doctorado de la Universidad de Costa Rica y se les garantiza total confidencialidad de los mismos. Cada test tiene sus propias instrucciones, le solicitamos no dejar respuestas en blanco. *Gracias por su colaboración.*

Datos Personales

Nombre completo	Carné	Edad	Sexo		Carrera	Fecha
			M	F		

Escala R

Instrucciones:

Lea cuidadosamente cada una de las afirmaciones siguientes y responda de 1 a 5 según su **grado de acuerdo circulando** el número en la casilla correspondiente.

1. No estoy de acuerdo
2. Estoy un poco de acuerdo
3. No estoy de acuerdo ni en desacuerdo
4. Bastante de acuerdo
5. Completamente de acuerdo

No hay respuestas buenas o malas. Intente describirse a sí mismo de la forma más precisa posible. Responda a todas las afirmaciones según su nivel de acuerdo. Intente trabajar de prisa y no se entretenga demasiado en la respuesta. La primera impresión acostumbra a ser la buena. No deje respuestas en blanco.

Ítem	Afirmaciones	1.No estoy de acuerdo	2.Estoy un poco de acuerdo	3.No estoy de acuerdo ni en desacuerdo	4.Bastante de acuerdo	5.Completamente de acuerdo
1	Soy bastante hábil para marcarme un ritmo para hacer el trabajo a tiempo	1	2	3	4	5
2	Me atengo de forma estricta a mis principios éticos	1	2	3	4	5
3	Soy una persona responsable, que siempre termina con el trabajo	1	2	3	4	5

4	Antes de emprender una acción, siempre considero sus consecuencias	1	2	3	4	5
5	Me mantengo informado (a) y normalmente tomo decisiones inteligentes	1	2	3	4	5
6	Mantengo mis cosas bien cuidadas y limpias	1	2	3	4	5
7	Me esfuerzo por hacerlo todo bien.	1	2	3	4	5
8	Me es difícil obligarme a hacer lo que debo	1	2	3	4	5
9	Casi nunca tomo decisiones precipitadas	1	2	3	4	5
10	Cuando empiezo un proyecto, casi siempre lo termino	1	2	3	4	5
11	Parece que nunca puedo organizarme	1	2	3	4	5
12	Trato de hacer mi trabajo lo mejor posible	1	2	3	4	5
13	A veces actúo primero y pienso después	1	2	3	4	5
14	Algunas veces no soy tan formal ni digno (a) de confianza como debiera	1	2	3	4	5
ítem	Afirmaciones (Continuación Escala R)	1.No estoy de acuerdo	2.Estoy un poco de acuerdo	3.No estoy de acuerdo ni en desacuerdo	4.Bastante de acuerdo	5.Completamente de acuerdo
15	Cuando me comprometo, siempre se puede esperar que lo cumpla	1	2	3	4	5
16	Antes de contestar a una pregunta, la pienso dos veces	1	2	3	4	5
17	Pienso las cosas cuidadosamente antes de tomar una decisión	1	2	3	4	5
18	Tengo mucha auto-disciplina	1	2	3	4	5
19	Prefiero improvisar que hacer planes	1	2	3	4	5
20	Soy eficiente y efectivo (a) en mi trabajo	1	2	3	4	5
21	Me gusta tenerlo todo ordenado para saber dónde está exactamente cada cosa	1	2	3	4	5
22	Trabajo duro para conseguir mis objetivos	1	2	3	4	5
23	Pago mis deudas a tiempo y en su totalidad	1	2	3	4	5
24	Cuando algo se me hace demasiado difícil, tiendo a empezar otra cosa	1	2	3	4	5
25	Soy una persona muy competente	1	2	3	4	5
26	Se me conoce por mi prudencia y sentido común	1	2	3	4	5
27	Cuando voy de viaje hago planes cuidadosamente	1	2	3	4	5
28	Frecuentemente hago las cosas por impulso	1	2	3	4	5
29	Estoy orgulloso (a) de mi buen juicio	1	2	3	4	5
30	Hay tantas cosas pequeñas que hay que hacer, que a veces ni las tengo en cuenta	1	2	3	4	5

31	Tengo una serie de metas y me esfuerzo por alcanzarlas de forma ordenada	1	2	3	4	5
32	Pierdo mucho tiempo antes de ponerme a trabajar	1	2	3	4	5
33	Con frecuencia me meto en situaciones para las que no estoy totalmente preparado (a)	1	2	3	4	5
34	Cuando empiezo un programa para mejorar algo mío, lo habitual es que lo abandone a los pocos días	1	2	3	4	5
35	No parece que tenga un éxito completo en nada	1	2	3	4	5
36	No soy una persona muy metódica	1	2	3	4	5
37	Me esfuerzo por conseguir todo lo que pueda	1	2	3	4	5
38	Trato de realizar el trabajo con cuidado para que no haya que repetirlo	1	2	3	4	5

ESCALA IFD (Dickman, S.J. 1990)

Instrucciones:

Este cuestionario contiene 23 frases. Lea atentamente cada una de ellas y **circule** la letra que corresponda mejor con su manera más frecuente de ser, pensar o actuar (V=Verdadero F=Falso). No hay respuestas correctas ni incorrectas, ni tampoco respuestas buenas o malas. Asegúrese de responder todas las frases.

Ítem	Frases	V	F
1.	No me gusta tomar decisiones de forma rápida, aunque sean decisiones sencillas, como por ejemplo, qué ropa me pongo o qué voy a cenar.	V	F
2.	Frecuentemente digo lo primero que se me ocurre sin pensar mucho antes	V	F
3.	Me gusta solucionar lenta y cuidadosamente los problemas	V	F
4.	Soy bueno aprovechando las ventajas de las oportunidades inesperadas, en las que tienes que hacer algo rápidamente o pierdes tu oportunidad	V	F
5.	Frecuentemente compro cosas sin pensar si realmente me puedo permitir comprarlas	V	F
6.	No me siento a gusto cuando tengo que decidirme rápidamente	V	F
7.	Me gusta tomar parte en conversaciones rápidas en las que realmente no hay mucho tiempo para pensar antes de hablar	V	F
8.	A menudo me decido rápidamente sin tomarme el tiempo necesario para considerar la situación desde todos los puntos de vista	V	F
9.	Frecuentemente, no paso mucho tiempo pensando sobre una situación antes de actuar	V	F
10.	No me gusta tener que hacer las cosas de forma rápida, aun cuando esté haciendo algo que no es muy difícil	V	F
11.	Disfrutaría trabajando en una ocupación que requiera tomar decisiones rápidas	V	F
12.	Frecuentemente, me meto en situaciones apuradas porque no pienso antes de actuar	V	F
13.	Me gusta los deportes y los juegos en los que se tiene que escoger el próximo movimiento muy rápidamente	V	F
14.	A menudo pierdo oportunidades debido a que tengo que decidirme rápidamente	V	F

15.	La gente me valora porque puedo pensar de forma rápida	V	F
16.	Ocasionalmente me veo implicado en proyectos sin considerar primero los posibles potenciales problemas	V	F
17.	Antes de tomar decisiones importantes, mido cuidadosamente los pro y los contra	V	F
18.	Soy bueno razonando detenidamente	V	F
19.	Intento evitar aquellas actividades donde tengo que actuar sin tener antes mucho tiempo para pensar	V	F
20.	A menudo digo y hago cosas sin considerar las consecuencias	V	F

Escala SAM

Instrucciones:

Las frases de este cuestionario se refieren a situaciones que pueden provocar ansiedad. Las respuestas son medidas de sus sentimientos personales por tanto no hay respuestas correctas ni incorrectas. Para responder debe utilizar una escala con valores comprendidos entre el 1 y el 5. El valor **1** indica que la situación **no le provoca ansiedad**, mientras el valor **5** indica que la situación **le provoca mucha ansiedad**. Rodea con un **círculo** el número que indique el grado de ansiedad que te provoca cada una de las situaciones. Asegúrese de que haber respondido todas las frases y de que solo circuló un número por frase.

Ítem	Situaciones	Escala de ansiedad				
		No le provoca ansiedad				Provoca mucha ansiedad
		1	2	3	4	5
1	Estudiar para un examen de matemática	1	2	3	4	5
2	Interpretar el significado de un concepto matemático en el texto de un libro	1	2	3	4	5
3	Ir a preguntar a mi profesor de matemática sobre material que me resulta difícil de entender	1	2	3	4	5
4	Darme cuenta, el día antes del examen, de que unos problemas que me parecían fáciles no me salen	1	2	3	4	5
5	Pedir a un profesor en horas consulta que me explique un tema que no he entendido nada	1	2	3	4	5
6	Leer un texto de un libro que incluya análisis de los diferentes tipos de funciones	1	2	3	4	5
7	Consultar al profesor sobre la utilización de una tabla de valores	1	2	3	4	5
8	Tratar de comprender una demostración matemática	1	2	3	4	5
9	Hacer el examen final de una asignatura de matemática	1	2	3	4	5
10	Leer un anuncio de un coche que incluya gráficos sobre el consumo(litros/km), el cumplimiento de las normas de polución, etc.	1	2	3	4	5
11	Entrar en el aula para hacer el examen de matemática	1	2	3	4	5
12	Consultar al profesor sobre el procedimiento para resolver un ejercicio	1	2	3	4	5

13	Llegar al día anterior al examen sin haber tenido tiempo de estudiar todo el temario	1	2	3	4	5
14	Levantarme la mañana del día del examen de matemática	1	2	3	4	5
15	Enterarme, justo antes de entrar al examen, de que no he preparado un tipo de ejercicios	1	2	3	4	5
16	Copiar una demostración matemática de la pizarra mientras el profesor la explica	1	2	3	4	5
17	Pedir ayuda al profesor para interpretar las gráficas de las funciones	1	2	3	4	5
18	Intentar entender las probabilidades en la lotería	1	2	3	4	5
19	Ver a un compañero (a) de clase estudiando detenidamente la solución de un problema que él (ella) ha hecho	1	2	3	4	5
20	Ir al examen de matemática sin haber tenido tiempo de repasar	1	2	3	4	<u>5</u>
21	Pedir ayuda a un profesor para interpretar una tabla de variación	1	2	3	4	5
22	Intentar entender los análisis estadísticos descritos en el resumen de un artículo de una revista	1	2	3	4	5
23	Ir a la oficina del profesor de matemática a preguntar dudas	1	2	3	4	5
24	Pedir al profesor de repaso que me explique cómo se hace un ejercicio	1	2	3	4	5

Escala AG

Instrucciones:

Por favor **circule** un número del “0” (Totalmente en desacuerdo) al “6” (Totalmente de acuerdo) en función del grado de acuerdo que tenga con cada una de las frases que se exponen a continuación relativas a la manera en que usted se percibe a sí mismo.

Ítem	Situaciones	Totalmente en desacuerdo						Totalmente de acuerdo
		0	1	2	3	4	5	
1	Puedo encontrar la forma de obtener lo que quiero aunque alguien se me oponga	0	1	2	3	4	5	6
2	Puedo resolver problemas difíciles si me esfuerzo lo suficiente	0	1	2	3	4	5	6
3	Me es fácil persistir en lo que me he propuesto hasta llegar a alcanzar mis metas	0	1	2	3	4	5	6
4	Tengo confianza en que podría manejar eficazmente acontecimientos inesperados	0	1	2	3	4	5	6
5	Gracias a mis cualidades y recursos puedo superar situaciones imprevistas	0	1	2	3	4	5	6
6	Cuando me encuentro en dificultades puedo permanecer tranquilo (a) porque cuento con las habilidades necesarias para manejar situaciones difíciles	0	1	2	3	4	5	6
7	Venga lo que venga, por lo general, soy capaz de manejarlo	0	1	2	3	4	5	6
8	Puedo resolver la mayoría de los problemas si me esfuerzo lo necesario	0	1	2	3	4	5	6
9	Si me encuentro en una situación difícil, generalmente se me ocurre qué debo hacer	0	1	2	3	4	5	6
10	Al tener que hacer frente a un problema, generalmente se me ocurren varias alternativas de cómo resolverlo	0	1	2	3	4	5	6