

**UNIVERSIDAD DE COSTA RICA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL**

**ESTIMACIÓN DE LA CURVA DE DEFORMACIÓN VERTICAL DE UNA VIGA SIMPLEMENTE  
APOYADA ANTE LA ACCIÓN DE CARGAS ESTÁTICAS, MEDIANTE MEDIDAS DE ROTACIONES  
CON EL USO DE INCLINÓMETROS**

**TRABAJO DE GRADUACIÓN**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE LICENCIATURA EN INGENIERÍA CIVIL

PRESENTA

**WILLY CARAVACA TENORIO**

DIRECTOR DE PROYECTO DE GRADUACIÓN:

**ING. YI CHENG LIU KUAN**

CUIDAD UNIVERSITARIA RODRIGO FACIO

COSTA RICA

FEBRERO, 2016

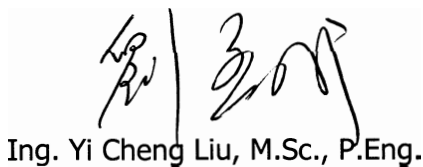
## AUTOR Y COMITÉ ASESOR

---



Willy Caravaca Tenorio

**Autor del proyecto**



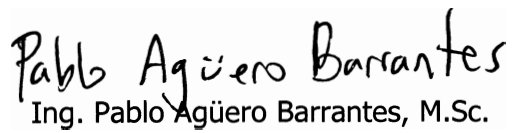
Ing. Yi Cheng Liu, M.Sc., P.Eng.

**Director del proyecto**



Ing. Alejandro Navas Carro, M.Sc.

**Asesor del proyecto**



Ing. Pablo Agüero Barrantes, M.Sc.

**Asesor del proyecto**

## **DERECHOS DE PROPIEDAD INTELECTUAL**

**Fecha:** 20 de Octubre 2016

**El suscrito, Willy Caravaca Tenorio**, cedula 1-1451-0239, estudiante de la carrera de Licenciatura en Ingeniería Civil de la Universidad de Costa Rica, con numero de carne **A91330**, manifiesta que es autor del Proyecto Final de Graduación **Estimación de la curva de deformación vertical de una viga simplemente apoyada ante la acción de cargas estáticas, mediante medidas de rotaciones con el uso de inclinómetros**, bajo la dirección del Licenciado en Ingeniería Civil, **Yi Cheng Liu Kuan**, quien en consecuencia tiene derechos compartidos sobre los resultados de esta investigación.

Asimismo, hago traspaso de los derechos de utilización del presente trabajo a la Universidad de Costa Rica, para fines académicos: docencia, investigación, acción social y divulgación.

**Nota:** De acuerdo con la Ley de derechos de Autor y Derechos Conexos N° 6683, Artículo 7 (versión actualizada el 02 de julio de 2001); "no podrá suprimirse el nombre del autor en las publicaciones o reproducciones, ni hacer en ellas interpolaciones, sin una conveniente distinción entre el texto original y las modificaciones o adiciones editoriales". Además, el autor conserva derecho moral sobre la obra, Artículo 13 de esta ley, por lo que es obligatorio citar la fuente de origen cuando se utilice información contenida en esta obra.

**DEDICATORIA**

*Dedico esta TFG a Dios ya que sin él nada de esto hubiese sido posible, a mi mamá, gracias por ser la amiga y compañera que me ha ayudado a crecer, gracias por estar siempre conmigo en todo momento. Gracias por la paciencia que has tenido para enseñarme, por el amor que me das, por tus cuidados, cariños y abrazos.*

*A mi abuelita, mi tita amada, gracias por estar siempre ahí, cuidándome, ayudándome en todo, gracias por enseñarme el camino de la vida, gracias por tus consejos, tus chineos y por todo el amor incondicional que me has dado.*

*A mi princesita, mi novia Carolina, quien me acompañó a lo largo de todo este proceso, que siempre estuvo conmigo y me ayudó en todas mis decisiones, gracias por ser mi amiga, mi confidente, mi todo, gracias por ser siempre el amor de mi vida.*

*A Bryan, quien me enseñó que ser hijo único, es solo un pretexto para encontrar un hermano en un amigo, gracias manillo por estar siempre en los momentos que te necesité, gracias por ser esa persona que sé, siempre estará ahí conmigo cuando lo necesite.*

*A Estebitan que saco tiempo de donde no había para poder ayudarme y por supuesto a Manguis que se unió a los debates (mientras no hubiese champions), por de cracks que me ayudaron cuando todo estaba oscuro.*

*A mis amigos Jose Luis (Chepillo), Jose Heriberto (Madri), Ronny (Don), Mario, Vane y Lil, quienes fueron un gran apoyo emocional durante el tiempo de mi carrera, ya que pasaron de ser solo compañeros, a ser amigos, casi hermanos.*

*A mis compañeros de trabajo que siempre me apoyaron para terminar, en especial a Ercilio que más que un asistente se convirtió en un amigo, un igual, al cual le debo horas que pude dedicar a terminar este trabajo y ser un verdadero profesional.*

*A mi equipo, Ingenieras FC, pasamos de ser solo DT – equipo, a ser una familia que siempre nos brindamos apoyo en los momentos más difíciles, chicas de corazón gracias, y #vamosporlacopa (#GabyPasela, #sosaSoyTuFan, #LevantesShir)*

*A mis profesores quienes nunca desistieron al enseñarme, aun sin importar que muchas veces no ponía atención en clase, a ellos que continuaron depositando su esperanza en mí. Gracias por inspirarme con sus clases, gracias por dejarme esas tareas que me obligaban a pasar noches en vela, porque aprendí que la ingeniería es lo más hermoso que puede existir, son tantos y tantos profes que en algún momento de mi carrera ayudaron o inspiraron este gran paso que es convertirme en ingeniero...*

*Agradezco especialmente a mi director Yi Cheng, ya que él siempre fue un amigo y consejero, fue ese profesor que me explicaba aunque tuviera que investigar primero. Gracias profe, esta TFG también es suya, usted es una gran inspiración en mi vida. A mis asesores, Alejandro Navas y Pablo Agüero, que tomaron el tiempo de leer esta TFG y apoyarme en este proceso que he vivido...*

## ÍNDICE

<b>1. Capítulo I. Introducción .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1. Problema específico .....</b>	<b>1</b>
<b>1.2. Importancia.....</b>	<b>4</b>
<b>1.3. Objetivos.....</b>	<b>7</b>
1.3.1. Objetivo general.....	7
1.3.2. Objetivos específicos.....	7
<b>1.4. Delimitación del problema .....</b>	<b>8</b>
1.4.1. Alcance.....	8
1.4.2. Limitaciones .....	9
<b>1.5. Metodología .....</b>	<b>11</b>
1.5.1. Recopilación bibliográfica .....	12
1.5.2. Diseño de experimento de laboratorio .....	13
1.5.3. Realización de análisis de deformaciones .....	15
1.5.4. Elaboración de informe técnico final .....	15
<b>2. Capítulo II. Marco teórico .....</b>	<b>16</b>
<b>2.1. Antecedentes .....</b>	<b>16</b>
<b>2.2. Teoría básica de deformaciones y deflexiones .....</b>	<b>25</b>
2.2.1. Deformación .....	25
2.2.2. Teoría de Flexión en vigas rectas .....	26
<b>2.3. Teoría básica de estadística y matemática .....</b>	<b>34</b>
2.3.1. Estadística básica .....	34
2.3.2. Mínimos cuadrados ordinarios .....	35
2.3.3. Pseudo Inversa .....	40
<b>2.4. Equipo electrónico .....</b>	<b>41</b>
2.4.1. Inclínómetros .....	41
2.4.2. Equipo de adquisición de datos .....	42
2.4.3. Sensor laser o extensómetro laser .....	43
2.4.4. Sensor lvdt .....	45
2.4.5. Deformímetros.....	47
2.4.6. Ruido electrónico .....	48

<b>3. Capítulo III. Diseño y configuración experimental en laboratorio e implementación del método .....</b>	<b>51</b>
<b>3.1. Escogencia de la viga y capacidad de carga .....</b>	<b>51</b>
3.1.1. Deflexión máxima permisible.....	51
3.1.2. Capacidad máxima por pandeo de pared en elementos de pared delgada .....	52
<b>3.2. Configuración de la prueba de carga .....</b>	<b>52</b>
3.2.1. Configuración del pistón y sistema de carga .....	52
3.2.2. Configuración del equipo laser, lvd y deformímetros.....	54
3.2.3. Configuraciones de los inclinómetros .....	54
<b>3.3. Código de programación y su desarrollo matemático .....</b>	<b>60</b>
3.3.1. Planteo matemático.....	60
3.3.2. Código de programación .....	62
<b>4. Capítulo IV. Análisis de Resultados.....</b>	<b>64</b>
<b>4.1. Resultados directos obtenidos de la prueba de carga en laboratorio .....</b>	<b>64</b>
<b>4.2. Análisis descriptivo de las medidas de posición estadísticas .....</b>	<b>80</b>
4.2.1. Estudio de la variabilidad (o de dispersión) de los datos por configuración .....	80
4.2.2. Análisis de la interacción Carga-Posición .....	86
4.2.3. Medias y variancia por configuración .....	87
<b>4.3. Estudio de la variabilidad explicada de la curva estimada .....</b>	<b>88</b>
4.3.1. Análisis de los datos obtenidos directamente del software.....	88
4.3.2. Análisis por intervalos de los datos obtenidos directamente del software .....	90
4.3.3. Normalización de los datos para eliminar efecto del factor carga .....	97
4.3.1. Análisis de los datos obtenidos directamente del software bajo la condición de normalización de los datos para eliminar efecto del factor carga.....	113
<b>4.4. Ejemplo de aplicación al puente sobre el río seco .....</b>	<b>116</b>
<b>5. Capítulo VII. Conclusiones y recomendaciones.....</b>	<b>128</b>
<b>6. Referencias bibliográficas.....</b>	<b>131</b>
<b>7. Anexos.....</b>	<b>137</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1-1. Puente en mal estado.....</i>	<i>1</i>
<i>Figura 1-2. Inspección visual de puentes.....</i>	<i>3</i>
<i>Figura 1-3. Puente sin mantenimiento en San Pedro Montes de Oca.....</i>	<i>4</i>
<i>Figura 1-4. Colapso del puente Bailey sobre el río Cataratas.....</i>	<i>6</i>
<i>Figura 1-5. Puente tipo cercha.....</i>	<i>9</i>
<i>Figura 1-6. Metodología propuesta para el desarrollo del proyecto.....</i>	<i>11</i>
<i>Figura 1-7. Ejemplo de fotografía de alta resolución con mala iluminación.....</i>	<i>14</i>
<i>Figura 1-8. Ampliación de la zona donde se "fusionan" la viga y el sistema de carga.....</i>	<i>14</i>
<i>Figura 2-1. Fotografía del puente Lutrive en suiza y su sección longitudinal.....</i>	<i>17</i>
<i>Figura 2-2. Subdivisión de secciones según inercia, en el puente Lutrive.....</i>	<i>18</i>
<i>Figura 2-3. Puentes gemelos Mentue en Suiza.....</i>	<i>19</i>
<i>Figura 2-4. Deflexión máxima y temperatura en el vano principal del puente por 3 días.....</i>	<i>19</i>
<i>Figura 2-5. Puente Taolaizhao en China.....</i>	<i>20</i>
<i>Figura 2-6. Resultados experimento Puente Taolaizhao en China.....</i>	<i>20</i>
<i>Figura 2-7. Resultados prueba de laboratorio Puente Taolaizhao en China.....</i>	<i>21</i>
<i>Figura 2-8. Ensayo de carga estática sobre el puente del río Drweca.....</i>	<i>22</i>
<i>Figura 2-9. Posicionamiento de los inclinómetros y los LVDT.....</i>	<i>22</i>
<i>Figura 2-10. Desplazamientos obtenidos por los distintos métodos utilizados.....</i>	<i>23</i>
<i>Figura 2-11. Puente sobre el río Dalian en China.....</i>	<i>24</i>
<i>Figura 2-12. Puente Leziria sobre la autopista A10 en Portugal.....</i>	<i>24</i>
<i>Figura 2-13. Diagrama esfuerzo-deformación.....</i>	<i>26</i>
<i>Figura 2-14. Ejemplo de Flexión.....</i>	<i>27</i>
<i>Figura 2-15. Comportamiento supuesto de una viga elástica en flexión.....</i>	<i>28</i>
<i>Figura 2-16. Viga simplemente apoyada.....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 2-17. Segmento de la viga en análisis.....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 2-18. Superficie neutra.....</i>	<i>31</i>
<i>Figura 2-19. Aproximación del plano de mínimos cuadrados para un vector en R3.....</i>	<i>36</i>
<i>Figura 2-20. Inclinómetro electrolítico de BDI.....</i>	<i>41</i>
<i>Figura 2-21. Equipo de adquisición de datos del LanammeUCR.....</i>	<i>43</i>
<i>Figura 2-22. Ejemplos de sensores laser.....</i>	<i>44</i>
<i>Figura 2-23. Ejemplo de sensor LVDT.....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 2-24. Medidas de sensor LVDT.....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 2-25. Ejemplo de deformimetro digital.....</i>	<i>47</i>

<i>Figura 2-26. Ejemplo ruido electrónico.....</i>	<i>49</i>
<i>Figura 3-1. Configuración de la prueba de carga en boceto.....</i>	<i>53</i>
<i>Figura 3-2. Configuración de la prueba de carga real .....</i>	<i>53</i>
<i>Figura 3-3. Configuración del equipo utilizado.....</i>	<i>54</i>
<i>Figura 3-4. Configuración 1 .....</i>	<i>54</i>
<i>Figura 3-5. Configuración 2 .....</i>	<i>55</i>
<i>Figura 3-6. Configuración 3 .....</i>	<i>55</i>
<i>Figura 3-7. Configuración 4 .....</i>	<i>55</i>
<i>Figura 3-8. Configuración 5 .....</i>	<i>56</i>
<i>Figura 3-9. Configuración 6 .....</i>	<i>56</i>
<i>Figura 3-10. Configuración 7 .....</i>	<i>56</i>
<i>Figura 3-11. Configuración 8 .....</i>	<i>57</i>
<i>Figura 3-12. Configuración 9 .....</i>	<i>57</i>
<i>Figura 3-13. Configuración 10 .....</i>	<i>57</i>
<i>Figura 3-14. Configuración 11 .....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 3-15. Configuración 12 .....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 3-16. Configuración 13 .....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 3-17. Configuración 14 .....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 3-18. Configuración 15 .....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 4-1. Curva de deformación configuración 1 carga 500 N .....</i>	<i>65</i>
<i>Figura 4-2. Curva de deformación configuración 2 carga 500 N .....</i>	<i>66</i>
<i>Figura 4-3. Curva de deformación configuración 3 carga 500 N .....</i>	<i>67</i>
<i>Figura 4-4. Curva de deformación configuración 4 carga 500 N .....</i>	<i>68</i>
<i>Figura 4-5. Curva de deformación configuración 5 carga 500 N .....</i>	<i>69</i>
<i>Figura 4-6. Curva de deformación configuración 6 carga 500 N .....</i>	<i>70</i>
<i>Figura 4-7. Curva de deformación configuración 7 carga 500 N .....</i>	<i>71</i>
<i>Figura 4-8. Curva de deformación configuración 8 carga 500 N .....</i>	<i>72</i>
<i>Figura 4-9. Curva de deformación configuración 9 carga 500 N .....</i>	<i>73</i>
<i>Figura 4-10. Curva de deformación configuración 10 carga 500 N .....</i>	<i>74</i>
<i>Figura 4-11. Curva de deformación configuración 11 carga 500 N .....</i>	<i>75</i>
<i>Figura 4-12. Curva de deformación configuración 12 carga 500 N .....</i>	<i>76</i>
<i>Figura 4-13. Curva de deformación configuración 13 carga 500 N .....</i>	<i>77</i>
<i>Figura 4-14. Curva de deformación configuración 14 carga 500 N .....</i>	<i>78</i>
<i>Figura 4-15. Curva de deformación configuración 15 carga 500 N .....</i>	<i>79</i>
<i>Figura 4-16. Datos estimados según posiciones con una carga de 100 N .....</i>	<i>81</i>



<i>Figura 4-17. Datos estimados según posiciones con una carga de 200 N</i> .....	81
<i>Figura 4-18. Datos estimados según posiciones con una carga de 300 N</i> .....	82
<i>Figura 4-19. Datos estimados según posiciones con una carga de 400 N</i> .....	82
<i>Figura 4-20. Datos estimados según posiciones con una carga de 500 N</i> .....	83
<i>Figura 4-21. Datos estimados según posiciones con una carga de 600 N</i> .....	83
<i>Figura 4-22. Datos estimados según posiciones con una carga de 700 N</i> .....	84
<i>Figura 4-23. Datos estimados según posiciones con una carga de 800 N</i> .....	84
<i>Figura 4-24. Datos estimados según posiciones con una carga de 900 N</i> .....	85
<i>Figura 4-25. Datos estimados según posiciones con una carga de 1000 N</i> .....	85
<i>Figura 4-26. Efecto de las cargas en las estimaciones (Cargas en N)</i> .....	86
<i>Figura 4-27. Curva de deformación configuración 1 carga 300 N</i> .....	90
<i>Figura 4-28. Curva de deformación configuración 4 carga 100 N</i> .....	92
<i>Figura 4-29. Curva de deformación configuración 12 carga 400 N</i> .....	94
<i>Figura 4-30. Curva de deformación configuración 1 carga 700 N</i> .....	96
<i>Figura 4-31. Curva de deformación configuración 14</i> .....	115
<i>Figura 4-32. Vista lateral y principal del puente sobre el río Seco</i> .....	116
<i>Figura 4-33. Ubicación del puente en la hoja cartográfica Chapernal 1:50000</i> .....	116
<i>Figura 4-34. Manejo del tránsito vehicular durante la prueba</i> .....	118
<i>Figura 4-35. Colocación del equipo</i> .....	119
<i>Figura 4-36. Pesaje de los camiones</i> .....	120
<i>Figura 4-37. Ejemplo de espectro de datos de rotación correspondientes al Inclinómetro BDI T2084</i> .....	122
<i>Figura 4-38. Curva de deflexión estimada del puente sobre el río Seco, Etapa1-Flexión1-Objetivo1</i> .....	124
<i>Figura 4-39. Curva de deflexión estimada del puente sobre el río Seco, Etapa1-Torsión1-Objetivo1</i> .....	124
<i>Figura 4-40. Curva de deflexión estimada del puente sobre el río Seco, Etapa1-Torsión2-Objetivo1</i> .....	125
<i>Figura 4-41. Curva de deflexión estimada del puente sobre el río Seco, Etapa2-Flexión2-Objetivo2</i> .....	125
<i>Figura 4-42. Curva de deflexión estimada del puente sobre el río Seco, Etapa2-Torsión3-Objetivo2</i> .....	126
<i>Figura 4-43. Curva de deflexión estimada del puente sobre el río Seco, Etapa2-Torsión4-Objetivo2</i> .....	126

## ÍNDICE DE CUADROS

<i>Cuadro 2-1. Tabla básica de deflexiones .....</i>	<i>34</i>
<i>Cuadro 2-2. Datos técnicos del inclinómetro .....</i>	<i>42</i>
<i>Cuadro 2-3. Especificaciones del extensómetro láser de la marca Micro Epsilon .....</i>	<i>44</i>
<i>Cuadro 2-4. Especificaciones del extensómetro LVDT .....</i>	<i>46</i>
<i>Cuadro 4-1. Posiciones de análisis equipo de medición directa .....</i>	<i>64</i>
<i>Cuadro 4-2. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 1.....</i>	<i>65</i>
<i>Cuadro 4-3. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 2.....</i>	<i>66</i>
<i>Cuadro 4-4. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 3.....</i>	<i>67</i>
<i>Cuadro 4-5. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 4.....</i>	<i>68</i>
<i>Cuadro 4-6. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 5.....</i>	<i>69</i>
<i>Cuadro 4-7. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 6.....</i>	<i>70</i>
<i>Cuadro 4-8. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 7.....</i>	<i>71</i>
<i>Cuadro 4-9. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 8.....</i>	<i>72</i>
<i>Cuadro 4-10. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 9.....</i>	<i>73</i>
<i>Cuadro 4-11. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 10.....</i>	<i>74</i>
<i>Cuadro 4-12. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 11.....</i>	<i>75</i>
<i>Cuadro 4-13. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 12.....</i>	<i>76</i>
<i>Cuadro 4-14. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 13.....</i>	<i>77</i>
<i>Cuadro 4-15. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 14.....</i>	<i>78</i>
<i>Cuadro 4-16. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 15.....</i>	<i>79</i>
<i>Cuadro 4-17. Medias y variancias por configuración .....</i>	<i>87</i>
<i>Cuadro 4-18. Porcentaje explicado de la variabilidad total de la curva de cada configuración con los datos sin normalizar .....</i>	<i>89</i>
<i>Cuadro 4-19. Porcentajes de error de la configuración 1 .....</i>	<i>89</i>
<i>Cuadro 4-20. Porcentaje de la carga de cedencia que representa cada intervalo tomado.....</i>	<i>90</i>
<i>Cuadro 4-21. Porcentaje explicado de la variabilidad total de la curva real de cada configuración con cargas bajas de 100 a 300 N .....</i>	<i>91</i>
<i>Cuadro 4-22. Porcentajes de error de la configuración 4 intervalo de cargas bajas .....</i>	<i>92</i>
<i>Cuadro 4-23. Porcentaje explicado de la variabilidad total de la curva de cada configuración con cargas medias de 400 a 600 N.....</i>	<i>93</i>
<i>Cuadro 4-24. Porcentajes de error de la configuración 12 intervalo de cargas medias .....</i>	<i>94</i>

<i>Cuadro 4-25. Porcentaje explicado de la variabilidad total de la curva de cada configuración con cargas altas de 700 a 1000 N.....</i>	<i>95</i>
<i>Cuadro 4-26. Porcentajes de error de la configuración 1 intervalo de cargas altas.....</i>	<i>95</i>
<i>Cuadro 4-27. Porcentajes de error de las distintas configuraciones por intervalos de cargas.....</i>	<i>96</i>
<i>Cuadro 4-28. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 1 normalizados.....</i>	<i>98</i>
<i>Cuadro 4-29. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 2 normalizados.....</i>	<i>99</i>
<i>Cuadro 4-30. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 3 normalizados.....</i>	<i>100</i>
<i>Cuadro 4-31. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 4 normalizados.....</i>	<i>101</i>
<i>Cuadro 4-32. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 5 normalizados.....</i>	<i>102</i>
<i>Cuadro 4-33. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 6 normalizados.....</i>	<i>103</i>
<i>Cuadro 4-34. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 7 normalizados.....</i>	<i>104</i>
<i>Cuadro 4-35. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 8 normalizados.....</i>	<i>105</i>
<i>Cuadro 4-36. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 9 normalizados.....</i>	<i>106</i>
<i>Cuadro 4-37. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 10 normalizados.....</i>	<i>107</i>
<i>Cuadro 4-38. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 11 normalizados.....</i>	<i>108</i>
<i>Cuadro 4-39. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 12 normalizados.....</i>	<i>109</i>
<i>Cuadro 4-40. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 13 normalizados.....</i>	<i>110</i>
<i>Cuadro 4-41. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 14 normalizados.....</i>	<i>111</i>
<i>Cuadro 4-42. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 15 normalizados.....</i>	<i>112</i>

<i>Cuadro 4-43. Porcentaje explicado de la variabilidad total de la curva real de cada configuración con los datos normalizados .....</i>	<i>113</i>
<i>Cuadro 4-44. Datos promediados reales y aproximados para cada configuración .....</i>	<i>114</i>
<i>Cuadro 4-45. Porcentajes de error promedio de cada configuración .....</i>	<i>114</i>
<i>Cuadro 4-46. Porcentajes de error promedio de cada configuración .....</i>	<i>115</i>
<i>Cuadro 4-47. Características básicas del puente .....</i>	<i>117</i>
<i>Cuadro 4-48. Peso del camión #1. ....</i>	<i>119</i>
<i>Cuadro 4-49. Peso del camión #2. ....</i>	<i>120</i>
<i>Cuadro 4-50. Configuraciones de carga de la prueba de carga estática, el punto rojo representa el objetivo para medir los desplazamientos verticales.....</i>	<i>121</i>
<i>Cuadro 4-51. Medida máxima de deformación en el punto analizado, dato tomado por método de procesamiento de imágenes digitales .....</i>	<i>121</i>
<i>Cuadro 4-52. Medida de rotaciones para cada etapa y punto analizado .....</i>	<i>123</i>
<i>Cuadro 4-53. Medida máxima de deformación en el punto analizado, dato tomado por método inclinómetros .....</i>	<i>123</i>

Caravaca Tenorio, Willy Gerardo.

Estimación de deformaciones verticales de puentes simplemente apoyados ante la acción de cargas estáticas, mediante medidas de rotaciones con el uso de inclinómetros.

Trabajo de Graduación - Ingeniería Civil - San José. C.R.

W. Caravaca T., 2016

xii, 137, [85]h; ils. Col. – 53 refs

## **RESUMEN EJECUTIVO**

El presente trabajo busca la validación de un método de estimación de la curva de deformación vertical de una viga basándose en medidas de rotaciones tomadas por inclinómetros electrónicos adquiridos por el Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales.

Mediante pruebas de carga estáticas realizadas en laboratorio sobre una viga simplemente apoyada, se obtienen datos de rotación por medio de inclinómetros los cuales son analizados por medio de un código programado con mínimos cuadrados en el software MATLAB, transformando estas rotaciones en medidas de deformación vertical. Lo descrito anteriormente permite la obtención de la curva de deflexión de la viga, el cual es el producto final de este Trabajo Final de Graduación.

El trabajo realizado permite la obtención de la mejor configuración de colocación de los inclinómetros a lo largo del eje x de la viga analizada, comparando la variabilidad de los datos con análisis estadísticos. Además se realizó el análisis de un ejemplo de aplicación en un puente real sobre el río Seco. W.G.C.T.

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA; ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL; LANAMMEUCR; INCLINÓMETROS; PUENTES SIMPLEMENTE APOYADOS; DEFORMACIONES; DETERIORO EN PUENTES

Ing. Yi Cheng Liu

Escuela de Ingeniería Civil

## 1. CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN

---

### 1.1. PROBLEMA ESPECÍFICO

Los puentes son estructuras que permiten superar obstáculos geográficos, o que permiten direccionar flujo, ya sea peatonal o vehicular, de manera eficiente en más de una dirección en un mismo punto; son de suma importancia pues permiten que el ser humano y las mercancías se puedan transportar de una manera más eficaz, haciendo que la economía del país se beneficie.

En todo país del mundo es frecuente encontrar accidentes geográficos donde sea necesario la utilización de un puente. En Costa Rica los puentes en carreteras son de vital importancia, pues normalmente no existen rutas alternas hacia un destino específico, lo que implica que la falla de una de estas estructuras llevaría al país a un colapso nacional, por ejemplo en la ruta 32, después del cruce con ruta 10, sobre el río Siquirres, donde no existe actualmente otra forma de comunicación entre puerto Limón y la Gran Área Metropolitana (GAM).

Actualmente son tantos los puentes que sufren de un deterioro apreciable a simple vista, que en 2012, el ministro de transportes del gobierno Chinchilla, Pedro Castro, en un reportaje del diario La Nación, llamó al problema del deterioro de los puentes "epidemia nacional".



**Figura 1-1. Puente en mal estado**  
Fuente: Castillo, R.; 2011

Toda estructura falla con el paso del tiempo, se ve deteriorada debido a las condiciones externas que le rodean y los puentes no son una excepción, sabemos gracias a los medios de comunicación nacionales que gran cantidad de puentes sufren de fallas, el caso más famoso de los últimos años, el puente sobre el río Virilla en ruta No.1, conocido popularmente como “el puente de la platina” que hasta el día de hoy no ha tenido una solución exitosa.

Las fallas generadas en estos puentes no son casos fortuitos o problemas aislados sino el resultado de contar con una infraestructura de puentes y alcantarillas que no han recibido un mantenimiento periódico por bastante tiempo.

Además, muchos de estos puentes han excedido su vida útil y fueron construidos con especificaciones de diseño que eran vigentes en su momento, pero que actualmente son obsoletas. Es un hecho que muchos de estos puentes deben ser rehabilitados para cumplir, hasta donde sea posible, con los requerimientos vigentes en la actualidad para diseño de puentes.

En enero de 2014 el ingeniero Rolando Castillo, coordinador de la Unidad de Puentes del Programa de Infraestructura del Transporte (Pitra) del Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales de la Universidad de Costa Rica (LanammeUCR) en ese entonces, dijo al diario La República que: “En Costa Rica la mayoría de los puentes fueron construidos con una vida útil de 50 años y algunos de los más importantes en rutas nacionales ya superaron ese periodo. En realidad la situación de algunos puentes es grave y necesitan mejoras”.

En los últimos años instituciones como la JICA, el TEC y la misma Universidad de Costa Rica por medio del LanammeUCR, se han encargado de realizar inspecciones a más de 300 puentes. Sin embargo, las mismas deben ser complementadas con otras metodologías de evaluación que permitan cuantificar el daño y estimar la capacidad remanente de la estructura ante la carga vehicular.

Actualmente las inspecciones de puentes se realizan siguiendo el Manual de Inspección de Puentes del Ministerio de Obras Públicas y Transportes (MOPT), las cuales se dividen en:

- Inspección de inventario: crear un archivo o expediente del puente.
- Inspección rutinaria o visual: conocer y evaluar el grado de deterioro.



**Figura 1-2. Inspección visual de puentes**  
**Fuente: LanammeUCR.; 2013**

Además de la inspección visual, es recomendable utilizar equipo electrónico que permita el registro de señales que permitan su estudio mediante un ordenador, la instrumentación dependerán de la finalidad de la prueba de carga realizada, la duración de los registros deberá ser la suficiente para que reflejen, sin interrupción las condiciones iniciales, el desarrollo de la prueba y la zona de amortiguamiento final.

El método propuesto en este TFG con el uso de inclinómetros permitiría poseer la memoria histórica que generaría una proyección y atender así a tiempo las posibles fallas que se llegasen a presentar en la superestructura.



## 1.2. IMPORTANCIA

El transporte predominante de Costa Rica es de tipo terrestre, teniendo una red vial de 35.000 km en longitud total (Agencia de cooperación internacional del Japón, 2007), es de suma importancia la mejora de la esta red, con el fin de mejorar el desarrollo del país.

La mayoría de los puentes del país según estudios de la Agencia de cooperación internacional del Japón (JICA por sus siglas en inglés), posee severos daños estructurales causados por diversos agentes externos, tales como sismos, aumento del cauce de los ríos, incendios o aumento del volumen del tráfico, sumado a lo anterior, también influye un pésimo (o nulo) mantenimiento en este tipo de estructuras.



**Figura 1-3. Puente sin mantenimiento en San Pedro Montes de Oca**  
Fuente: LanammeUCR, 2011

Diagnosticar si un puente tiene o no problemas estructurales, o si corre peligro de sufrir algún deterioro importante (incluido el colapso), es difícil de determinar con los métodos utilizados actualmente, ya que en el país la práctica habitual es realizar evaluaciones visuales, que no permiten cuantificar el daño y estimar la capacidad de carga real remanente de la estructura, como se mencionó anteriormente.

Una forma de obtener datos cuantificables y precisos es teniendo las deformaciones reales de la estructura en análisis, sin embargo actualmente los métodos convencionales para obtener deflexiones verticales mediante pruebas de carga (LVDT), son difíciles de utilizar.

La medida de deformación vertical es importante para realizar una prueba de carga estática, pues según La Asociación Americana de Oficiales de Carreteras Estatales y Transportes o por sus siglas en inglés AASHTO, de American Association of State Highway and Transportation Officials, la flecha que se deflece será criterio de aceptación o no de la prueba de carga.

*Según las recomendaciones, en puentes pretensados la flecha no deberá superar un 10% la flecha prevista en proyecto, en mixtos un 15% y en metálicos 20% (AASHTO, 2011)*

La importancia de obtener la curva de deflexión de una estructura (ya se puente o viga) pues, sí sirve para cuantificar daños, pero se busca principalmente estimar la capacidad de carga de la estructura, la capacidad de carga de un puente se basa en las condiciones estructurales, propiedades de los materiales, cargas, condiciones del tráfico y el sitio; existentes en el momento. Se debe calcular cada vez que se produzcan cambios en algunas de las condiciones siempre verificando que se cumpla la normativa.

*Miembros que tienen luces simples o continuas, preferentemente serán diseñados para que la deflexión debida a la carga viva más el impacto no exceda  $L/800$  de la luz (AASHTO, 2011)*

Esta forma alterna de análisis propuesta se realiza mediante mediciones de inclinómetros colocados en puntos estratégicos del puente, las medidas recibidas por los sensores son analizadas matemáticamente para obtener la curva de deflexión del puente y poder estimar su capacidad de carga a través de un modelo analítico estructural del puente.

Una vez que este método sea validado, permitirá realizar una evaluación más eficiente y rápida de los puentes, que será aplicable a estructuras existentes y a puentes recién construidos generando así una memoria histórica desde el estado inicial, teniendo una herramienta muy útil para ver el progreso del deterioro en cada superestructura analizada.

Todo lo anterior será posible dado que los puentes de este país son, en su mayoría, vigas simplemente apoyadas o compuestas por vigas simplemente apoyadas. Por lo que propone este trabajo es empezar a estudiar la validez del método de estimación de la curva de deformación vertical de una viga, a partir de mediciones puntuales de rotación en algunos puntos de la misma, bajo condiciones controladas de laboratorio. Para que en un futuro pueda conducir, de igual forma, pruebas en campo de puentes de escala real.

Teniendo así los datos necesarios para la pronta intervención de las estructuras, sin esperar a que sea demasiado tarde y ocurra algún accidente que obligue a la colocación "temporal"<sup>1</sup> de los famosos puentes Bailey.



**Figura 1-4. Colapso del puente Bailey sobre el río Cataratas**  
**Fuente: Diario La Nación, 20 nov 2015**

---

<sup>1</sup> "temporal", debido a que la colocación de los puentes Bailey debería ser solo una solución temporal, sin embargo en el país se dejan como solución final.

### **1.3. OBJETIVOS**

#### **1.3.1. OBJETIVO GENERAL**

Validar el método de estimación de la curva de deformación vertical de una viga, mediante pruebas de carga estática conducidas en laboratorio, basándose en medidas de rotaciones tomadas por inclinómetros.

#### **1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- i. Revisión bibliográfica sobre inclinómetros, teoría de deformaciones, y otros temas que puedan ser de relevancia para obtener el grado de conocimiento necesario para la realización de este trabajo final de graduación.
- ii. Diseñar un experimento o ensayo de laboratorio, que sirva de base para la validación del método.
- iii. Hallar la configuración óptima de inclinómetros para obtener la mejor estimación de la deformación vertical de vigas simplemente apoyadas.
- iv. Validar método en laboratorio por medio del uso de inclinómetros a vigas simplemente apoyadas disponibles en el LanammeUCR, obteniendo así el grado de precisión del método. Verificándolo con instrumentación adicional
- v. Aplicar la metodología a un puente real construido en el país, para verificar la efectividad de su aplicación en puentes a escala real.

## **1.4. DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA**

### **1.4.1. ALCANCE**

El presente trabajo final de graduación, considera la aplicación o validación de métodos de implementación para utilizar inclinómetros como herramientas para el diagnóstico de estructuras de puentes, partiendo del estudio de una viga simplemente apoyada, y basándose en la estimación de la curva de deformación vertical, la cual se llevará a cabo mediante la utilización de los sensores tipo inclinómetro adquiridos por LanammeUCR.

El método que se describe a lo largo de este TFG, busca revisar trabajos similares (que usen inclinómetros) realizados en otras partes del orbe, siendo la primera vez que se realiza un trabajo con este tipo de equipo (inclinómetros) en el país.

Se realiza una comparación y evaluación la estimación de deformación contra mediciones directas de la misma con equipos como LVDT, extensómetro láser, etc.

El trabajo de laboratorio será realizado a una viga de acero simplemente apoyada (por lo que no se contemplarán propiedades de vigas de concreto como fisuramiento), suministrándoles cargas estáticas únicamente, con el fin de definir los puntos en los que se deben colocar los sensores.

Un factor a considerar es la cantidad de sensores con los que se cuenta, esto debido al alto costo de adquisición que presenta cada uno de estos aparatos (\$950 US cada uno). Para la realización de este trabajo se hará uso de 6 sensores.

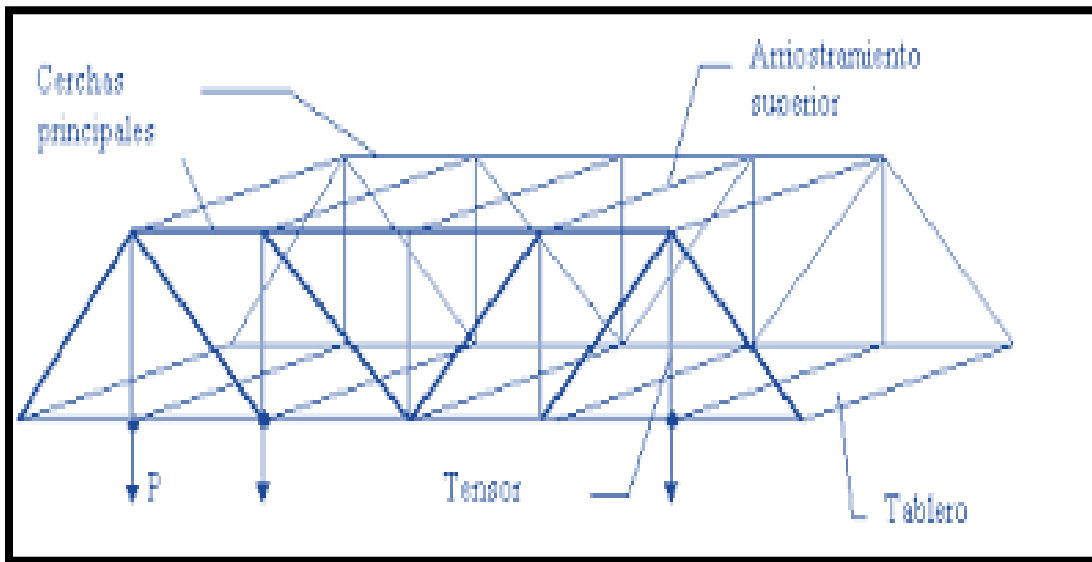
Para dichos puntos se realizará un proceso iterativo de varias configuraciones, las cuales serán analizadas estadísticamente con el fin de lograr la mejor estimación de la curva de deflexión.

Se debe estimar en forma precisa el grado de precisión del método, con el fin de que sea posible aplicar el método a escala real.

Finalmente se aplicará el método en estudio utilizando datos de rotación obtenidos en una prueba de carga estática realizada en el puente sobre río Seco, con el fin de verificar la cercanía del método a un puente real.

### 1.4.2. LIMITACIONES

Queda fuera de este trabajo final de graduación, el análisis de datos sobre un puente tipo viga simplemente apoyado, los datos de la prueba de carga realizada en el puente sobre río Seco fueron adoptados como una aplicación de esta TFG porque es el único juego de datos que se dispone, sin embargo se debe destacar que este puente es tipo cercha.



**Figura 1-5. Puente tipo cercha**  
Fuente: Husain, 2015

El estudio realizado en este TFG no es aplicable a todo tipo de puente, pues el tubo estructural de acero empleado en las pruebas de laboratorio, se trabajó en el rango elástico sin exceder el límite de cedencia del material, la configuración óptima determinada sólo puede servir para puentes donde su acción ante las cargas es lineal-elástico.

En caso de vigas de concreto con fisuramiento (comportamiento no lineal, rango inelástico) se necesitaría de más estudios, pues la teoría de la deflexión que se basa en una relación lineal de deformación podría resultar inapropiado o impreciso en la predicción.

Las pruebas de carga de laboratorio, se realizan sobre una viga metálica, por estar sujeto a materiales disponibles en laboratorio, el error asociado a este experimento en una viga o puente de concreto debe ser analizado debido a la pérdida de rigidez que el concreto sufre a lo largo del tiempo, esto debido al microfisuramiento que sufre por las cargas que soporta.

Otra gran limitante, es el tipo de sensor adquirido por el LanammeUCR, pues los inclinómetros con los que se cuenta, son del tipo electrolítico, esto implica que solo puede registrar un dato por segundo, limitando las mediciones a estáticas únicamente.

Ya que se utilizará un método estático, la velocidad de adquisición de datos del sensor disponible de 1 dato por segundo es suficiente para obtener buenos resultados.

Otra limitante, es que, al ser un equipo electrónico contiene presencia de ruido, que son interferencias eléctricas en las señales recibidas, se debe verificar que el ruido que se presente en las mediciones sea irrelevante, utilizando los niveles electrónicos calibrados por el LanammeUCR.

La principal limitante, se presenta cuando se recurre a la validación en campo ya que esta depende de las condiciones que se encuentran, las cuales son difíciles de controlar.

Sólo se cuenta con un pistón de carga por lo que no hay control sobre las cargas aplicadas en cada uno de los tres puntos de contacto con la viga (ver sección 3.2.1 Configuración del pistón y sistema de carga), además la curva de deflexión vertical de una viga ante cargas puntuales no es una función continua (como se muestra en marco teórico), sin embargo, por necesidades prácticas una función polinomial continua a lo largo de la viga es adoptada para facilitar la estimación de la curva de deflexión.

## 1.5. METODOLOGÍA

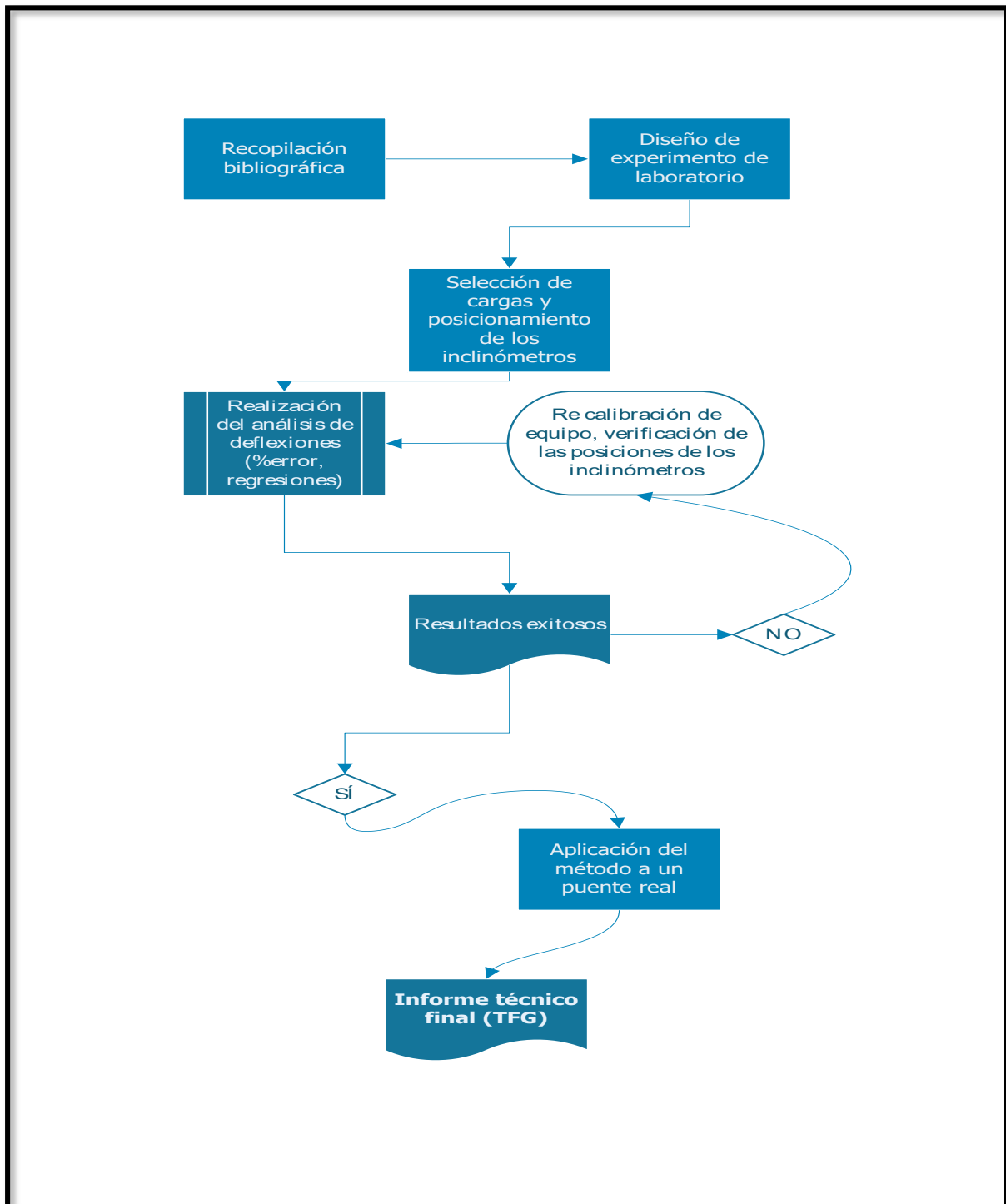


Figura 1-6. Metodología propuesta para el desarrollo del proyecto



### **1.5.1. RECOPIACIÓN BIBLIOGRÁFICA**

Como es usual en el desarrollo de trabajos finales de graduación, se debe comenzar con un proceso de estudio y preparación en cuanto al marco conceptual y metodológico del tema, de acuerdo con las fuentes de información con las que se disponga. Esta etapa inicial corresponde a la fase teórica del proyecto en la que se investiga acerca de los aspectos que se deben considerar al momento de diseñar la metodología de la investigación.

De esta manera, es fundamental la etapa de consulta bibliográfica para el planteamiento del problema específico y la forma en que se desea resolverlo en el trabajo. Todos los resultados relevantes de esta búsqueda deben quedar plasmados en el capítulo correspondiente al marco teórico.

Para la realización del marco teórico se debió contar con diferentes recursos para explorar el tema de las deformaciones verticales, así como el uso de equipo de laboratorio, se buscaron diferentes artículos técnicos que trataran el tema de la estimación de deformaciones verticales de puentes simplemente apoyados ante la acción de cargas estáticas, mediante medidas de rotaciones con el uso de inclinómetros, esto con el fin de tener clara la experiencia que otras personas alrededor del mundo han realizado.

Se utilizaron además artículos técnicos publicados a nivel internacional y proyectos finales de graduación relacionados principalmente con destacados conceptos teóricos en materia de deformaciones y deflexiones, así como cartillas técnicas de diferentes proveedores de los instrumentos utilizados (entiéndase inclinómetros, laser, lvdt, etc.)

Se incluyó en este trabajo final de graduación, información del LanammeUCR, institución encargada de regular y verificar el estado de los puentes en el país.

Dichas consultas pueden ser revisadas en la sección de referencias bibliográficas de este trabajo final de graduación, con el fin de que el lector pueda expandir su conocimiento en este campo.

### **1.5.2. DISEÑO DE EXPERIMENTO DE LABORATORIO**

Posterior a la fase teórica, viene el periodo de aplicación práctica de la literatura para obtención de resultados, para esto se desarrolla un experimento en laboratorio que permita evaluar el método propuesto.

El primer punto que debía tratarse era la elección de la viga que se utilizaría para realizar las diferentes pruebas de carga, dicha viga debía cumplir con diferentes criterios, este proceso debía ser iterativo hasta que la viga seleccionada cumpliera con todos los puntos analizados de manera satisfactoria (en otras palabras tener un factor de seguridad que asegure la integridad de la viga)

Lo anterior era fundamental para realizar la compra de la viga que se utilizaría para realizar las pruebas de carga, dado que el presupuesto del LanammeUCR era limitado para la compra de una sola viga.

El LanammeUCR poseía una viga que cumplía sobradamente con todos los requisitos mencionados anteriormente, y fue donada para realizar las pruebas de carga de este TFG.

Se eligió una carga conocida, colocada por medio de pistones, esta carga permitirá que la viga se presente diversas deflexiones, por medio de los inclinómetros se pueden medir estas deflexiones e ir construyendo la curva de deflexiones. Es ideal comparar el método con mediciones de LVDT (linear variable displacement transducer), los transductores necesarios para esto fueron provistos por el LanammeUCR.

Como se mencionó en el marco teórico, se utilizaron además del equipo LVDT, sensores laser y deformímetros, con el fin de tener más puntos para crear una curva "real" con la cual comparar la experimental.

Se trató de realizar la curva "real" por medio de fotografía de alta resolución, la cual se analiza por medio de un software desarrollado en MATLAB, sin embargo esto no fue posible debido a la mala iluminación del laboratorio, que producía que visualmente se "fusionaran" la viga con las columnas del equipo de carga.



**Figura 1-7. Ejemplo de fotografía de alta resolución con mala iluminación**



**Figura 1-8. Ampliación de la zona donde se "fusionan" la viga y el sistema de carga**

La colocación de los 6 inclinómetros disponibles es fundamental para poder tener un grado de precisión aceptable, por lo que elegir las colocaciones de estos, se debe buscar un posicionamiento que entregue la curva de deflexión estimada más cercana a la curva de deflexión real medida, por lo que se deben realizar diferentes combinaciones geométricas de los mismos, como se podrá percatar el lector, existe gran cantidad de combinaciones, pero si se toma en cuenta que colocar un inclinómetro a 25cm o 30cm de un punto arbitrario, es prácticamente los mismo, se decidió usar 15 diferentes combinaciones, buscando entre

estas la que presente mas similitud con la obtenida por el método de los LVDT+Laser+Deformímetros.

### **1.5.3. REALIZACIÓN DE ANÁLISIS DE DEFORMACIONES**

Las curvas de deformación del método se deben realizar por medio de una análisis polinomial, para esto se hará uso del software MATLAB, del cual se cuenta con licencia en el Laboratorio de Informática de Ingeniería Civil.

Se realizó un código de programación, utilizando Regresiones lineales minimizando el error con mínimos cuadrados. Siendo el método que presenta un menor error, por lo cual, la opción elegida para el desarrollo del experimento y obtención de resultados de este trabajo final de graduación, el código de programación podrá ser analizado en la sección de resultados.

### **1.5.4. ELABORACIÓN DE INFORME TÉCNICO FINAL**

Se redactó este informe de trabajo final de graduación, con la inclusión de los resultados obtenidos y su respectivo análisis, así como las conclusiones y recomendaciones, de manera que el TFG sirva como guía de aplicación del método para cualquier persona que lo desee desarrollar; además, este informe será entregado al LanammeUCR para una eventual aplicación en la evaluación de puentes.

## **2. CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO**

---

### **2.1. ANTECEDENTES**

La estimación de deformaciones verticales reales en puentes mediante medidas de rotaciones con el uso de inclinómetros es un método que no se ha implementado en Costa Rica.

Sin embargo, se han realizado algunos trabajos de instrumentación, por ejemplo la agencia de cooperación japonesa (Japan International Cooperation Agency) JICA por sus siglas en inglés, presentó un informe en el año 2007, desarrollado en 29 puentes nacionales, sin embargo este es un sistema de prueba de carga convencional utilizando transformadores diferenciales de variación lineal (Linear variable differential transformer) o LVDT por sus siglas en inglés para medir los desplazamientos lineales, este método no fue utilizado en todos los puentes, donde predominó una inspección visual basada en la guía del MOPT.

Más recientemente el 29 de abril del año 2015, el LanammeUCR, publicó un artículo del primer monitoreo de puentes utilizando un sistema de acelerómetros a nivel nacional, el artículo, titulado Monitoreo estructural de la superestructura No.2 del puente sobre el río Virilla, explica la instrumentación realizada al puente sobre ruta 32, sin embargo el equipo utilizado, mide vibraciones y no deformaciones, siendo un análisis dinámico, mientras que el método propuesto en este documento es una alternativa para la evaluación de puentes mediante la medición de sus rotaciones ante la acción de cargas estáticas.

El LanammeUCR presentó en abril 2016 un inventario de puentes donde se conocen los puentes existentes en la Red Vial Nacional (RVN), según el ingeniero Roy Acuña del Lanamme "La cantidad de estructuras inventariadas es de 1395, pero cabe resaltar que se excluyeron las de tipo alcantarilla debido a que tienen un tratamiento distinto al de los puentes; se incluyeron algunos pasos de ferrocarril y pasos a desnivel porque aunque algunos no pertenecen a alguna ruta nacional, en caso de colapso sí afectarían las rutas pues pasan sobre estas"

Como se puede observar en los párrafos anteriores, no existe ningún antecedente en el país de la utilización de inclinómetros para evaluar la capacidad de carga, el trabajo a realizar es novedoso en el ámbito nacional que serviría para el análisis de los 1395 puentes de la RVN.

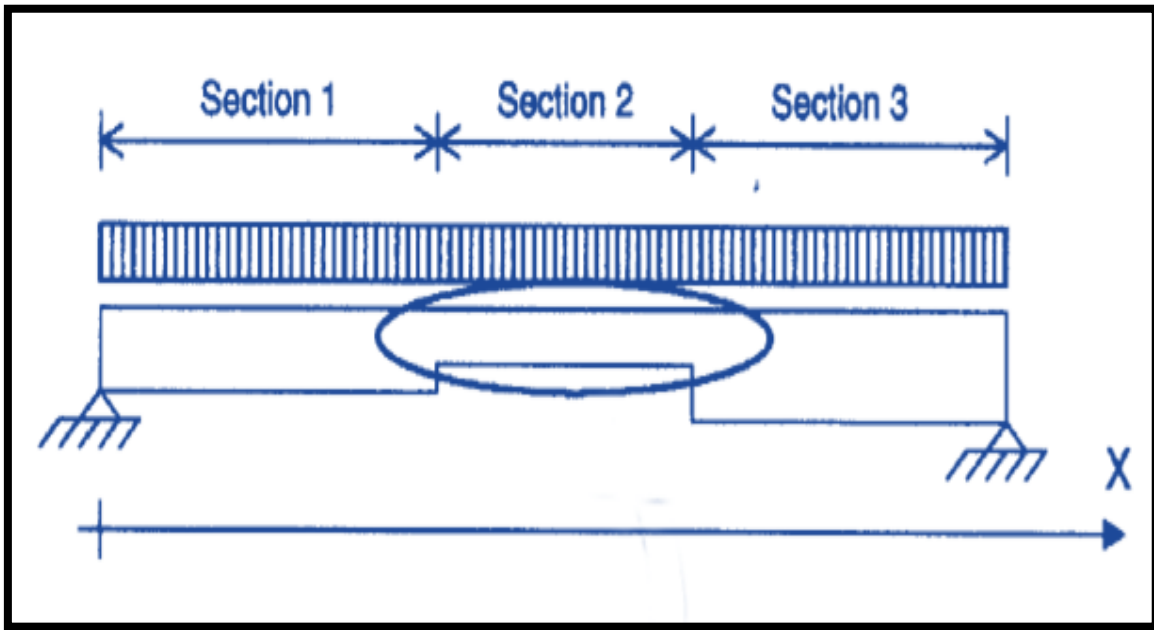
Sin embargo en otros países, el uso de inclinómetros ya ha sido implementado, en países como Suiza, China, Polonia, Portugal, entre otros; se describen a continuación algunos de los estudios destacados, que sirven como antecedente a este proyecto.

En el año 1998, Samuel Vurpillot, Gaston Krueger publicaron un artículo en el Journal del ACI, acerca de deflexiones verticales en concreto pretensado obtenidas mediante inclinómetros, este documento; detalla la aplicación de un método con inclinómetros a los puentes gemelos de Lutrive en Suiza. Se describe la metodología utilizada y el análisis de los registros de señales de los inclinómetros.



**Figura 2-1. Fotografía del puente Lutrive en suiza y su sección longitudinal**  
**Fuente: Vurpillot, Krueger, Benouaich, Clément, & Inaidi, 1998**

Dentro de los principales aportes de este documento destaca el hecho de que los autores determinan que se debe usar un mínimo de 3 inclinómetros para tener resultados favorables, además de que en caso de que la viga (puente) sea muy larga, se debe subdividir en secciones con inercias similares (ver Figura 2-2).



**Figura 2-2. Subdivisión de secciones según inercia, en el puente Lutrive**  
Fuente: Vurpillot, Krueger, Benouaich, Clément, & Inaidi, 1998

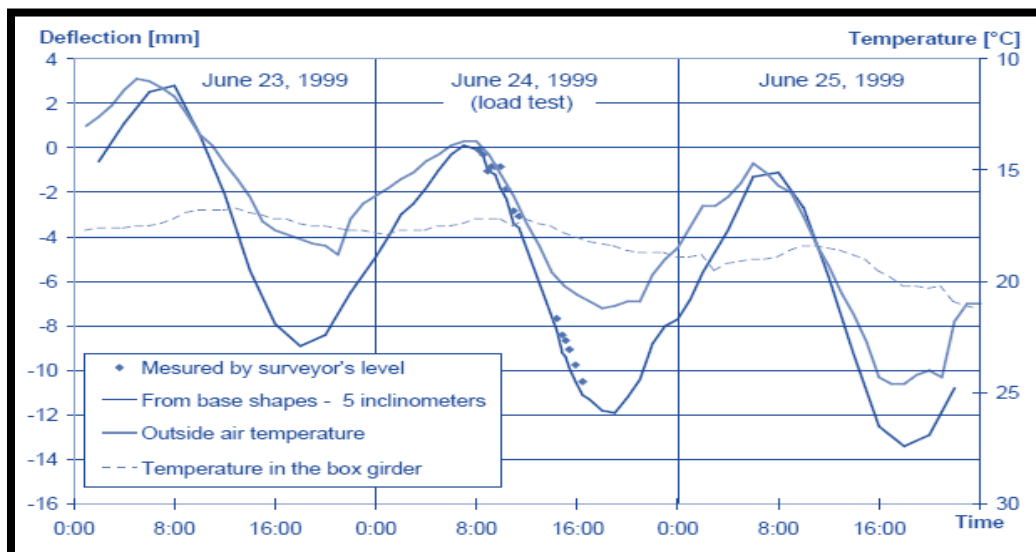
Para este caso en particular del puente de Lutrive, se analizaron deflexiones por cambio de temperatura durante 24 horas, obteniéndose resultados con errores menores al 8%, respecto al método LVDT aplicado para verificar la deflexión.

El investigador en ingeniería del concreto, Oliver Burdet, en el año 2000, publicó un artículo en el dieciseisavo congreso de IABSE, en Lucerna Suiza. En este informe técnico describe la metodología empleada al utilizar inclinómetros así como un ejemplo de aplicación, desarrollado a los puentes gemelos de Mentue en Suiza.



**Figura 2-3. Puentes gemelos Mentue en Suiza**  
Fuente: Burdet&Zanella, 2000

Dentro de los resultados de este experimento en campo, destaca el hecho de que al momento de redacción del artículo en el año 2000, el sistema llevaba dos años en operación, por lo que, el sistema utilizado, es el primero a nivel mundial en poder generar una memoria histórica a largo plazo (ver Figura 2-4).



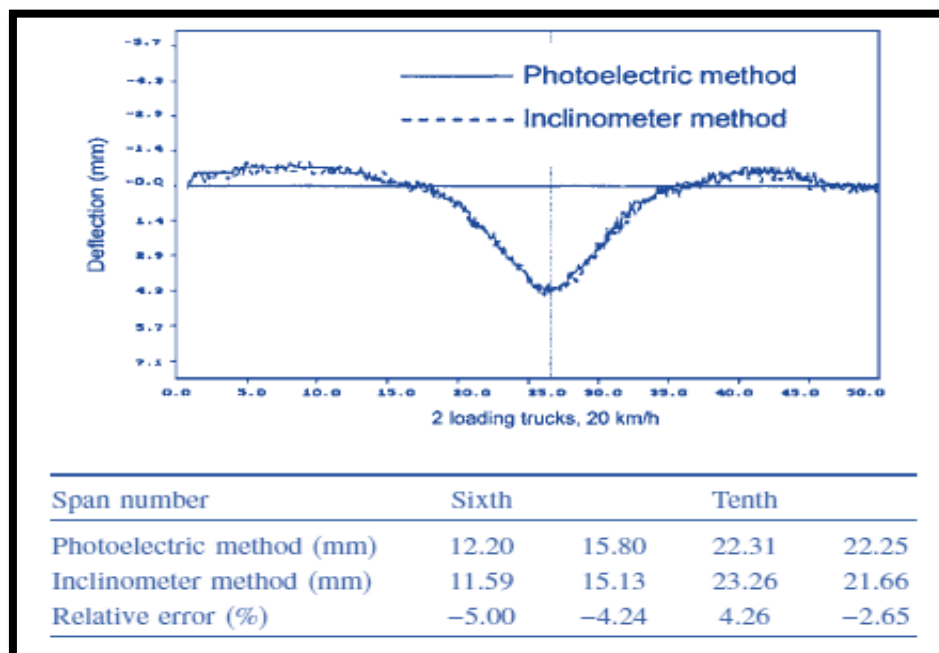
**Figura 2-4. Deflexión máxima y temperatura en el vano principal del puente por 3 días**  
Fuente: Burdet & Zanella, 2000



En 2005 en China, XingminHou, Xueshan Yang y Qiao Huang, presentaron un artículo técnico, de medidas de deformaciones en puentes utilizando inclinómetros, donde lo llaman “un método promisorio para el diagnóstico temprano de puentes”, los autores presentan el caso práctico del puente Taolaizhao en China en el cual realizaron experimentos con mediciones dinámicas y estáticas. Se muestran a continuación algunos de sus resultados.

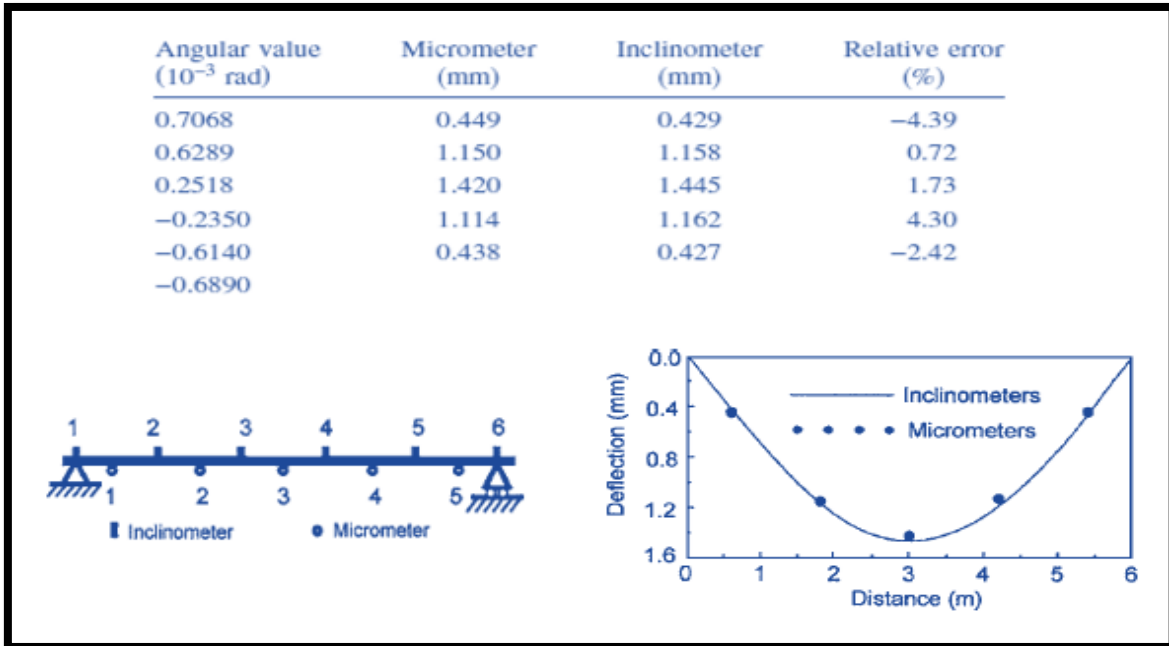


**Figura 2-5. Puente Taolaizhao en China**  
Fuente: Hou, Yang, & Huang, 2014



**Figura 2-6. Resultados experimento Puente Taolaizhao en China**  
Fuente: Hou, Yang, & Huang, 2014

También realizaron pruebas de laboratorio, donde las mediciones estáticas (las importantes para nuestro estudio) se realizaron en una viga de 6m de largo, se colocaron micrómetros (un equipo de adquisición de datos comprobado mundialmente) e inclinómetros como objetos de estudio, obteniéndose después de realizada la prueba errores inferiores al 5%, debido a esto Hou, Yang, & Huang recomiendan que se tome como límite 5% para errores relativos en pruebas de este tipo.



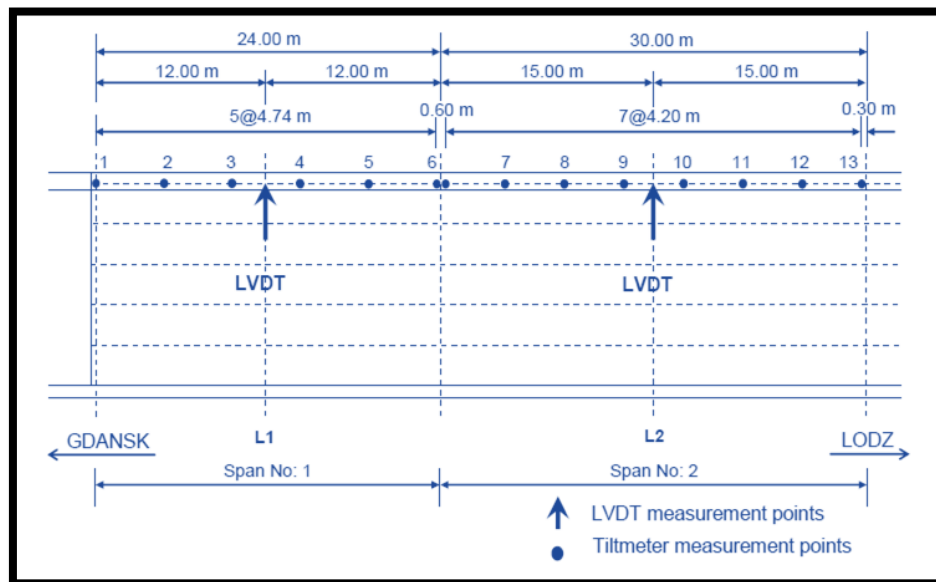
**Figura 2-7. Resultados prueba de laboratorio Puente Taolaizhao en China**  
Fuente: Hou, Yang, & Huang, 2014

En 2009, el equipo liderado por Kadir Ozakgul, en Albuquerque Nuevo México, presentó un informe técnico de pruebas de carga utilizando inclinómetros. Lo novedoso de este documento, es el fondo matemático propuesto, ya que para la aproximación de la curva de deformación, hacen uso de interpoladores cúbicos, diferencias finitas y además métodos computacionales. Además presenta un caso práctico desarrollado en el puente del río Drweca, en Polonia.



**Figura 2-8. Ensayo de carga estática sobre el puente del río Drweca**  
**Fuente: Ozagul, Caglayan, &Uzgider, 2009**

En este ensayo los autores utilizan 13 inclinómetros para la recolección de datos, su posicionamiento se puede observar en la Figura 2-9; sin embargo Kadir Ozakgul, aclara en su informe que con 3 inclinómetros es suficiente para obtener resultados con porcentajes de error bajos, haciendo que el método sea catalogado como económico.



**Figura 2-9. Posicionamiento de los inclinómetros y los LVDT**  
**Fuente: Ozagul, Caglayan, &Uzgider, 2009**

Los resultados obtenidos con los inclinómetros presentan valores muy cercanos a los otros métodos utilizados, podemos observar a continuación los datos obtenidos.

MP	SCHEME S1				SCHEME S2				SCHEME S3			
	CM	CS	FD	LVDT	CM	CS	FD	LVDT	CM	CS	FD	LVDT
1	0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00	
2	5.78	5.70	6.00		-2.68	-3.00	-3.00		-1.79	-2.50	-2.40	
3	9.66	10.50	10.50		-4.80	-5.40	-5.40		-3.30	-4.00	-4.00	
L1	10.31	10.65	10.75	10.50	-5.43	-5.85	-5.75	-5.50	-3.78	-4.30	-4.20	-3.60
4	9.78	10.80	11.00		-5.59	-6.30	-6.10		-3.93	-4.60	-4.40	
5	6.00	6.40	6.40		-4.28	-4.60	-4.50		-3.08	-3.20	-3.10	
6	0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00	
7	-3.33	-4.50	-4.40		7.21	6.60	6.60		5.54	5.70	5.80	
8	-4.94	-5.90	-6.00		13.84	13.00	13.00		10.20	9.60	9.70	
9	-5.23	-5.70	-5.40		17.76	17.10	17.00		12.13	11.40	11.50	
L2	-4.99	-5.40	-5.35	-5.10	18.23	17.20	17.10	16.00	11.94	10.80	10.85	10.50
10	-4.50	-5.10	-5.30		17.72	17.30	17.20		10.95	10.20	10.20	
11	-3.13	-3.60	-3.20		13.67	13.40	13.20		7.04	6.70	6.70	
12	-1.51	-1.90	-2.10		6.95	7.00	6.70		2.53	2.00	1.60	
13	0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00	

MP: Measuring Points  
 CM: Displacements obtained from Computer Model, (mm)  
 CS : Displacements obtained from the measured tilts by using Cubic Spline, (mm)  
 FD : Displacements obtained from the measured tilts by using Finite Difference, (mm)  
 LVDT: LVDT measurements for vertical displacements, (mm)

Note: 1, 6 and 13 are support points.

**Figura 2-10. Desplazamientos obtenidos por los distintos métodos utilizados**  
 Fuente: Ozagul, Caglayan, &Uzgider, 2009

Similar a los anteriores existen otros documentos que el lector puede consultar, existen casos registrados de experimentos de este tipo realizados en el puente sobre el río Dalian en China (2013) dirigido por el ingeniero YanYu.



**Figura 2-11. Puente sobre el río Dalian en China**  
Fuente: Yu, Liu, Li, Mao, &Ou, 2013

Otro caso se registra sobre el puente Leziria desarrollado por Helder Sousa en Portugal, trata diversos ejemplos prácticos del método y presenta además un breve trasfondo de cómo fue realizado el experimento.



**Figura 2-12. Puente Leziria sobre la autopista A10 en Portugal**  
Fuente: Sousa, Cavadas, Henriques, Bento, &Figueiras, 2013

## 2.2. TEORÍA BÁSICA DE DEFORMACIONES Y DEFLEXIONES

El campo de las deformaciones en ingeniería civil es un tema muy amplio por lo que solo se tratarán los puntos necesarios para la correcta comprensión del tema que se analiza en este TFG limitando los temas expuestos a la materia relacionada con la deflexión vertical de una viga simplemente apoyada.

### 2.2.1. DEFORMACIÓN

El primer concepto que se debe manejar es el término de deformación, el cual es un aspecto fundamental en este trabajo final de graduación.

*La deformación es el cambio en el tamaño o forma de un cuerpo debido a esfuerzos internos producidos por una o más fuerzas aplicadas sobre el mismo o la ocurrencia de dilatación térmica. (Ortiz Berrocal, 2007)*

Existen varios tipos de deformación:

**COMPORTAMIENTO ELÁSTICO:** *se da cuando un sólido se deforma adquiriendo mayor energía potencial elástica y, por tanto, aumentando su energía interna sin que se produzcan transformaciones termodinámicas irreversibles. La característica más importante del comportamiento elástico es que es reversible: si se suprimen las fuerzas que provocan la deformación el sólido vuelve al estado inicial de antes de aplicación de las cargas. (Ortiz Berrocal, 2007)*

**COMPORTAMIENTO PLÁSTICO:** *aquí existe irreversibilidad; aunque se retiren las fuerzas bajo las cuales se produjeron deformaciones elásticas, el sólido no vuelve exactamente al estado termodinámico y de deformación que tenía antes de la aplicación de las mismas. (Ortiz Berrocal, 2007)*

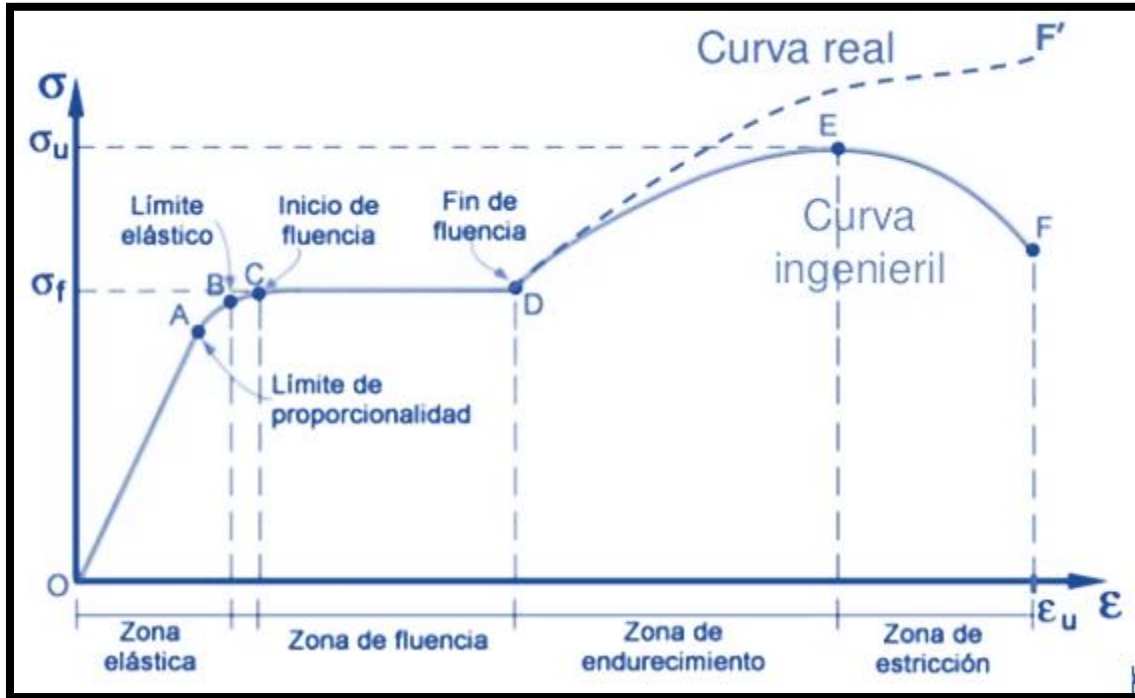


Figura 2-13. Diagrama esfuerzo-deformación  
Fuente: Ortiz Berrocal, 2007

En la figura anterior podemos observar un ejemplo de la curva que sigue un material (puede variar dependiendo del material), el caso presentado en la imagen corresponde al acero, material para el cual se calibro el experimento en laboratorio en este TFG, cabe resaltar que las pruebas se mantuvieron el primer segmento de esta curva (Zona elástica).

## 2.2.2. TEORÍA DE FLEXIÓN EN VIGAS RECTAS

### 2.2.2.1. CONCEPTO DE FLEXIÓN

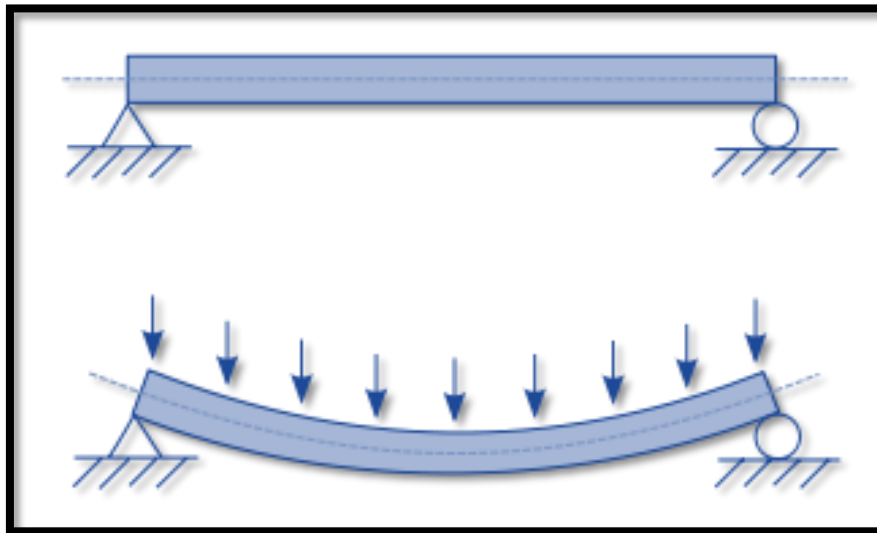
Cualquier elemento estructural que esté sometido a algún tipo de carga tenderá a deformarse estas deformaciones, deben cumplir un límite con el fin de garantizar la integridad de la estructura.

*Las deflexiones de estructuras pueden producirse de varias fuentes, tales como cargas, temperatura, errores de fabricación, o arreglo. En diseño, las deflexiones deben limitarse a fin de proporcionar la integridad y la estabilidad, y prevenir agrietamiento de materiales frágiles vinculados, tales como hormigón... Además, una estructura no*

*debe vibrar o desviarse severamente con el fin de "parecer" seguro para sus ocupantes. (Hibbeler, Análisis estructural, 2012, pag299)*

Ortiz Berrocal define flexión de la siguiente forma

*Deformación que presenta un elemento estructural alargado en una dirección perpendicular a su eje longitudinal. El término "alargado" se aplica cuando una dimensión es dominante frente a las otras. Un caso típico son las vigas, las que están diseñadas para trabajar, principalmente, por flexión. Igualmente, el concepto de flexión se extiende a elementos estructurales superficiales como placas o láminas. (Ortiz Berrocal, 2007)*



**Figura 2-14. Ejemplo de Flexión**  
Fuente: Ortiz Berrocal, 2007

#### **2.2.2.2. FLEXIÓN PURA**

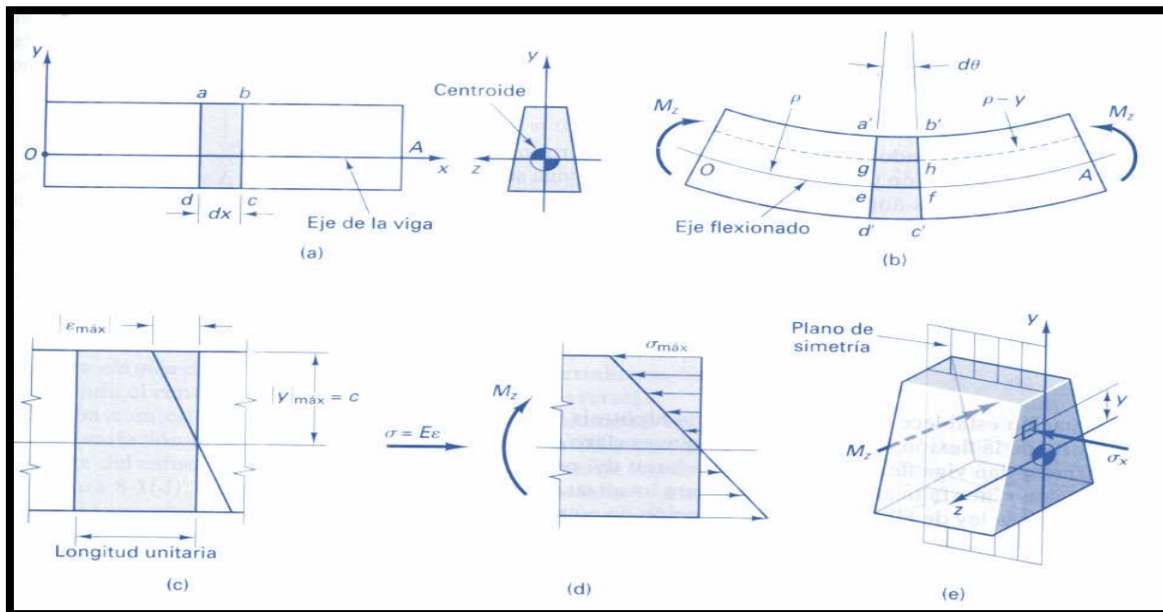
La flexión pura se refiere a la flexión de un elemento bajo la acción de un momento flexionante constante. Cuando un elemento se encuentra sometido a flexión pura, los esfuerzos cortantes sobre él son cero. Un ejemplo de un elemento sometido a flexión pura lo constituye la parte de la viga entre las dos cargas puntuales  $P$ .

El diagrama de cortantes ( $V$ ) ilustra que en la parte central de la viga no existen fuerzas cortantes ya que está sometida únicamente a un momento constante igual a  $P \cdot d$ . Las partes



de longitud  $d$  no se encuentran en flexión pura puesto que el momento no es constante y existen fuerzas cortantes.

Para poder determinar los esfuerzos producidos en un elemento sometido a flexión, es necesario realizar primero un estudio de las deformaciones normales producidas sobre la sección transversal del elemento.



**Figura 2-15. Comportamiento supuesto de una viga elástica en flexión**  
Fuente: Yu, Liu, Li, Mao, & Ou, 2013

En la vida práctica son pocos los elementos que se encuentran sometidos a flexión pura. Por lo general los miembros se encuentran en flexión no uniforme lo que indica que se presentan de forma simultánea momentos flectores y fuerzas cortantes.

Por lo tanto se hace necesario saber que sucede con los esfuerzos y las deformaciones cuando se encuentran en esta situación. Para ello se deben conocer las fuerzas internas que actúan sobre los elementos determinándolas para la obtención de los diagramas de momentos flectores y fuerzas cortantes que actúan sobre un elemento dado.

Sin embargo, la resistencia a flexión puede estimarse con suficiente precisión despreciado el efecto de la fuerza cortante. Podemos ver el comportamiento de elementos sujetos a flexión y efecto de las principales variables, y se presentan métodos para calcular la resistencia.

Los principios fundamentales de la flexión y la hipótesis de flexión conocidos para vigas homogéneas van hacer válidos para las vigas de concreto reforzado. Por tanto, se cumplirá que: toda sección transversal desarrolla internamente un par de esfuerzos normales a la sección (de tracción a un lado del elemento y de compresión al otro lado) para resistir el momento flexor, y el esfuerzo tangencial para resistir el cortante, cumplirán 3 principios que establecen:

- La sección continuará siendo plana después de aplicada las cargas como eran antes, o sea, que el teorema de Bernoulli es el que establece que las deformaciones son directamente proporcionales al eje neutro.
- Los esfuerzos en los materiales en cualquier punto dependerá de la deformación en ese punto, o sea, que los valores en ese esfuerzo dependerán del diagrama esfuerzo-deformación de los materiales.
- Se va a cumplir **la ecuación general de la flexión** la cual establece que siempre que los materiales se mantengan en el rango elástico el esfuerzo en cualquier punto será igual a

$$F = M * yI$$

Dónde: M: es el momento que lo produce I: es el momento de inercia de la sección respecto al eje neutro Y: a la distancia al eje neutro F: Flexión

### 2.2.2.3. HIPÓTESIS FUNDAMENTALES DE LA TEORÍA DE FLEXIÓN

Para el estudio de vigas se considera un sistema de coordenadas en que el eje X es siempre tangente al eje baricéntrico de la viga, y los ejes Y y Z coincidan con los ejes principales de inercia. Los supuestos básicos de la teoría de vigas para la flexión simple de una viga que deflece en el plano XY son:

- Hipótesis de comportamiento elástico. El material de la viga es elástico lineal, con módulo de Young E y coeficiente de Poisson despreciable.
- Hipótesis de la flecha vertical. En cada punto el desplazamiento vertical sólo depende de x:  $u_y(x, y) = w(x)$ .
- Hipótesis de la fibra neutra. Los puntos de la fibra neutra sólo sufren desplazamiento vertical y giro:  $u_x(x, 0) = 0$ .
- La tensión perpendicular a la fibra neutra se anula:  $\sigma_{yy} = 0$ .

- Hipótesis de Bernoulli. Las secciones planas inicialmente perpendiculares al eje de la viga, siguen siendo perpendiculares al eje de la viga una vez curvado.

#### 2.2.2.4. TEORÍA DE LA VIGA ELÁSTICA

Para el desarrollo de esta sección tómesese una viga simplemente apoyada, a la cual se le aplican dos cargas de magnitud  $P$ , tal como se observa en la siguiente imagen:

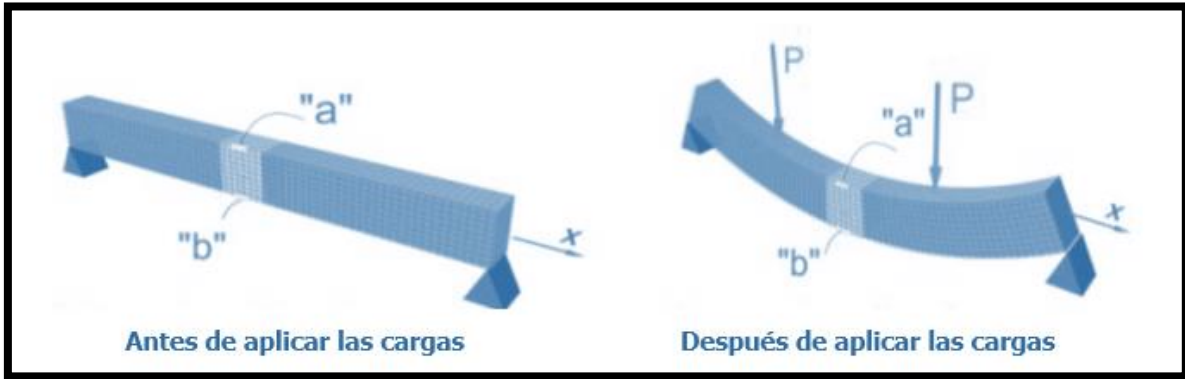


Figura 2-16. Viga simplemente apoyada

Ahora si se analiza el sector resaltado de la viga se observa lo siguiente:

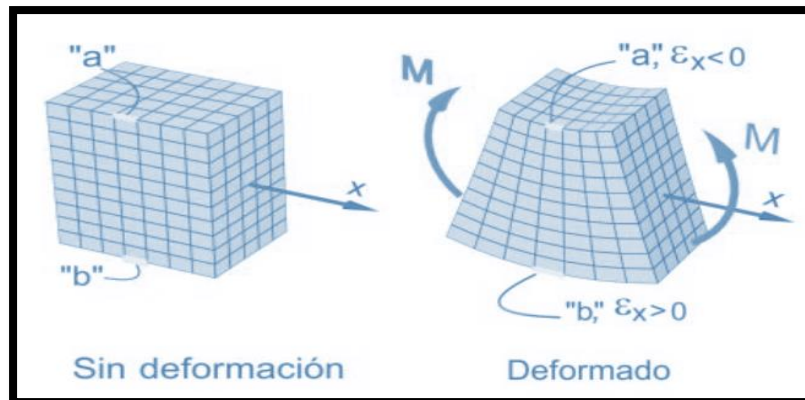


Figura 2-17. Segmento de la viga en análisis

Como se observa en la figura anterior existe una sección que ni se acorta ni se alarga, es decir la deformación es igual a cero a la cual se le llamara superficie neutra.

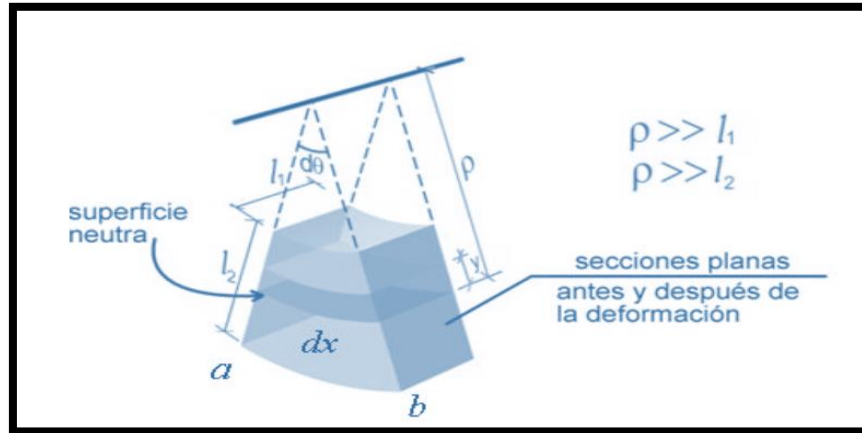


Figura 2-18. Superficie neutra

Teniendo los anteriores puntos claros, se pueden encontrar las ecuaciones básicas que darán los desplazamientos del eje neutro en función de los momentos internos  $M$  en la viga, primero se considera el elemento diferencial  $dx$ , se puede observar cómo el momento interno  $M$  de la viga deforma el elemento en forma tal que las tangentes a cada lado del elemento se intersecan según un ángulo  $d\theta$ . Se puede relacionar  $M$  con  $d\theta$ , al ver notar que  $m$  ocasiona que la fibra inferior de la viga se alargue una distancia  $\Delta$  ( $\Delta/2$  en cada lado), por lo que la deformación unitaria de esta fibra se puede expresar como  $\epsilon = \Delta/d$ . Como ocurren deformaciones en el rango elástico lineal, se puede hacer uso de la ley de Hooke,  $\epsilon = \sigma/E$ , además gracias a la mecánica de materiales se sabe que  $\sigma = Mc/I$ , si se hace uso de estas ecuaciones se puede obtener la siguiente relación, donde  $E$  es el módulo de elasticidad del material e  $I$  el momento de inercia de la sección transversal de la viga respecto al eje neutro:

$$d\theta = \frac{M}{EI} dx$$

De la figura anterior donde se detalla la superficie neutra se puede observar la relación  $\rho d\theta = dx$ , siendo  $\rho$  el radio de curvatura, por lo que la ecuación detallada anteriormente se transforma en:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

De cualquier libro de cálculo se puede conocer la relación de la curvatura de una curva plana en coordenadas cartesianas, se adjunta en los anexos de este TFG, el desarrollo de la misma

por el Ingeniero Gabriel Serrano Sotelo de la Universidad de Salamanca, para efectos de esta sección solo se tomara la ecuación que da la relación:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2v}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

Por lo tanto tenemos que:

$$\frac{M}{EI} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

La solución de esta ecuación diferencial de segundo orden no lineal, da la forma exacta de la curva elástica, esta ecuación puede simplificarse si se utiliza el supuesto de que la pendiente de la curva elástica  $dv/dx$ , será muy pequeña por lo que su cuadrado tiende a cero, esto implica que la relación de curvatura se convierte en:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} = \frac{d^2y}{dx^2}$$

Si se expresa el momento  $M$ , en función de la posición  $x$ , por medio de integraciones sucesivas de la ecuación anterior se puede obtener la pendiente de la viga:

$$\theta = \frac{dv}{dx} = \int \frac{M}{EI} dx$$

Y la ecuación de la curva elástica:

$$y = f(x) = \int \int \frac{M}{EI} dx$$

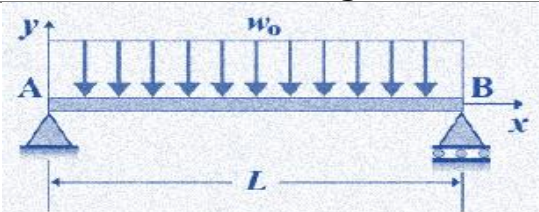
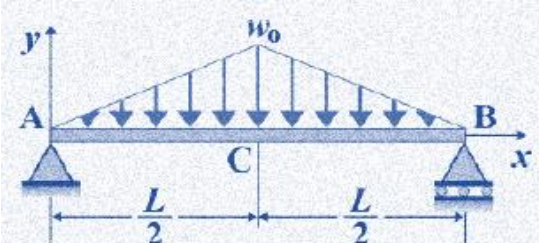
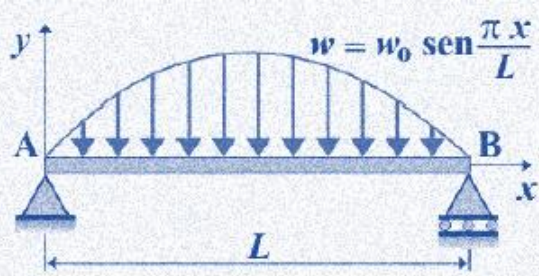
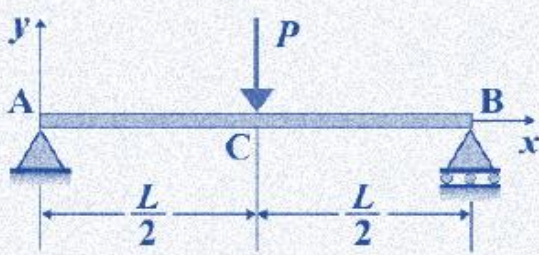
Debido a la forma que posee la ecuación de la curva elástica, es que se tomará como función polinomial su forma para realizar las estimaciones de este TFG, con el fin de simplificar el problema.

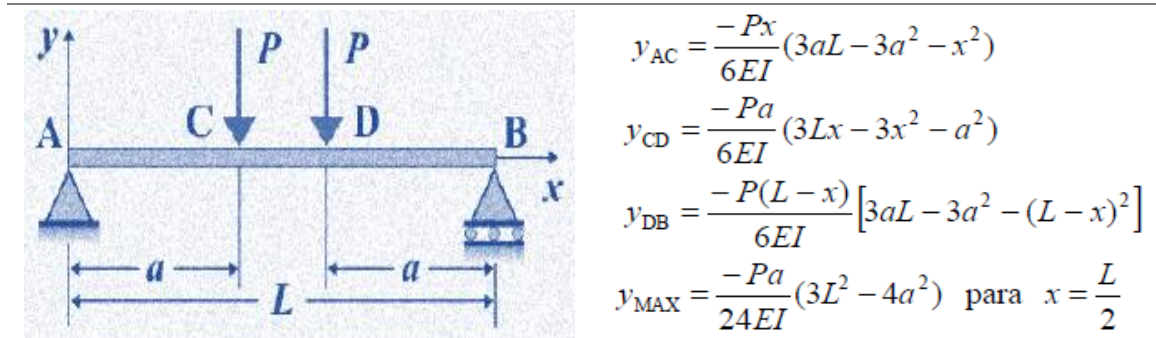
### 2.2.2.5. CURVAS DE DEFORMACIÓN O ELÁSTICAS

Mediante la teoría la flexión pura se han podido obtener curvas de deformación para algunos casos con carga particulares, siendo su punto de deflexión máximo el dato más importante de cada caso, se presentan algunos de estos a continuación, todos los casos presentados son simplemente apoyados.

Para todos los casos:

- EI: Rigidez a flexión
- $y$ = deflexión
- $x$ = distancia desde el origen
- $L$ = longitud de la viga
- $P$ = carga puntual
- $w$ = carga distribuida

Caso de carga	Curva elástica
	$y_{AB} = \frac{-w_0 x}{24EI} (L^3 - 2Lx^2 + x^3)$ $y_{MAX} = \frac{-5w_0 L^4}{384EI} \text{ para } x = \frac{L}{2}$
	$y_{AC} = \frac{-w_0 x}{960LEI} (5L^2 - 4x^2)^2$ $y_{CB} = \frac{-w_0 (L-x)}{960LEI} (5L^2 - 4(L-x)^2)^2$ $y_{MAX} = \frac{-w_0 L^4}{120EI} \text{ para } x = \frac{L}{2}$
	$y_{AB} = \frac{-w_0 L^4}{\pi^4 EI} \text{sen} \frac{\pi x}{L}$ $y_{MAX} = \frac{-w_0 L^4}{\pi^4 EI} \text{ para } x = \frac{L}{2}$
	$y_{AC} = \frac{-Px}{48EI} (3L^2 - 4x^2)$ $y_{CB} = \frac{-P(L-x)}{48EI} (3L^2 - 4(L-x)^2)$ $y_{MAX} = y_C = \frac{-PL^3}{48EI} \text{ para } x = \frac{L}{2}$



Cuadro 2-1. Tabla básica de deflexiones  
Fuente: Ortiz Berrocal, 2007

## 2.3. TEORÍA BÁSICA DE ESTADÍSTICA Y MATEMÁTICA

### 2.3.1. ESTADÍSTICA BÁSICA

Para el análisis estadístico que se abarcará en un posterior capítulo, es importante introducir algunos términos técnicos que le facilitarán al lector el análisis expuesto.

Como expone Édgar Gutiérrez Espeleta (2010) en estadística cuando el investigador trata de establecer una afirmación con apoyo sustancial de la información muestra, la negación a tal información se le llama hipótesis nula y la afirmación así misma se toma como una hipótesis alternativa, o sea la hipótesis alternativa es la hipótesis de la investigación, es a la cual el investigador desearía "acusar" como válida; el investigador podría rechazar la hipótesis nula siendo realmente cierta, cometiéndose así lo que se le llama error tipo I, o bien no rechazar la hipótesis nula siendo realmente falsa, situación en la cual se estaría incurriendo en el error tipo II.

Además dicho autor afirma que generalmente en las pruebas de hipótesis se realizan controlando el error tipo I, llamado también nivel de significancia. Es en este punto donde se introducirá el concepto de valor p, el cual será utilizado en múltiples ocasiones para llegar a conclusiones sobre el comportamiento de las estimaciones.

El valor p es el nivel más pequeño de significancia para el cual la información observada indica que la hipótesis nula debe de ser rechazada (Gutiérrez, 2010), para efectos del trabajo se utilizará un nivel de significancia del 5%, siendo este el valor estadístico más común en este tipo de investigación, por lo cual un valor p menor a 0.05 indicará que se puede rechazar la hipótesis nula, ya que esto indicaría que se tiene una probabilidad muy pequeña

de incurrir en el error tipo I, de forma inversa un valor  $p$  mayor a 0.05 indica que se tiene una probabilidad muy alta cometer error tipo I, por lo cual no se rechazaría la hipótesis nula.

La prueba formal de Levene, es una prueba ampliamente usada en estadística, la cual tiene como objetivo probar la igualdad de variancias para varios grupos de observaciones. Dicha prueba será utilizada en análisis posteriores en el capítulo 4, para averiguar si las variabilidades entre configuraciones difieren significativamente, o bien, si se pueden considerar como iguales, esta prueba se realizará mediante el programa estadístico RStudio.

En esta prueba se proporciona un valor  $p$ , el cual determinará la aceptación o rechazo de la hipótesis nula que representa la igualdad de variancias entre grupos, si el valor  $p$  es menor a 0.05 la hipótesis se rechaza.

### **2.3.2. MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS**

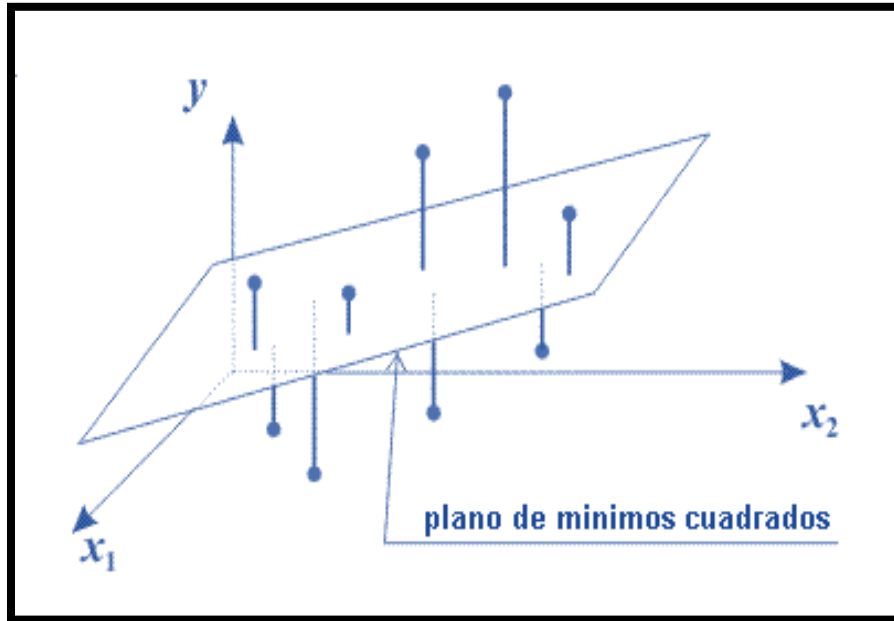
Guillermo Canavos define el método de los mínimos cuadrados como una técnica de análisis numérico encuadrada dentro de la optimización matemática, en la que, dados un conjunto de pares numéricos, se intenta encontrar la función que mejor se aproxime a los datos tratando de lograr el “mejor ajuste” para la curva de acuerdo con el criterio de mínimo error cuadrático.

En su forma más simple, intenta minimizar la suma de cuadrados de los residuos, entre los puntos generados por la función y los correspondientes en los datos. Específicamente, se llama mínimos cuadrados promedio (LMS) cuando el número de datos medidos es 1 y se usa el método de descenso por gradiente para minimizar el residuo cuadrado.

*Se puede demostrar que LMS minimiza el residuo cuadrado esperado, con el mínimo de operaciones (por iteración), pero requiere un gran número de iteraciones para converger. (Canavos, 1987)*

Debemos señalar la importancia de los mínimos cuadrados para este trabajo: debido a que hay ruido electrónico en el sistema además las mediciones pudiesen no ser totalmente precisas dado que hay error en el modelo polinomial adoptado en este trabajo el cual no representa exactamente el perfil de deflexión de la viga ante las cargas aplicadas.





**Figura 2-19. Aproximación del plano de mínimos cuadrados para un vector en R3**  
**Fuente: Canavos, 1987**

Este método numérico es de gran utilidad para la estimación de curvas sencillas como las que se presentan en este trabajo final de graduación, sin embargo, la estimación de mínimos cuadrados para modelos lineales es notoria por su falta de robustez frente a valores atípicos (outliers). Si la distribución de los atípicos es asimétrica, los estimadores pueden estar sesgados. En presencia de cualquier valor atípico, los estimadores mínimos cuadráticos son ineficientes y pueden serlo en extremo. Si aparecen valores atípicos en los datos, son más apropiados los métodos de regresión robusta.

La variabilidad bruta de la variable respuesta en un modelo de regresión, es llamada suma de cuadrados total (SCT), la cual es calculada convencionalmente mediante la siguiente fórmula:

$$SCT = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

Donde  $y_i$  son los datos observados y  $\bar{y}$  representa la media de los datos observados

Ésta expresión mide las desviaciones de cada dato con respecto a su media; la cual representa la variabilidad entre todas las n observaciones de la respuesta (Gutierrez, 2010) además la SCT se puede descomponer en dos fuentes de variación:

- La variación de la curva de regresión alrededor de la media, que denota la parte de la variabilidad de la respuesta que está asociada a la regresión, esta variación representa la variabilidad que es explicada por la curva estimada, la cual se expresa mediante la suma de cuadrados de regresión (SCR):

$$SCR = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$$

Donde los  $\hat{y}_i$  representan los valores estimados y  $\bar{y}$  es el promedio de las observaciones de la variable respuesta.

- La variación aleatoria que no logra ser explicada por la regresión, es llamada suma de cuadrados del error, la cual se estima mediante la siguiente expresión:

$$SCE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Donde  $\hat{y}_i$  son los valores aproximados, y  $y_i$  son los valores observados de la variable respuesta.

Como se planteó anteriormente el principal objetivo al realizar estimadores de mínimos cuadrados es minimizar la suma de cuadrados del error, por consiguiente se trata de que la parte de la variabilidad de la respuesta que no es explicada por la regresión estimada sea lo menor posible.

El coeficiente de determinación es un concepto ampliamente usado en el área de la estadística para poder comprender qué tan bien la regresión estimada se ajusta a los datos de la variable respuesta, este coeficiente representa el porcentaje de la variabilidad total de la respuesta que es explicada por los predictores incluidos para estimar la curva de regresión. (Kutner, Nachtsheim, Neter, & Li, 2005) y se calcula mediante la siguiente expresión:

$$R^2 = 1 - \frac{SCE}{SCT}$$

Cuanto mayor sea el  $R^2$  mayor será la proporción de la variabilidad total de la respuesta que es explicada por la regresión estimada, y por lo cual será determinante para verificar si ésta última es adecuada para explicar la variación de la variable respuesta.

### **2.3.2.1. DERIVACIÓN DEL SISTEMA DE MÍNIMOS CUADRADOS**

Considere un sistema lineal de ecuaciones que tiene  $n$  incógnitas, pero con  $m > n$  ecuaciones, simbólicamente, deseamos encontrar un vector  $x \in \mathbb{C}^n$  que satisface  $Ax = b$ , donde  $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$  y  $b \in \mathbb{C}^m$ , donde en general este tipo de problemas no tiene solución.

Un valor aceptable para  $x$  solo existe si  $b$  pertenece al rango ( $A$ ), y donde  $b$  es un vector de tamaño  $m$ , mientras el rango ( $A$ ) es de dimensión a lo sumo  $n$ , esto es verdadero solo para pocas elecciones de  $b$ . Decimos entonces que un sistema rectangular de ecuaciones con  $m > n$  es sobredeterminado, el vector es conocido como residual

$$r = b - Ax \in \mathbb{C}^m$$

Y tal vez se puede hacer bastante pequeño con una elección adecuada de  $x$ , sin embargo es prácticamente imposible hacer que este valor sea igual a cero. Como este valor residual  $r$  no puede tomar el valor de cero, se debe hacer tan pequeño como sea posible, para minimizar el valor hacemos uso de una norma de segundo grado, el problema toma la siguiente forma:

$$\text{Dado } A \in \mathbb{C}^{m \times n}, m \geq n, b \in \mathbb{C}^m, \\ \text{se debe encontrar } x \in \mathbb{C}^n : \|b - Ax\|_2 \text{ sea minimizado}$$

Lo anterior describe la formulación general de los mínimos cuadrados ordinarios, la norma de grado 2 corresponde a la distancia Euclidiana la cual es la distancia "ordinaria" (que se mediría con una regla) entre dos puntos de un espacio euclídeo.

Considere el siguiente polinomio:

$$y = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$$

Donde

$a_n$  = coeficientes del polinomio  
 $n$  = grado del polinomio

Colocado en forma de sistema Vandermonde tenemos

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ 4 \\ \vdots \\ y_{m-1} \\ y_m \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^{n-1} \\ 1 & x_4 & x_4^2 & \dots & x_4^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_m & x_m^2 & \dots & x_m^{n-1} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$$

Como se observa en la figura anterior, se busca que la curva se aproxime a los datos de la mejor forma posible, sin embargo en algunos de los puntos pese a que la proximidad es aceptable, la curva no toca los puntos esto debido al residuo.

### 2.3.3. PSEUDO INVERSA

Para la correcta ejecución del código de programación donde se utilizarán mínimos cuadrados, se debe utilizar la Pseudo inversa, pues es un método matemático que permite resolver el sistema planteado dándole estabilidad al problema, pues en muchos casos (generalmente cuando la matriz no es cuadrada) el sistema no posee una solución única. La pseudoinversa facilita el enunciado y la prueba de resultados del álgebra lineal.

Sí  $A$  es una matriz de tamaño  $m \times n$ , se llama Pseudo inversa de  $A$ , a la matriz  $A^+$

$$A^+ = (A^t A)^{-1} A^t$$

También se suele llamar inversa generalizada de Moore-Penrose, este tipo de matriz debe cumplir las siguientes condiciones:

- $A^* A^+ A = A$
- $A^+ A^* A^+ = A^+$
- $A^* A^+$  es Hermitiana<sup>2</sup>
- $A^+ A^*$  es Hermitiana

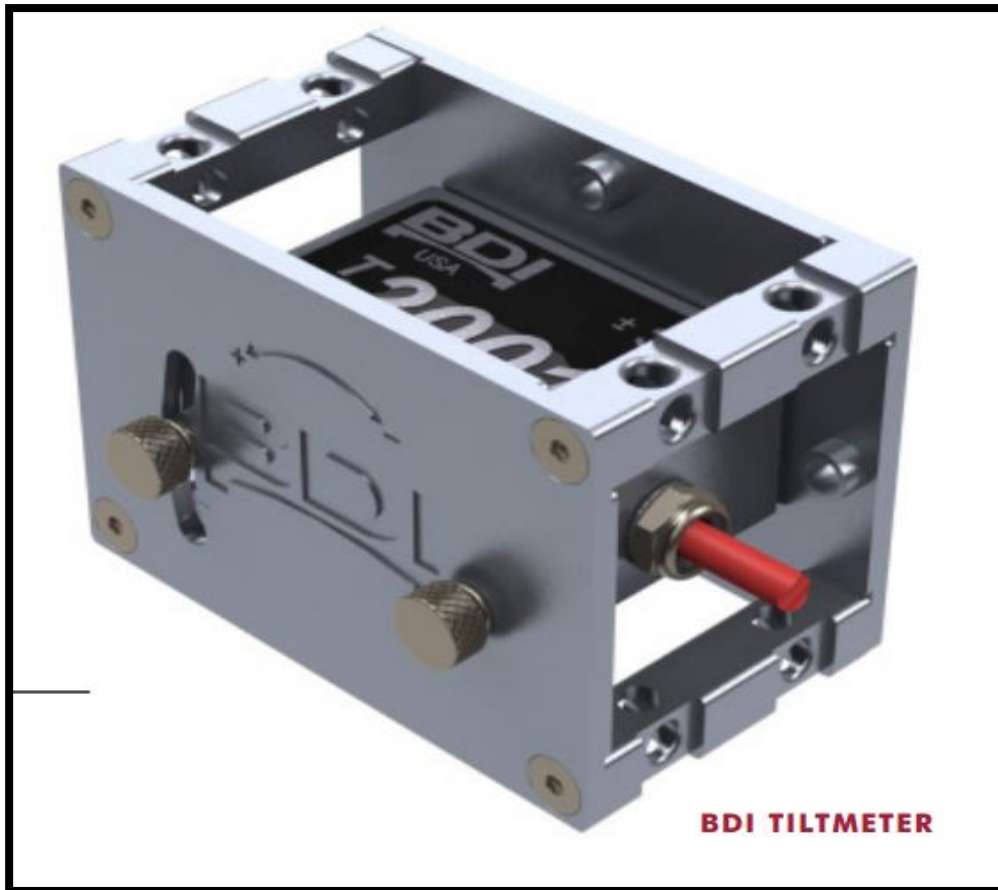
---

<sup>2</sup> Una matriz Hermitiana (o Hermítica) es una matriz cuadrada de elementos complejos que tiene la característica de ser igual a su propia traspuesta conjugada. Es decir, el elemento en la  $i$ -ésima fila y  $j$ -ésima columna es igual al conjugado del elemento en la  $j$ -ésima fila e  $i$ -ésima columna, para todos los índices  $i$  y  $j$ :

## 2.4. EQUIPO ELECTRÓNICO

### 2.4.1. INCLINÓMETROS

El inclinómetro es un instrumento de alta precisión que mide ángulos de desviación respecto a la vertical. El sensor que posee el laboratorio del LanammeUCR es de la marca Bridge Diagnostics Inc. (BDI), modelo T500-030, electrolítico<sup>3</sup>.



**Figura 2-20. Inclinómetro electrolítico de BDI**  
Fuente: Bridge Diagnostics Inc, 2015

---

<sup>3</sup> Electrolítico: que usa un líquido iónico conductor como una de las placas del condensador interno, el cual necesita un tiempo  $t$  para reacomodarse luego de una medición.

Los sensores electrolíticos de inclinación pueden producir señales que permiten calcular de una forma muy precisa las inclinaciones de una estructura. Si se realiza una validación de datos se pueden obtener resultados con exactitud aceptable. Los inclinómetros electrolíticos caracterizan por contar con la mayor vida útil de todos los tipos de inclinómetros que se pueden adquirir comercialmente. (Husain, 2015)

Según la hoja técnica del inclinómetro que se utilizará, desde la salida de voltaje, se puede obtener el cambio angular de la sección de la estructura en análisis, se adjunta en el siguiente cuadro algunos datos técnicos de interés.

**Cuadro 2-2. Datos técnicos del inclinómetro**

<b>Modelo</b>	<b>T500-030</b>
<b>Sensibilidad (mV por minuto)</b>	100
<b>Rango Lineal (grados de arco)</b>	±3
<b>Rango Total (grados de arco)</b>	±3
<b>Salida (MV/segundos de arco)</b>	0.4
<b>Resolución (grados de arco)</b>	<.0003
<b>Dimensiones (mm)</b>	108 x 66 x 76
<b>Peso (g)</b>	544

#### **2.4.2. EQUIPO DE ADQUISICIÓN DE DATOS**

El grado de precisión que se alcanza en una prueba, depende no solo de los sensores (inclinómetros) sino también del equipo de adquisición de datos (DAQ por sus siglas en ingles Data AcQuisition). El equipo adquirido por el laboratorio es comercializado por la empresa National Instruments, siendo un equipo que funciona mediante tecnología inalámbrica.

*"La adquisición de datos (DAQ) es el proceso de medir con una computadora PC un fenómeno eléctrico o físico como voltaje, corriente, temperatura, presión o sonido. Un sistema DAQ consiste de sensores, hardware de medidas DAQ y una PC con software programable. Comparados con los sistemas de medidas tradicionales, los sistemas DAQ basados en PC aprovechan la potencia del procesamiento, la productividad, la visualización y las habilidades de conectividad de las*

*PCs estándares en la industria proporcionando una solución de medidas más potente, flexible y rentable” (National Instruments, recuperado el 3 de marzo de 2015, de <http://www.ni.com/data-acquisition/what-is/esa>)*



**Figura 2-21. Equipo de adquisición de datos del LanammeUCR**

### **2.4.3. SENSOR LASER O EXTENSÓMETRO LASER**

Un sensor láser es un dispositivo que nos permite detectar con gran precisión la posición de un objeto en relación con un punto. También se utilizan para detectar la presencia de pequeños objetos.



Así pues, podemos decir que un sensor láser viene a ser un distanciómetro pero con mayor precisión, orientado a tomar medidas mucho más pequeñas (magnitudes de milímetros en lugar de metros).

La función para este instrumento en las pruebas de carga de este TFG, será para tener datos "conocidos" que comparar con los datos experimentales de los inclinómetros.

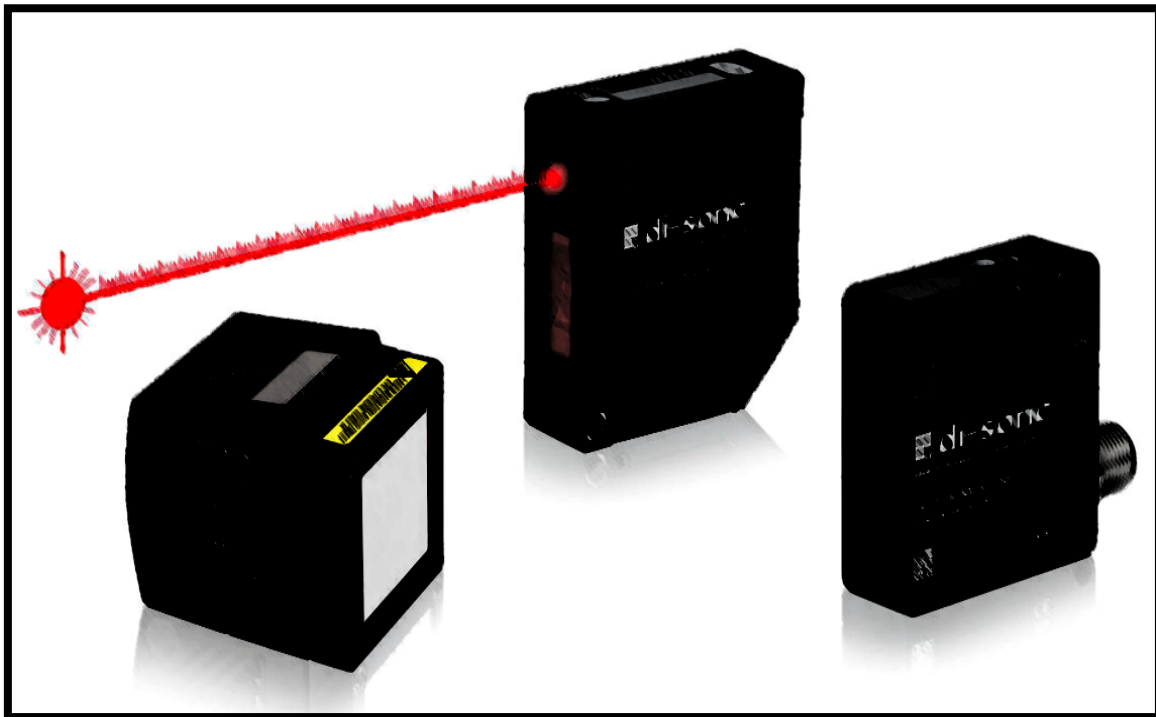


Figura 2-22. Ejemplos de sensores laser  
Fuente: DI sonic, 2016

Los sensores laser utilizados en la prueba de carga son de marca Micro Epsilon, se adjuntan a continuación algunos datos extraídos de la ficha técnica de estos sensores.

<b>Cuadro 2-3. Especificaciones del extensómetro láser de la marca Micro Epsilon</b>	
<b>Serie</b>	<b>optoNCDT 1302-20</b>
<b>Dimensiones</b>	80 x 65 x 20 mm
<b>Tasa de muestreo</b>	750 Hz
<b>Rango de medición</b>	de 60 mm a 260 mm
<b>Resolución</b>	0.004 mm (o 0.05% de FSO)

#### 2.4.4. SENSOR LVDT

Este tipo de instrumento se utiliza para medir desplazamientos lineales, El transformador diferencial de variación lineal (LVDT según sus siglas en inglés) es un tipo de transformador eléctrico, posee tres bobinas dispuestas extremo con extremo alrededor de una pequeña barra móvil.

La página web del signer-instruments, uno de los mayores productores de este tipo de aparato a nivel mundial define el funcionamiento del mismo de la siguiente forma:

*La bobina central es el devanado primario y las externas son los secundarios. Un núcleo ferromagnético de forma cilíndrica, sujeto al objeto cuya posición desea ser medida, se desplaza respecto a las bobinas a lo largo del eje de la barra.*

*Cuando una corriente alterna circula a través del primario, causa un voltaje que es inducido a cada secundario proporcionalmente a la inductancia mutua con el primario. La frecuencia del oscilador que causa la corriente alterna está en el rango de 1 a 10 kHz.*

*A medida que el núcleo se mueve, la inductancia mutua cambia, causando que el voltaje inducido en el secundario cambie. Las bobinas están conectadas en serie pero invertidas, así que el voltaje de salida es la diferencia (por eso es "diferencial") entre los dos voltajes secundarios.*

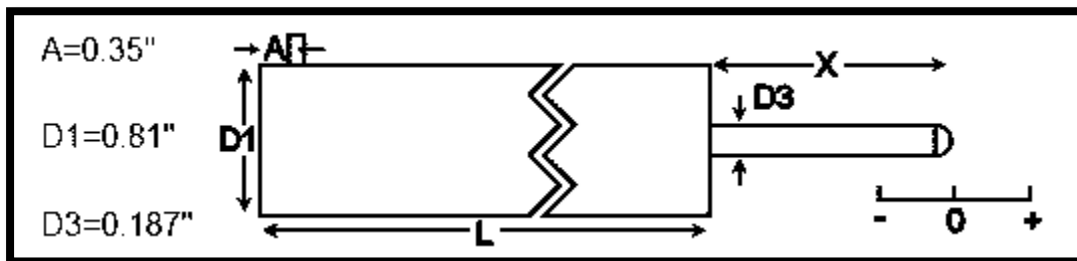
*Cuando el núcleo está en su posición central, se encuentra equidistante a los dos secundarios, los voltajes inducidos son iguales pero de signo opuesto, así que el voltaje de salida es cero.*

La función para este instrumento en las pruebas de carga de este TFG, será para tener la deformación de referencia con que se compara la deflexión estimada con las mediciones de los inclinómetros.



**Figura 2-23. Ejemplo de sensor LVDT**  
Fuente: RDP Group, 2013

Los sensores LVDT utilizados en la prueba de carga son de la marca RDP group, modelo LDC1000A, en la siguiente figura se detallan las medidas de este aparato y en el cuadro posterior algunas características del mismo.



**Figura 2-24. Medidas de sensor LVDT**  
Fuente: RDP Group, 2013

**Cuadro 2-4. Especificaciones del extensómetro LVDT**

<b>Serie</b>	<b>LDC1000A</b>
<b>Sensitividad</b>	90.25mV/mm
<b>Rango</b>	±25mm (±1")
<b>Error lineal</b>	<±0.5/±0.25/±0.1
<b>Largo (L)</b>	8.3"
<b>Extensión (x)</b>	2.5"

### 2.4.5. DEFORMIMETROS

Es un instrumento de medición de dimensiones de capacidad limitada, se utiliza para la comparación de medidas mediante la medición directa, los datos deben ser registrados a mano en la mayoría de los casos.

Está conformado por mecanismos de engranajes o palancas que amplifican el movimiento de la barra, la precisión de este tipo de instrumento es de milésimas de milímetro en muchas ocasiones (depende del fabricante).

La función para este instrumento en las pruebas de carga de este TFG, será para tener la deformación de referencia con que se compara la deflexión estimada con las mediciones de los inclinómetros.



Figura 2-25. Ejemplo de deformimetro digital  
Fuente: Singer-Instruments, 2013

#### 2.4.6. RUIDO ELECTRÓNICO

El ingeniero Salvador Jiménez establece en su TFG que el ruido es un fenómeno universal que tiene una multiplicidad de orígenes desde fuentes acústicas (maquinas, vehículos, parlantes) hasta fuentes eléctricas (líneas de potencia, motores). También puede ser de origen óptico, térmico, magnético, etc. Sea cual sea este último, el término ruido se aplica, en general, para referirse a cualquier cosa indeseable que opaca una señal legítima y que no está directamente relacionada con ella (en cuyo caso se trataría de una distorsión). De hecho, el ruido puede ser, por sí mismo, otra señal, como las distintas formas de interferencia que se producen en los circuitos electrónicos.

El ruido se origina predominantemente en el interior de los propios enlaces de comunicaciones y usualmente es de naturaleza totalmente aleatoria, lo que hace que sea muy difícil de tratar. (Jimenez, 2012)

Se les conoce con el nombre de ruido a todas aquellas señales anómalas o perturbaciones en un sistema de transmisión que provocan que la información no llegue con claridad o se distorsione. Este tipo de señales que no contienen información están compuestas por una mezcla aleatoria de longitudes de onda. En sistemas de comunicación de le asigna el termino ruido a la falta de información en una señal.

En general el ruido eléctrico se define como cualquier energía eléctrica no deseada presente en la pasa-banda útil de un circuito de comunicaciones o en términos físicos como toda fluctuación aleatoria de una magnitud eléctrica, (ya sea corriente, tensión, etc.), que tienda a enmascarar la señal de interés.

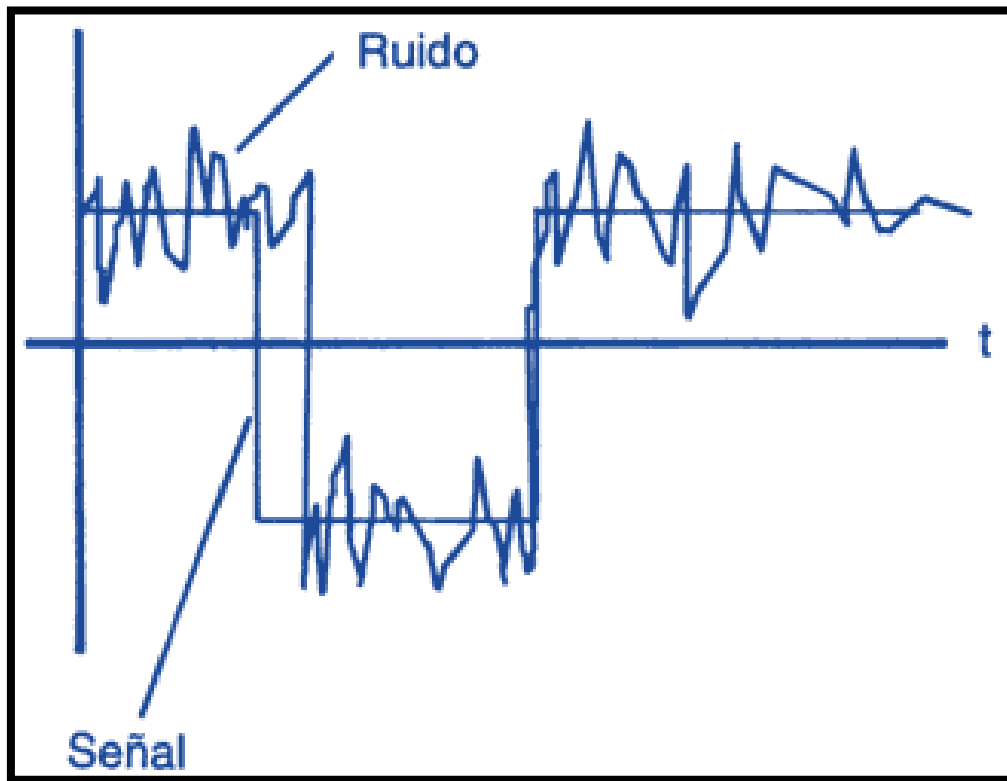
Pese a que, según los fabricantes de los equipos utilizados, el ruido electrónico, es menospreciable, todo equipo eléctrico posee interferencias que pueden afectar las mediciones.

El ruido eléctrico puede ser debido a diversas fuentes de procedencia muy diversa. Estas fuentes de ruido se clasifican en tres categorías:

**Ruido intrínseco.** Fuentes de ruido originadas por fluctuaciones aleatorias en sistemas físicos. Por ejemplo el ruido térmico de los componentes.

**Sistemas eléctricos fabricados por el hombre.** Por ejemplo: motores, interruptores, ordenadores, etc.

**Perturbaciones producidas por agentes naturales.** Por ejemplo: rayos y descargas electrostáticas.



**Figura 2-26. Ejemplo ruido electrónico**  
Fuente: Jiménez, 2012

Fuentes típicas de interferencia según el ingeniero Jiménez son:

- La red eléctrica de potencia, es la principal fuente de interferencia, ya que es omnipresente y que por ella fluyen altos niveles de intensidades.
- Las variaciones de la temperatura, y los gradientes de temperaturas en los sistemas electrónicos tienen una gran influencia sobre todos los dispositivos semiconductores.
- Los golpes y vibraciones mecánicas generan fallos y microinterrupciones en las conexiones y soldaduras deficientes.
- Los motores de explosión, generan una señal disruptiva de alta potencia y con un espectro frecuencial muy amplio en el rango entre 30 y 300 MHz.
- Los sistemas digitales se alimentan mediante intensidades que cambian de forma impulsiva durante los cambios de estado, a la frecuencia del reloj. Su magnitud y

espectro frecuencial es fuertemente dependiente de los tiempos de cambio entre estados.

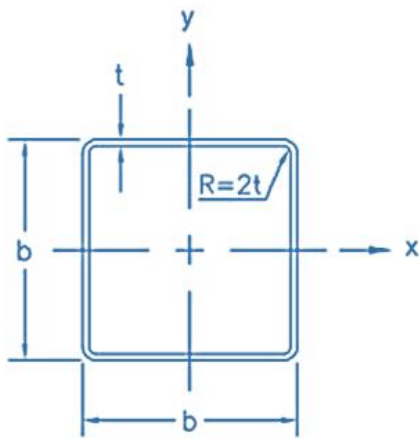
- Los conmutadores de potencia generan impulsos de gran amplitud que son fuente de intensas interferencias. Los conmutadores electrónicos basados en tiristores, y dispositivos electrónicos de conmutación, que se utilizan en el control de motores y fuentes de potencia, son generadores de ruidos de amplio espectro, como consecuencia de la rapidez de sus cambios y del nivel de las intensidades que conmutan.
- Las escobillas de los colectores de los motores eléctricos constituyen unos interruptores mecánicos que operan a gran velocidad, y que generan un ruido con espectro entre 1 y 10 KHz.
- Las descargas de arco que se producen en los sistemas de muy alta tensión, cuando están en mal estado, o cuando la atmósfera en la que operan es húmeda, proporciona un espectro blanco de gran amplitud.
- En las lámparas de descarga, como los tubos fluorescentes o de neón, generan un ruido de interferencia con espectro relevante por encima de 1 MHz. En este caso, un elemento de filtro, como puede ser una inducción que trate de mantener constante la corriente, lo reduce drásticamente.
- Otras fuentes de interferencias habituales son los equipos que operan con espectros frecuenciales muy estrechos, como los generadores de RF magnetrones, equipos de soldadura y cualquier tipo de transmisor.

### 3. CAPÍTULO III. DISEÑO Y CONFIGURACIÓN EXPERIMENTAL EN LABORATORIO E IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO

#### 3.1. ESCOGENCIA DE LA VIGA Y CAPACIDAD DE CARGA

Por disponibilidad de laboratorio se realizó la prueba de carga con una viga metálica con las siguientes características:

Tubería estructural cuadrada en hierro negro y galvanizada 72x72x2,37 de 6m de largo METALCO	
Ancho b(cm)	7.2
Espesor t(cm)	0.237
Área de la sección A(cm <sup>2</sup> )	6.442
Momento de inercia I <sub>x</sub> =I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> )	51.39
Modulo elástico S <sub>x</sub> =S <sub>y</sub> (cm <sup>3</sup> )	14.28
Radio de Giro r <sub>x</sub> =r <sub>y</sub> (cm)	2.82
Acabado y peso H.N. (kg/unidad)	31.385
Límite de fluencia F <sub>y</sub> (mpa)	227mpa≈2314.8kg/cm <sup>2</sup>



##### 3.1.1. DEFLEXIÓN MÁXIMA PERMISIBLE

Las deflexiones transversales de elementos estructurales y sus combinaciones, producidas por cargas de trabajo, no deben exceder los valores máximos permisibles, para el caso un puente, AASHTO, recomienda usar la siguiente relación:

$$\frac{L}{800} = \text{limite de deflexión}$$

Si realizamos el cálculo obtenemos que:

$$\text{limite de deflexión} = \frac{L}{800} = \frac{6m}{800} = 0.0075m = 0.75cm$$



### 3.1.2. CAPACIDAD MÁXIMA POR PANDEO DE PARED EN ELEMENTOS DE PARED DELGADA

El Instituto Americano de Hierro y Metal, AISI por sus siglas en inglés (American Iron and Steel Institute), definen que la capacidad máxima de un elemento en compresión, para pandeo local, si el elemento es de pared delgada es:

$$\frac{1.054}{\sqrt{4}} * \frac{w}{t} * \sqrt{\frac{fn}{E}} = \lambda$$

Donde el esfuerzo de resistencia nominal  $\lambda$  debe ser menor a 0.673 para elementos de pared delgada, por lo tanto con los datos de la ficha técnica de la viga se calcula lo siguiente:

$$\frac{1.054}{\sqrt{4}} * \frac{7.2}{0.237} * \sqrt{\frac{2314.8}{2100000}} = 0.530538 < 0.673 \therefore ok$$

## 3.2. CONFIGURACIÓN DE LA PRUEBA DE CARGA

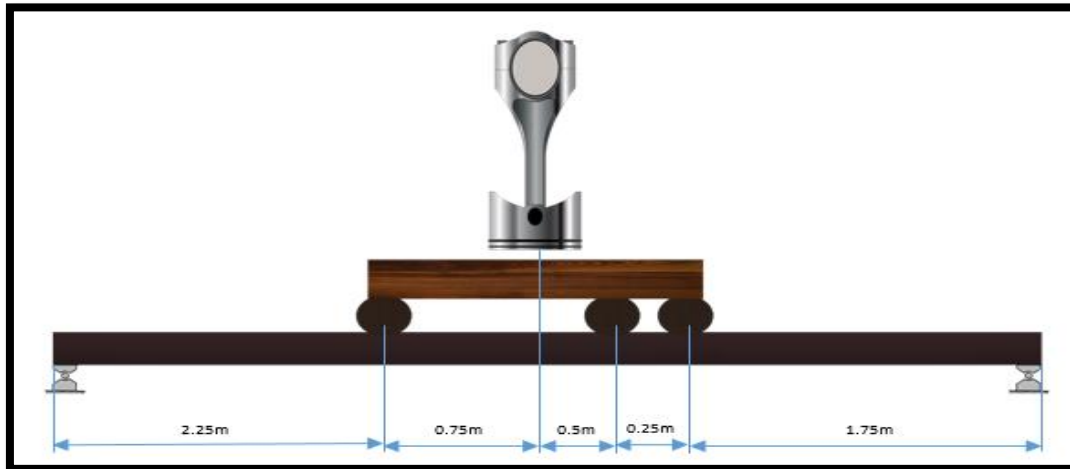
### 3.2.1. CONFIGURACIÓN DEL PISTÓN Y SISTEMA DE CARGA

La prueba de carga se configuró de forma que el sistema de carga imite la fuerza que ejercen las vagonetas sobre un puente simplemente apoyado, tratando de que los resultados sean lo más aproximados a la realidad posible, la prueba de laboratorio no busca emular o reproducir ningún puente en particular a escala por lo que no se utilizan criterios específicos para definir el espaciamiento ni la magnitud de las cargas, la prueba se enfoca en estudiar la validez del método propuesto para estimar la curva de deflexión de una viga a partir de medidas de rotación a partir de mediciones de rotación dadas por inclinómetros.

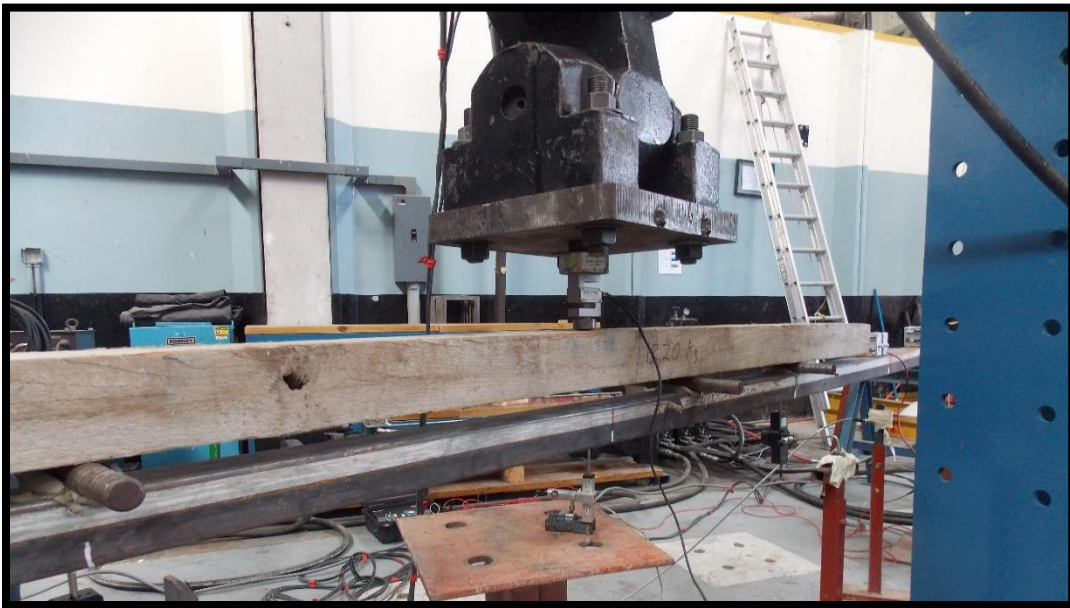
Se colocó la viga sobre dos apoyos simples (un par de burras del laboratorio) sobre los extremos de la viga, simulando una viga simplemente apoyada, se colocaron sobre la viga metálica 3 tubos (de peso despreciable para nuestro experimento), simulando los apoyos de la viga de madera (con un peso de 18,2kg), sobre dicha viga se coloca el pistón hidráulico el cual es el encargado de transmitir las cargas a nuestra viga metálica.

Cabe resaltar que para el experimento de laboratorio, se desprecia el peso de la viga metálica, tubos y viga de madera, considerando el peso del sistema como el peso propio total, la deformación que ejerce este peso propio, fue tomada como el punto de origen de medición para la prueba de carga.

En las siguientes figuras se puede apreciar el sistema tanto en boceto, como una imagen de la prueba de carga real.



**Figura 3-1. Configuración de la prueba de carga en boceto**



**Figura 3-2. Configuración de la prueba de carga real**

### 3.2.2. CONFIGURACIÓN DEL EQUIPO LASER, LVDT Y DEFORMIMETROS

Los equipos de laboratorio utilizados fueron ampliamente descritos en la sección de marco teórico, a continuación se muestra como fueron colocados en la prueba de carga con el fin de obtener las mediciones reales de deformación, como se puede observar en la figura, fueron distribuidos cada 75cm, tratando de tener puntos de medición a lo largo de toda la viga.

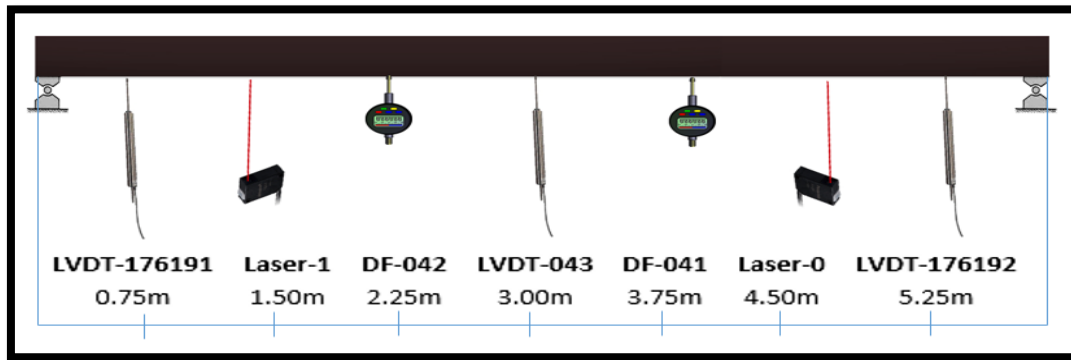


Figura 3-3. Configuración del equipo utilizado

### 3.2.3. CONFIGURACIONES DE LOS INCLINÓMETROS

Se presenta a continuación las configuraciones de inclinómetros analizadas en este trabajo final de graduación, cabe resaltar que las siguientes figuras no se encuentran a escala, solo pretenden ilustrar la forma en las que los inclinómetros fueron colocados desde el punto de origen definido al extremo izquierdo de la viga.

#### 3.2.3.1. CONFIGURACIÓN 1

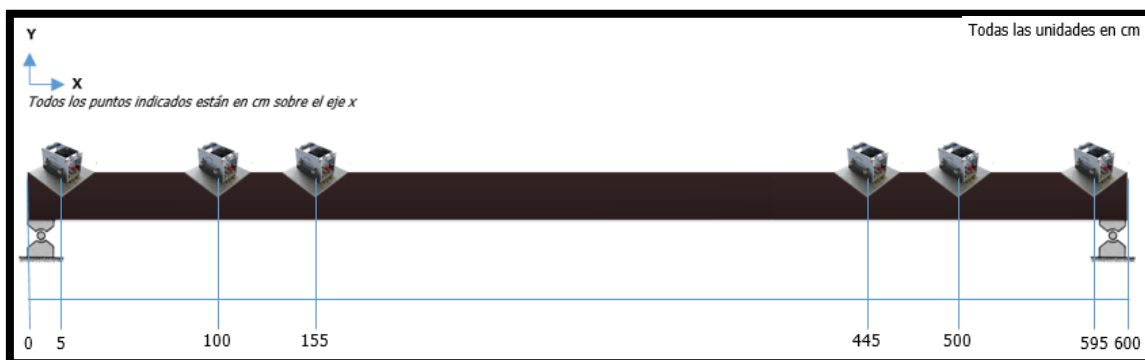


Figura 3-4. Configuración 1

### 3.2.3.2. CONFIGURACIÓN 2

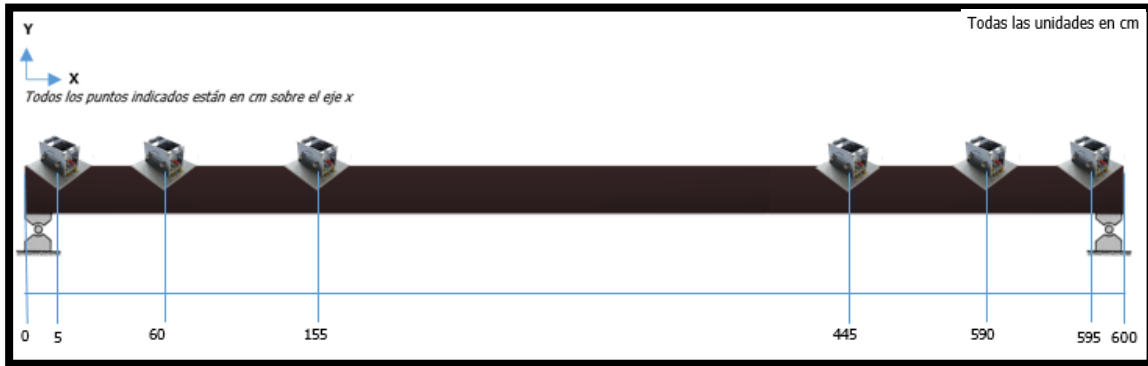


Figura 3-5. Configuración 2

### 3.2.3.3. CONFIGURACIÓN 3

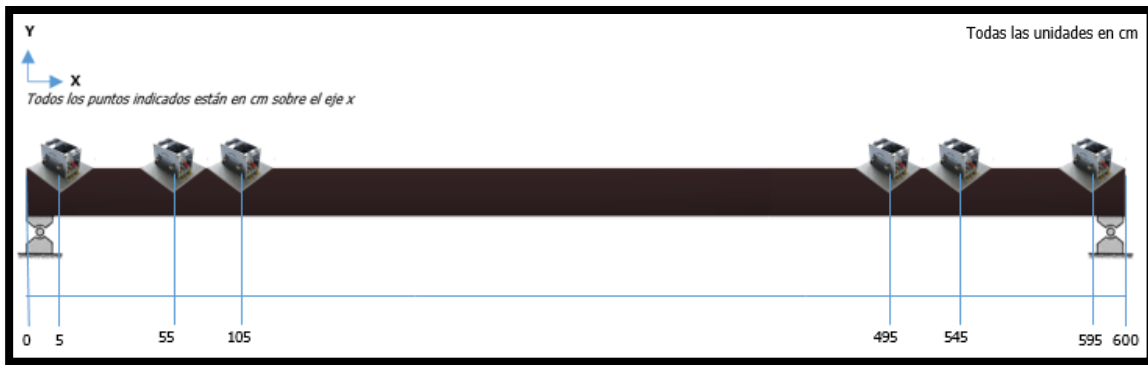


Figura 3-6. Configuración 3

### 3.2.3.4. CONFIGURACIÓN 4

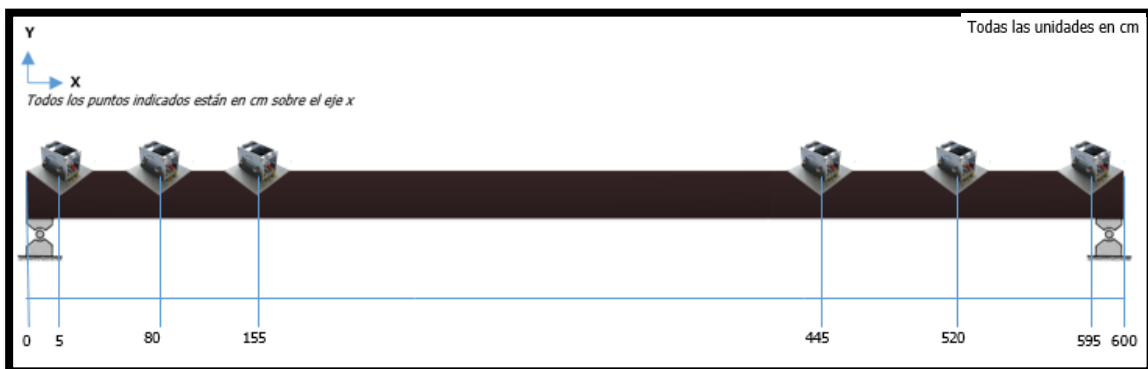


Figura 3-7. Configuración 4

### 3.2.3.5. CONFIGURACIÓN 5

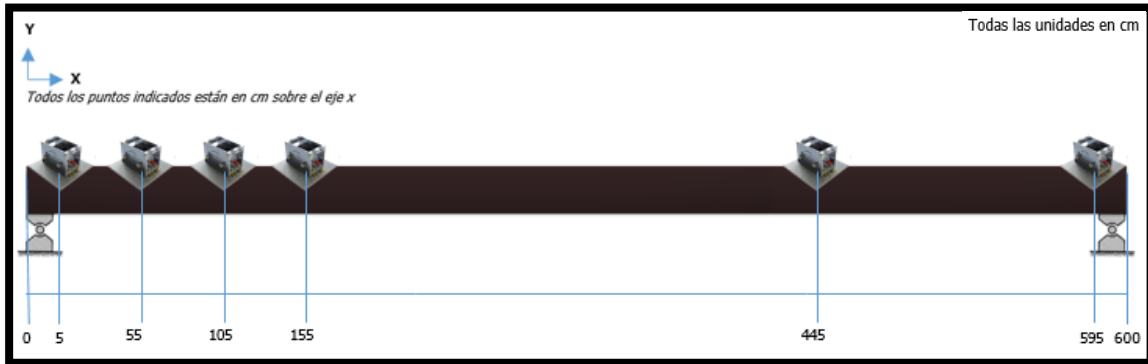


Figura 3-8. Configuración 5

### 3.2.3.6. CONFIGURACIÓN 6

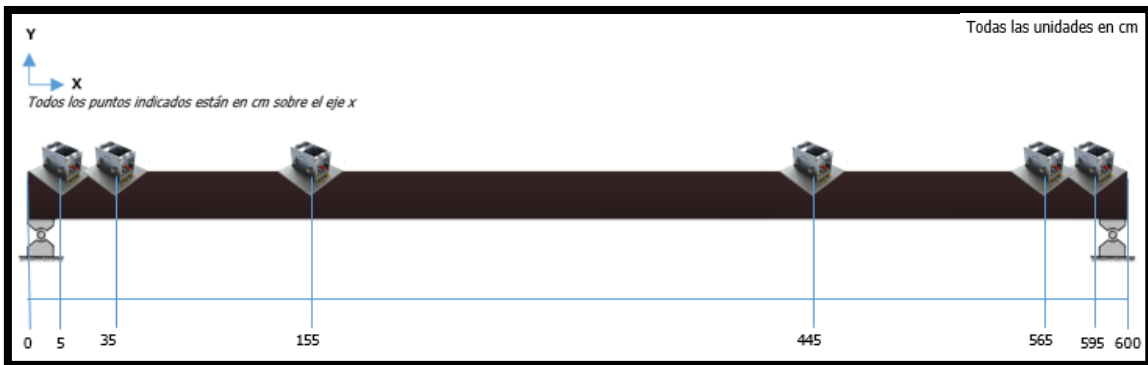


Figura 3-9. Configuración 6

### 3.2.3.7. CONFIGURACIÓN 7

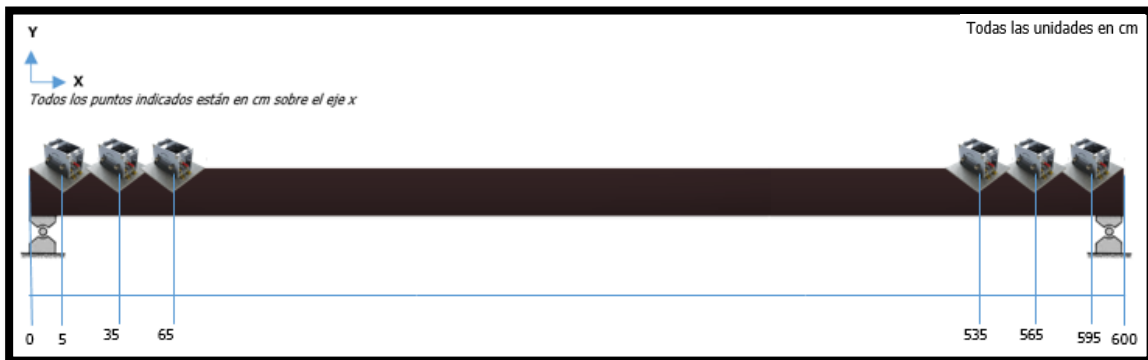


Figura 3-10. Configuración 7

### 3.2.3.8. CONFIGURACIÓN 8

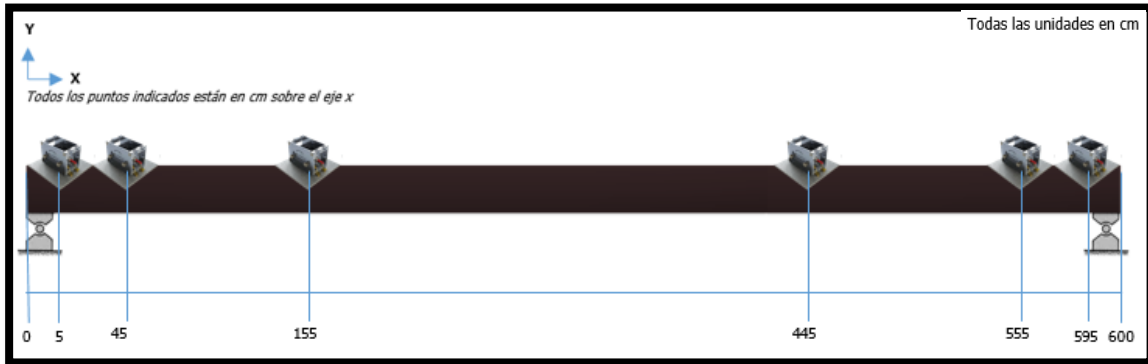


Figura 3-11. Configuración 8

### 3.2.3.9. CONFIGURACIÓN 9

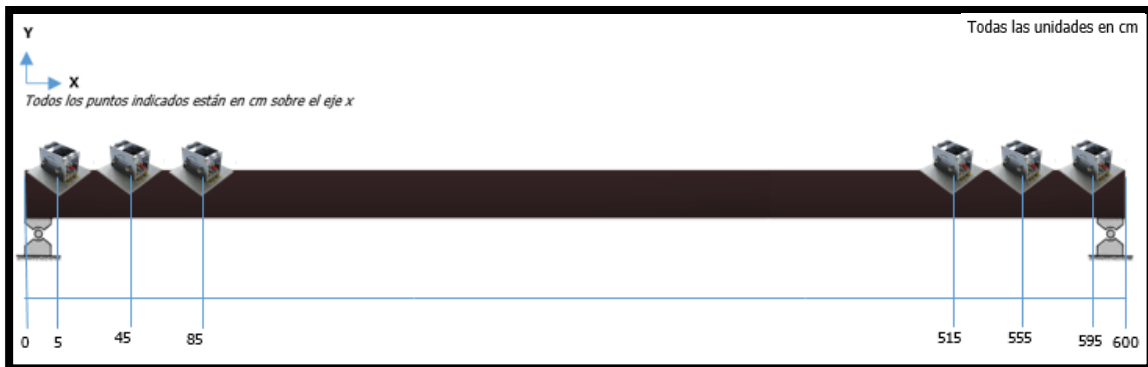


Figura 3-12. Configuración 9

### 3.2.3.10. CONFIGURACIÓN 10

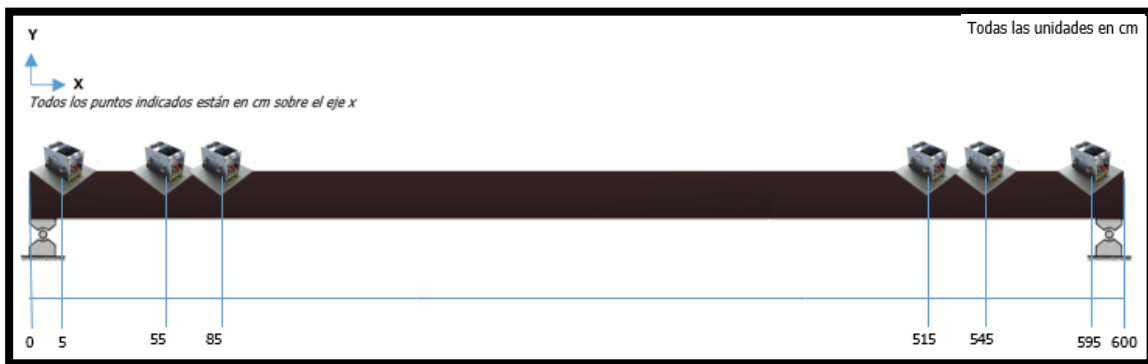


Figura 3-13. Configuración 10

### 3.2.3.11. CONFIGURACIÓN 11

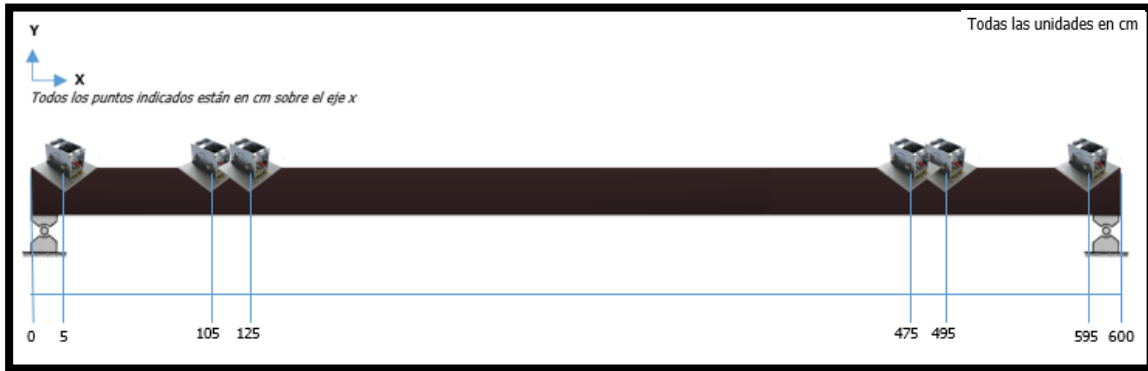


Figura 3-14. Configuración 11

### 3.2.3.12. CONFIGURACIÓN 12

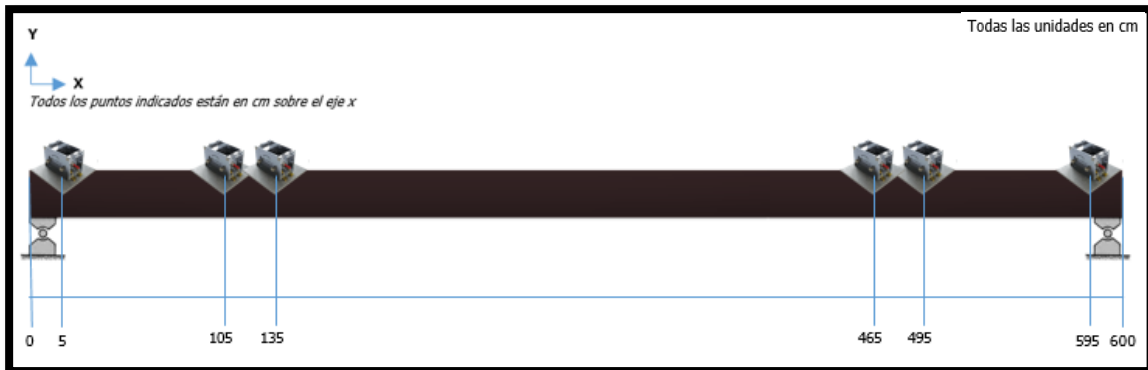


Figura 3-15. Configuración 12

### 3.2.3.13. CONFIGURACIÓN 13

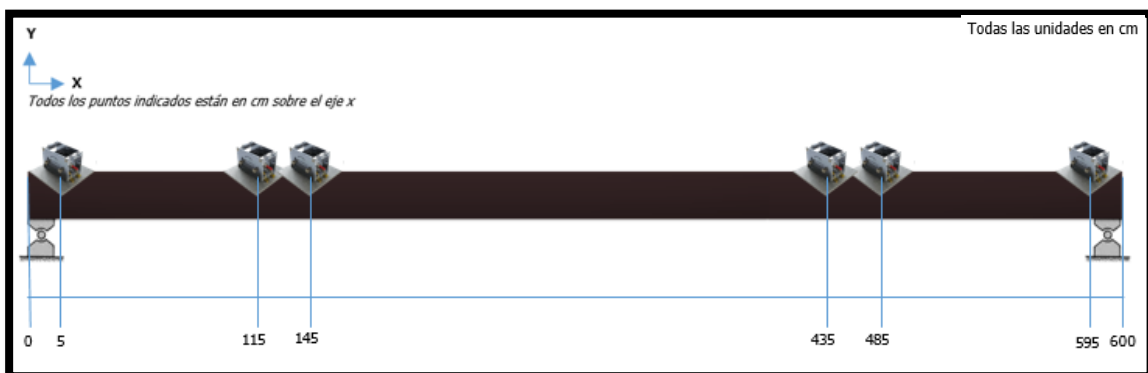
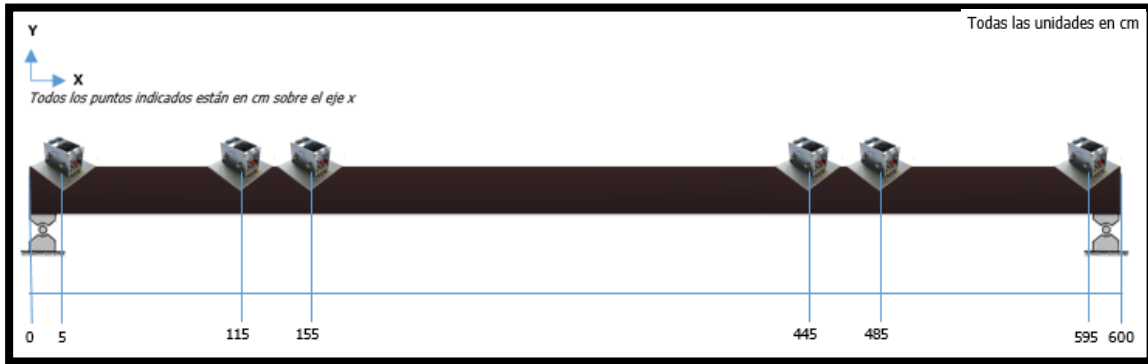
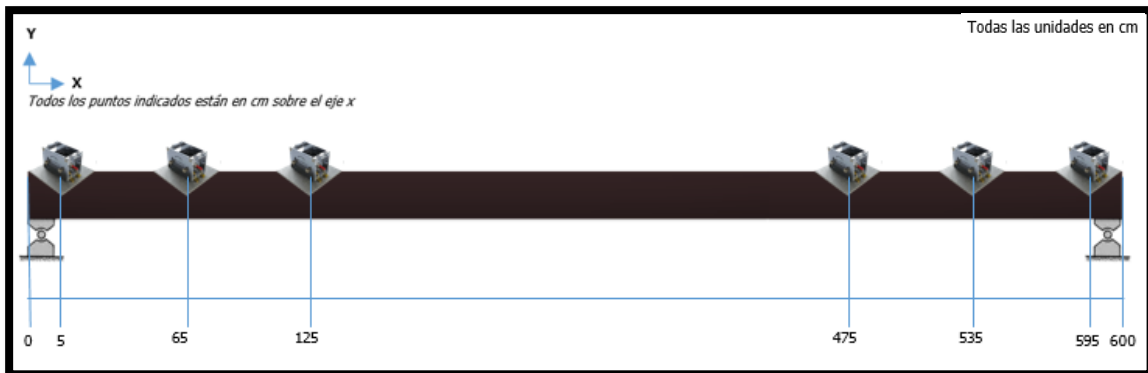


Figura 3-16. Configuración 13

**3.2.3.14. CONFIGURACIÓN 14****Figura 3-17. Configuración 14****3.2.3.15. CONFIGURACIÓN 15****Figura 3-18. Configuración 15**



### 3.3. CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN Y SU DESARROLLO MATEMÁTICO

#### 3.3.1. PLANTEO MATEMÁTICO

Sabemos que la curva de deformación de una viga está dada por un polinomio de grado  $n$ , para el cual la podemos decir que tiene la siguiente forma:

$$y(x) = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$$

Donde

$a_n$  = coeficientes del polinomio

$n$  = grado del polinomio

$x$  = posición en el eje  $x$

$y$  = deformación en el punto  $x$

Si tomamos en cuenta que el código se programa para una puente tipo viga simplemente apoyado, tenemos dos condiciones de borde, en cero la deformación es cero y en  $L$  (largo de la viga) la deformación es cero.

$$y(0) = 0 \rightarrow a_0 = 0$$

$$y(L) = 0 \rightarrow y = a_1L^1 + a_2L^2 + a_3L^3 + \dots + a_nL^n = 0$$

Ahora, tomando en cuenta la condición ingenieril que dice que tangente de un ángulo puede aproximarse por el ángulo mismo, para ángulos pequeños tenemos que:

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta \approx \theta$$

$$\rightarrow \theta_{teom} = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots + n a_nx^{n-1}$$

Ahora bien, tratando de minimizar el error, hacemos uso de los mínimos cuadrados para obtener los coeficientes del polinomio, tomando en cuenta que los inclinómetros nos dan ángulos reales.

$$MIN = \begin{pmatrix} \theta_{real_1} \\ \theta_{real_2} \\ \theta_{real_3} \\ \vdots \\ \theta_{real_m} \\ y_{real} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \theta_{teo_1} \\ \theta_{teo_2} \\ \theta_{teo_3} \\ \vdots \\ \theta_{teo_m} \\ y_{teo} \end{pmatrix}$$

$$MIN = \begin{pmatrix} \theta_{real_1} \\ \theta_{real_2} \\ \theta_{real_3} \\ \theta_{real_4} \\ \vdots \\ \theta_{real_m} \\ y_{real} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2x_1 & 3x_1^2 & \dots & nx_1^{n-1} \\ 1 & 2x_2 & 3x_2^2 & \dots & nx_2^{n-1} \\ 1 & 2x_3 & 3x_3^2 & \dots & nx_3^{n-1} \\ 1 & 2x_4 & 3x_4^2 & \dots & nx_4^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2x_m & 3x_m^2 & \dots & nx_m^{n-1} \\ L & L^2 & L^3 & \dots & L^n \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$$

Utilizando la función de pseudoinversa de MATLAB podemos calcular los coeficientes del nuestro polinomio:

$$\rightarrow = \rho_{pseudoINV} \begin{pmatrix} 1 & 2x_1 & 3x_1^2 & \dots & nx_1^{n-1} \\ 1 & 2x_2 & 3x_2^2 & \dots & nx_2^{n-1} \\ 1 & 2x_3 & 3x_3^2 & \dots & nx_3^{n-1} \\ 1 & 2x_4 & 3x_4^2 & \dots & nx_4^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2x_m & 3x_m^2 & \dots & nx_m^{n-1} \\ L & L^2 & L^3 & \dots & L^n \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \theta_{real_1} \\ \theta_{real_2} \\ \theta_{real_3} \\ \theta_{real_4} \\ \vdots \\ \theta_{real_m} \\ y_{real} \end{pmatrix}$$

Obteniendo la curva de deformación de nuestro puente o viga, simplemente apoyado.

$$y(x_i) = a_1x_i^1 + a_2x_i^2 + a_3x_i^3 + \dots + a_nx_i^n$$

Es importante mencionar que este método permite obtener una curva de grado  $n$ , siendo  $n-1$  la cantidad de inclinómetros utilizados, es decir, que como se poseen y se utilizaron 6 inclinómetros, podemos obtener una curva de hasta grado 7. Es sabido que interpolar con polinomios de grados altos (generalmente mayores que 3 o 4), puede ocasionar problemas de oscilación grande, sin embargo, se deseaba explorar el problema en su caso más crítico.

### 3.3.2. CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN

```

function[] = metodoF(m) %método con mínimos cuadrados
for k = 1:6
    v{k} = [mean(m(:,k))]; %saca la media del segmento "recto" de los datos
    t(k) = v{k}*(pi/180); %conversión a grados
end
%DATOS QUE SE DEBEN INTRODUCIR A MANO
x = [.05;1;1.55;4.45;5;5.95]; %posición de los inclinómetros en metros
L=6; %largo del puente en metros
Xreal = [0.75 2*0.75 3*0.75 4*0.75 5*0.75 6*0.75 7*0.75] %posición x del equipo lvdt y laser
Yreal = [2.4038 4.8358 6.092 6.690 5.990 4.7428 2.4656] %posición y del equipo lvdt y laser
max=6; %grado máximo de la matriz
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%en la columna 1 pone 1s hasta la posición 6
matriz(:,1)=[1;1;1;1;1;1];
%se llena la última fila
for g=1:max+1
    matriz(7,g) = L^g;
end
%se llena el resto de la matriz
for j =2:max+1
for m=1:6
    matriz(m,j) = j*x(m)^(j-1);
end
end
%devuelve la matriz
M=matriz();
c = [(t(:,1:3)');(t(:,4:6)')];
a= pinv(M)*c;

k=0:0.001:L;
for j=1:max+1;
for i=1:length (k);

```

```

    nmat(i,j)=(k(i))^j;
end
end

for i=1:length(k)
    Y(i)=dot(nmat(i,:),a);
end

plot (0:0.001:L,Y,'g','linewidth',1.5)

hold on
plot([Xreal],[-Yreal/1000],'r*','linewidth',1.5)

for j=1:max+1;
for i=1:length (Xreal);
    nnmat(i,j)=(Xreal(i))^j;
end
end

for i=1:length (Xreal)
    Yex(i)=dot(nnmat(i,:),a);
end

Yaprox= -Yex*1000 %se multiplica por mil y negativo para poder calcular el error en milímetros
for s=1:length(Yreal);
    error(s)= (abs(Yaprox(s)-Yreal(s))/(Yreal(s)))*100; %cálculo del porcentaje de error de cada punto
end
Porcentaje_Error=error
end

```

## 4. CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 4.1. RESULTADOS DIRECTOS OBTENIDOS DE LA PRUEBA DE CARGA EN LABORATORIO

Todos los resultados presentados y analizados a partir de este punto, fueron tomados en los puntos donde se tienen datos reales, es decir los medidos por el equipo de láser, lvdt y deformímetros.

**Cuadro 4-1. Posiciones de análisis equipo de medición directa**

Equipo	LVDT-176191	Laser-1	DF-042	LVDT-043	DF-041	Laser-0	LVDT-176192
Posición sobre eje x (m)	0.75	1.50	2.25	3.00	3.75	4.50	5.25
Nombre	Posición 1	Posición 2	Posición 3	Posición 4	Posición 5	Posición 6	Posición 7

Se presentan a continuación los datos obtenidos de la prueba de carga en laboratorio, los cuales detallan la información del equipo de medición directa, como los datos obtenidos luego de procesar la información de los inclinómetros por el software programado.

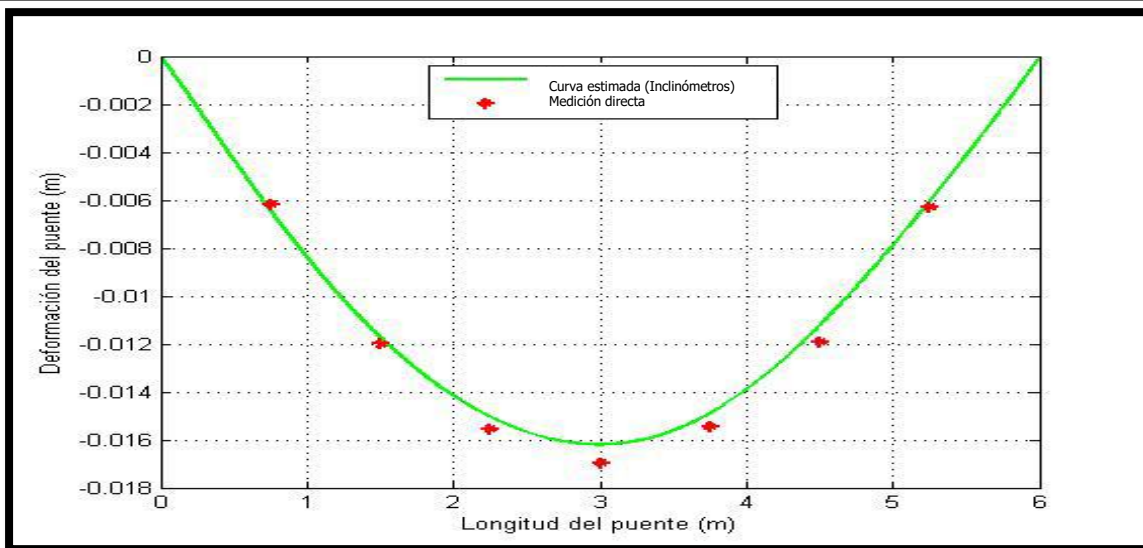
Se presenta una curva de deflexión por configuración a manera de ejemplo, el resto de las curvas puede ser consultado en la sección de anexos. Aleatoriamente se muestran las curvas correspondientes a la carga aplicada de 500N en todas las configuraciones para que el lector sea capaz de comparar cada curva con la otra.

**Cuadro 4-2. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 1**  
**Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)**

Configuración 1 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	1.1758	2.4087	3.026	3.33	2.936	2.3589	1.2227
200 N	2.4038	4.8358	6.092	6.69	5.99	4.7428	2.4656
300 N	3.64	7.021	9.216	10.09	9.094	7.0602	3.7192
400 N	4.8795	9.5658	12.326	13.47	12.218	9.3841	4.9712
500 N	6.17	11.9849	15.548	16.96	15.45	11.8969	6.2911
600 N	7.3376	14.2443	18.508	20.15	18.394	14.1149	7.4794
700 N	8.5838	16.5494	21.568	23.5	21.558	16.5422	8.7721
800 N	9.798	18.8532	24.734	26.82	24.612	18.7085	10.0094
900 N	11.0469	21.2421	27.88	30.26	27.746	20.9691	11.2474
1000 N	12.2634	23.5924	30.936	33.58	30.796	23.1593	12.4712

Datos obtenidos del software (inclinómetros)							
Configuración 1 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	1.3553	2.4366	3.0509	3.1724	2.8058	2.044	1.0882
200 N	2.6922	4.8525	6.1054	6.4023	5.7134	4.1834	2.2215
300 N	3.9623	7.1775	9.0964	9.6196	8.6745	6.4275	3.4309
400 N	5.1646	9.3947	11.9905	12.7895	11.6443	8.7063	4.6533
500 N	6.4306	11.7234	15.0431	16.1858	14.8897	11.2307	6.0049
600 N	7.5307	13.7366	17.7044	19.1963	17.7978	13.4856	7.1989
700 N	8.6812	15.8514	20.5217	22.4142	20.9325	15.9269	8.4871
800 N	9.7751	17.8554	23.2015	25.5206	24.0116	18.3525	9.7655
900 N	10.8552	19.8494	25.8868	28.6626	27.1345	20.7972	11.0567
1000 N	11.8517	21.6836	28.3883	31.6487	30.1469	23.1635	12.2926



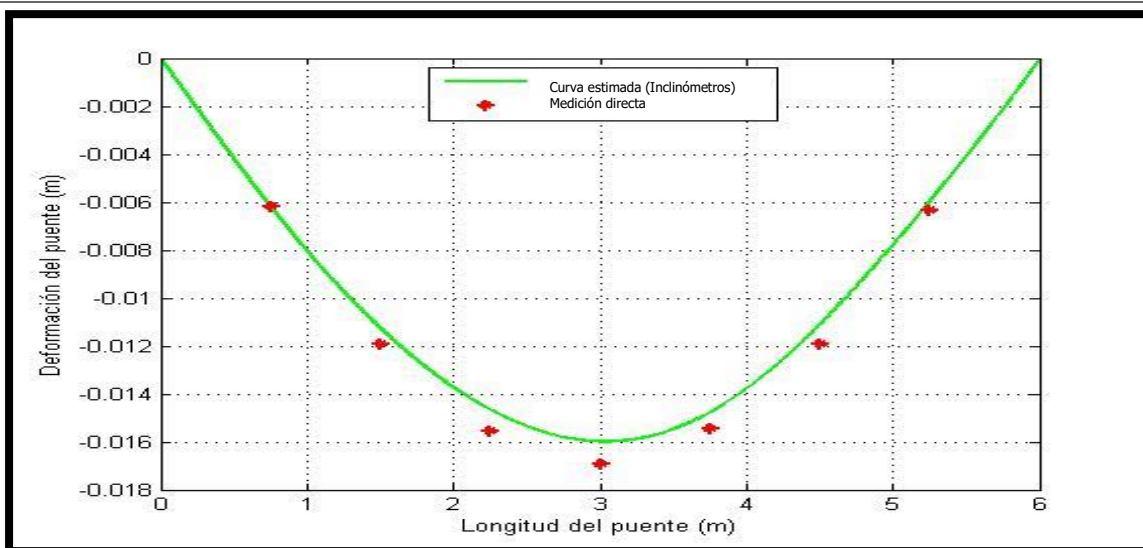
**Figura 4-1. Curva de deformación configuración 1 carga 500 N**

**Cuadro 4-3. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 2**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 2 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	1.183	2.338	2.998	3.31	2.928	2.361	1.2273
<b>200 N</b>	2.4468	4.8138	6.166	6.77	6.072	4.8467	2.5234
<b>300 N</b>	3.646	7.114	9.176	10.04	9.092	7.006	3.7434
<b>400 N</b>	4.9216	9.6011	12.39	13.53	12.306	9.4887	5.0382
<b>500 N</b>	6.1656	11.9158	15.528	16.925	15.454	11.9064	6.3202
<b>600 N</b>	7.4882	14.4365	18.868	20.53	18.772	14.3821	7.6743
<b>700 N</b>	8.6233	16.5949	21.752	23.63	21.662	16.5975	8.8223
<b>800 N</b>	9.8021	18.7924	24.738	26.84	24.63	18.7644	10.0184
<b>900 N</b>	11.0613	21.2252	27.912	30.29	27.784	21.0579	11.2872
<b>1000 N</b>	12.3271	23.6724	31.08	33.74	30.936	23.3363	12.5452

<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 2 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	1.2881	2.3107	2.9252	3.0349	2.6083	1.8091	0.9525
<b>200 N</b>	2.5883	4.6596	5.9611	6.3295	5.6429	4.0796	2.1547
<b>300 N</b>	3.7918	6.8634	8.8331	9.458	8.5452	6.287	3.3438
<b>400 N</b>	5.0101	9.1184	11.8183	12.77	11.6755	8.7006	4.637
<b>500 N</b>	6.1692	11.2523	14.6589	15.9766	14.7677	11.1173	5.9331
<b>600 N</b>	7.3666	13.4489	17.6302	19.409	18.1273	13.7411	7.3249
<b>700 N</b>	8.3667	15.2864	20.132	22.3334	21.0266	16.0236	8.5256
<b>800 N</b>	9.3695	17.128	22.6527	25.3113	24.003	18.3722	9.765
<b>900 N</b>	10.3807	18.9974	25.2462	28.4352	27.1712	20.8858	11.0969
<b>1000 N</b>	11.3522	20.776	27.7348	31.4962	30.3314	23.4075	12.4181

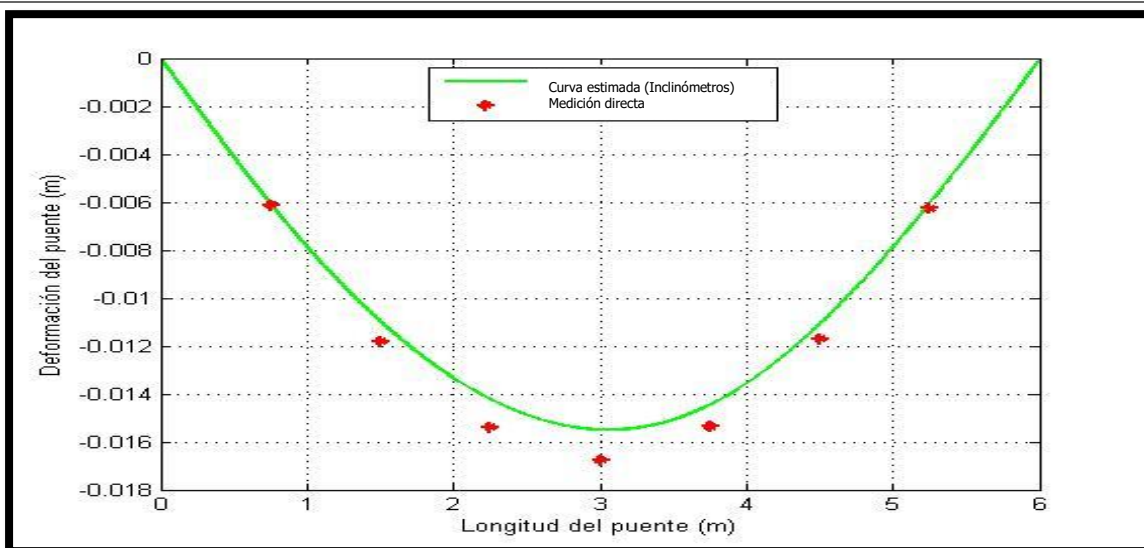
**Figura 4-2. Curva de deformación configuración 2 carga 500 N**

**Cuadro 4-4. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 3**

Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)							
Configuración 3 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	1.2016	2.3534	3.052	3.37	3.03	2.4091	1.256
200 N	2.468	4.8367	6.194	6.82	6.174	4.7992	2.5299
300 N	3.6637	6.9697	9.184	10.11	9.126	7.1142	3.7658
400 N	5.0164	9.6734	12.612	13.81	12.59	9.5964	5.1358
500 N	6.1128	11.7972	15.378	16.77	15.35	11.7038	6.257
600 N	7.398	14.2487	18.634	20.269	18.592	14.2177	7.5677
700 N	8.61	16.4894	21.698	23.57	21.664	16.5377	8.8055
800 N	9.8304	18.9182	25.048	27.11	25.078	18.964	10.0348
900 N	11.0525	21.1479	27.886	30.22	27.814	21.0739	11.2768
1000 N	12.2782	23.4459	30.946	33.57	30.862	23.2899	12.4937

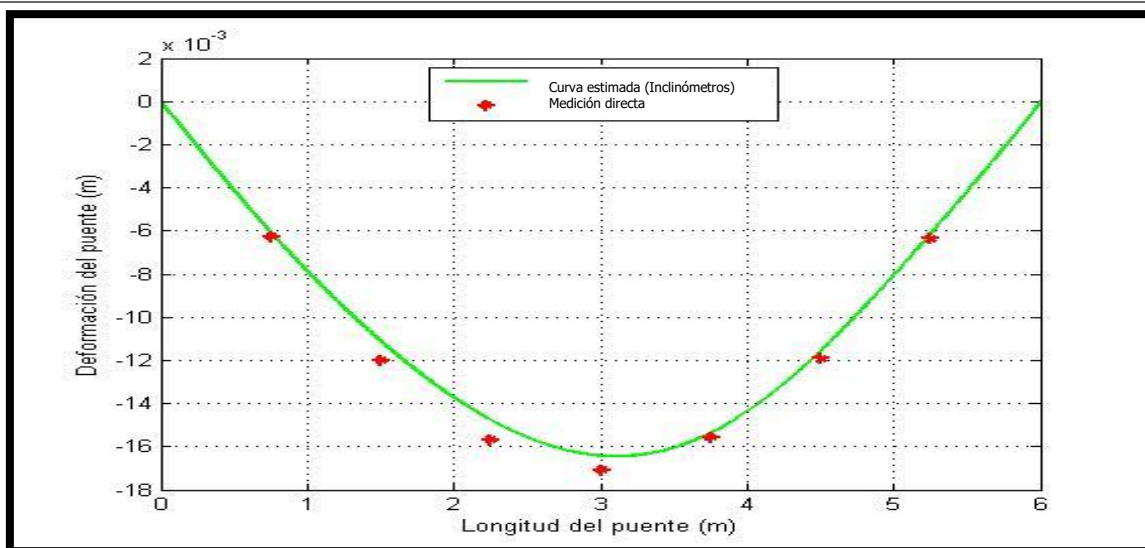
Datos obtenidos del software (inclinómetros)							
Configuración 3 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	1.2577	2.2455	2.7851	2.8276	2.474	1.8718	1.08
200 N	2.557	4.5547	5.7606	6.0914	5.5222	4.168	2.2922
300 N	3.7365	6.71	8.5906	9.2078	8.4378	6.3899	3.4823
400 N	5.0302	9.0894	11.7267	12.6931	11.7537	8.9667	4.8681
500 N	6.0557	10.9735	14.2201	15.4892	14.4488	11.0932	6.0258
600 N	7.1783	13.0812	17.079	18.7342	17.5826	13.563	7.3692
700 N	8.2412	15.0551	19.7312	21.7567	20.5436	15.9323	8.6622
800 N	9.2726	16.9714	22.3427	24.7977	23.5639	18.3436	9.9635
900 N	10.2173	18.7587	24.8661	27.8251	26.6041	20.7516	11.2468
1000 N	11.1831	20.5591	27.3531	30.8076	29.6498	23.2161	12.5755

**Figura 4-3. Curva de deformación configuración 3 carga 500 N**



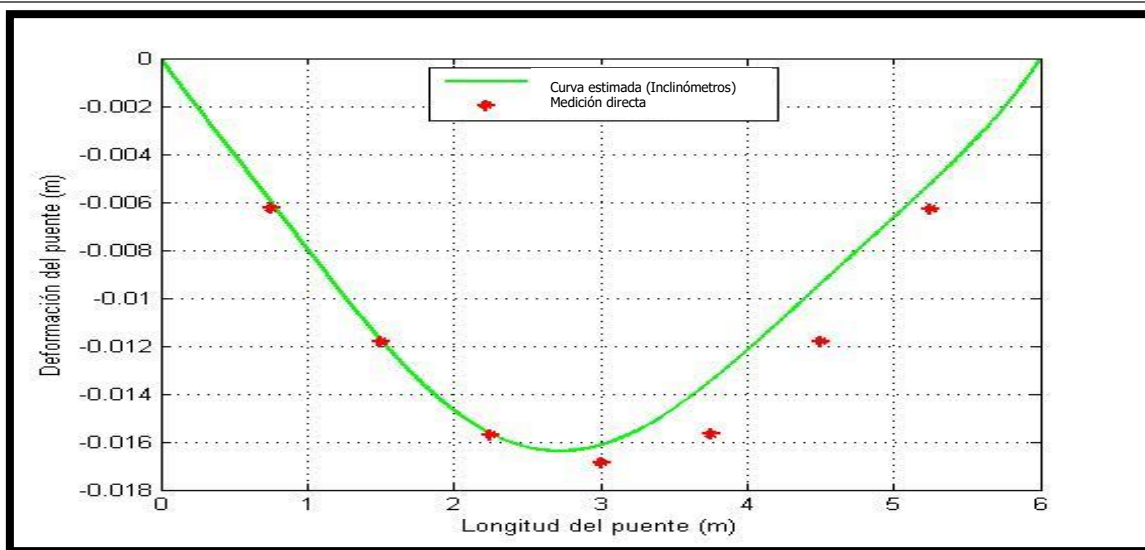
**Cuadro 4-5. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 4**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 4 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	1.18	2.2721	2.95	3.25	2.852	2.3048	1.1752
<b>200 N</b>	2.4988	4.7479	6.204	6.82	6.1	4.7475	2.537
<b>300 N</b>	3.7357	7.044	9.314	10.21	9.192	7.1631	3.7832
<b>400 N</b>	5.0332	9.5827	12.528	13.68	12.422	9.541	5.1155
<b>500 N</b>	6.258	11.9785	15.678	17.09	15.574	11.9065	6.3552
<b>600 N</b>	7.3945	14.1137	18.566	20.16	18.45	14.1713	7.5137
<b>700 N</b>	8.647	16.4861	21.734	23.57	21.614	16.4889	8.8046
<b>800 N</b>	9.9059	18.8776	24.904	27	24.764	18.8531	10.0804
<b>900 N</b>	11.0473	21.055	27.792	30.13	27.363	20.9774	11.2253
<b>1000 N</b>	12.3986	23.5729	31.164	33.79	30.992	23.4303	12.576
<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 4 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	1.2207	2.2347	2.939	3.196	2.8897	2.088	1.0729
<b>200 N</b>	2.5538	4.646	6.0841	6.6363	6.0631	4.4489	2.315
<b>300 N</b>	3.7699	6.8657	9.0023	9.8544	9.065	6.7158	3.5203
<b>400 N</b>	4.9522	9.051	11.9399	13.1647	12.2144	9.1337	4.8054
<b>500 N</b>	6.0496	11.1023	14.7633	16.4173	15.364	11.5844	6.114
<b>600 N</b>	7.0569	12.9735	17.3214	19.3746	18.237	13.8039	7.2832
<b>700 N</b>	8.1343	14.97	20.0815	22.6221	21.4427	16.3018	8.5909
<b>800 N</b>	9.1599	16.8881	22.7761	25.842	24.6586	18.8271	9.9183
<b>900 N</b>	10.0348	18.5268	25.1032	28.6687	27.506	21.0552	11.0893
<b>1000 N</b>	11.0592	20.4435	27.8449	32.0462	30.9516	23.7655	12.5015

**Figura 4-4. Curva de deformación configuración 4 carga 500 N**

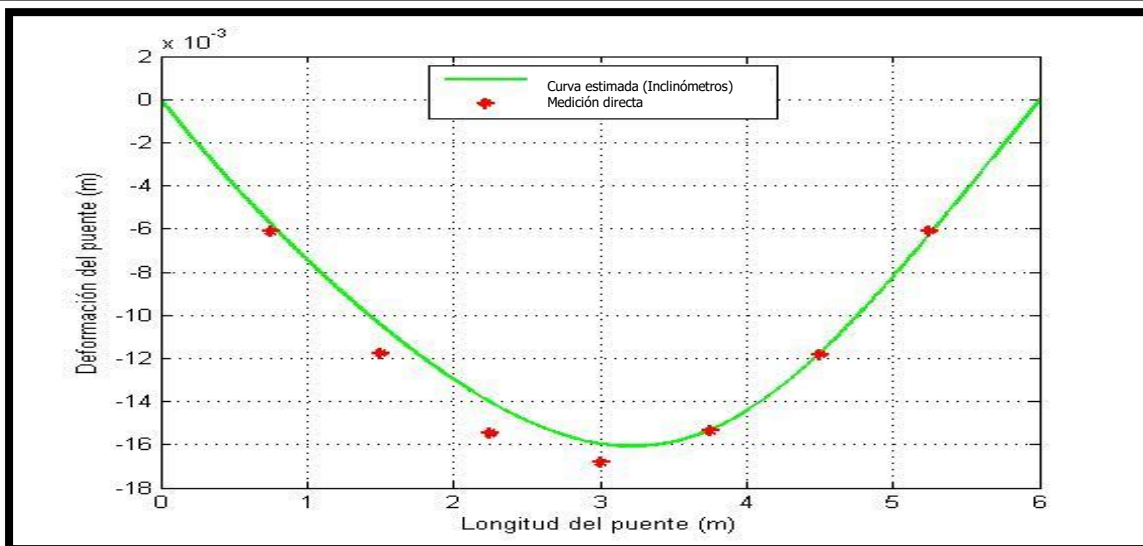
**Cuadro 4-6. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 5**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 5 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
100 N	1.2245	2.2538	3.13	3.31	3.108	2.4151	1.2393
200 N	2.4811	4.6765	6.266	6.77	6.242	4.7427	2.5017
300 N	3.6877	6.8654	9.32	9.97	9.29	7.0719	3.7051
400 N	5.2606	9.9234	13.24	14.27	13.194	9.9995	5.3072
500 N	6.2508	11.8255	15.702	16.87	15.676	11.7996	6.2946
600 N	7.6132	14.3834	19.184	20.61	19.118	14.3557	7.6915
700 N	8.7598	16.6215	22.062	23.77	22	16.5417	8.8622
800 N	9.9058	18.7039	24.945	26.91	24.902	18.6629	10.0216
900 N	11.2566	21.342	28.356	30.57	28.274	21.183	11.3729
1000 N	12.4623	23.5817	31.342	33.85	31.252	23.3982	12.5604
<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 5 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
100 N	1.3432	2.5553	3.3784	3.6921	3.5114	2.8122	1.5208
200 N	2.6388	5.0379	6.6498	7.1561	6.587	5.0837	2.7455
300 N	3.7383	7.2694	9.6498	10.1144	8.843	6.5261	3.5974
400 N	5.1374	10.05	13.3726	13.8836	11.8446	8.4846	4.6949
500 N	5.97	11.7358	15.656	16.1275	13.4815	9.4252	5.2467
600 N	7.0773	14.0068	18.7276	19.0804	15.5099	10.469	5.879
700 N	7.9702	15.8322	21.201	21.4218	17.0144	11.1127	6.2702
800 N	8.8128	17.5832	23.5732	23.589	18.2472	11.4676	6.5256
900 N	9.7615	19.5545	26.2387	26.0249	19.6088	11.8056	6.7837
1000 N	10.5632	21.2282	28.5177	28.1134	20.7785	12.0976	6.9955

**Figura 4-5. Curva de deformación configuración 5 carga 500 N**

**Cuadro 4-7. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 6**

Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)							
Configuración 6 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	1.1938	2.3699	3.088	3.41	3.014	2.4854	1.1887
200 N	2.4232	4.7381	6.146	6.76	6.082	4.8112	2.4478
300 N	3.6971	7.0334	9.366	10.26	9.276	7.2713	3.9328
400 N	4.9045	9.5683	12.404	13.54	12.316	9.4688	4.9179
500 N	6.112	11.7468	15.468	16.83	15.358	11.8262	6.0992
600 N	7.3212	14.1491	18.638	20.2	18.542	14.2439	7.362
700 N	8.5618	16.4811	21.704	23.51	21.586	16.5661	8.5729
800 N	9.8246	18.7836	24.874	26.93	24.752	18.8809	9.7987
900 N	11.1393	21.2612	28.162	30.47	28.01	21.2608	11.1318
1000 N	12.2428	23.3333	30.952	33.5	30.784	23.3126	12.2465
Datos obtenidos del software (inclinómetros)							
Configuración 6 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	1.2482	2.2298	2.935	3.2556	3.0192	2.2233	1.1453
200 N	1.5506	2.8157	4.6096	5.9836	5.9929	4.5473	2.3595
300 N	3.5197	6.3275	8.518	9.6821	9.2183	6.9946	3.6715
400 N	4.5736	8.2632	11.1761	12.7645	12.2339	9.3624	4.9354
500 N	5.7624	10.4386	14.0268	15.9558	15.3119	11.7735	6.2223
600 N	6.8226	12.4013	16.7576	19.1918	18.5425	14.3353	7.5827
700 N	7.8059	14.2078	19.3145	22.2948	21.6921	16.8408	8.8975
800 N	8.7861	16.0294	21.9132	25.4675	24.9293	19.4305	10.2664
900 N	9.7424	17.8068	24.4995	28.7138	28.3011	22.1349	11.6953
1000 N	10.4674	19.1647	26.5725	31.4155	31.1563	24.4286	12.8936

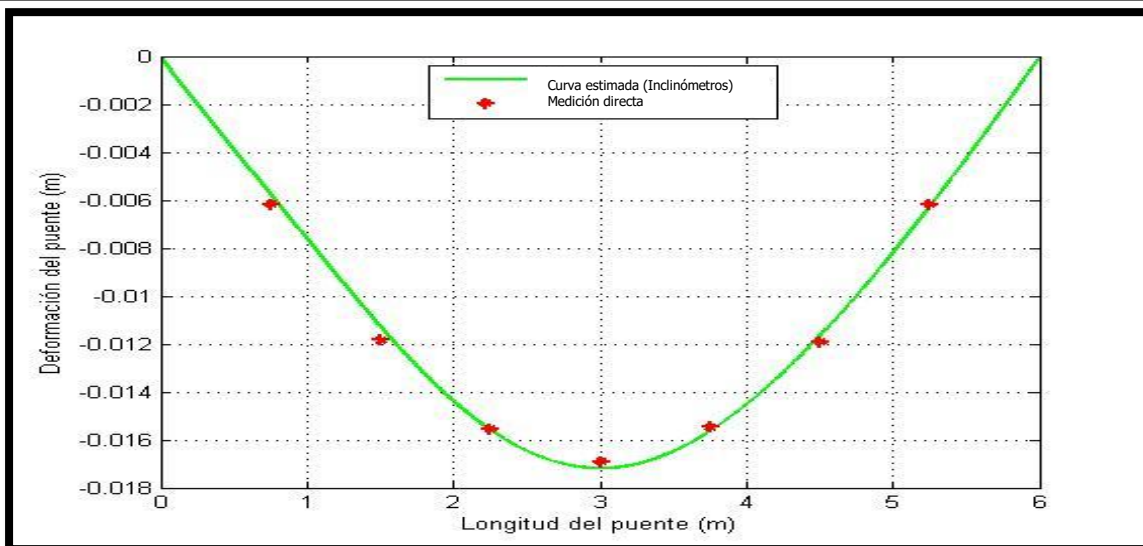
**Figura 4-6. Curva de deformación configuración 6 carga 500 N**

**Cuadro 4-8. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 7**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 7 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
100 N	1.2146	2.3953	3.062	3.39	3.024	2.4096	1.2221
200 N	2.4626	4.7244	6.144	6.78	6.11	4.7461	2.4293
300 N	3.1366	6.8924	9.164	10.03	9.108	7.049	3.1107
400 N	4.9438	9.5759	12.382	13.54	12.324	9.4323	4.9104
500 N	6.1621	11.8378	15.546	16.92	15.466	11.8961	6.1807
600 N	7.4175	14.2382	18.716	20.32	18.658	14.2679	7.4249
700 N	8.6396	16.5866	21.784	23.63	21.706	16.6439	8.6137
800 N	9.8839	18.8511	24.954	27.04	24.876	18.9074	9.8876
900 N	11.0393	21.0645	27.86	30.16	27.758	21.0685	11.0393
1000 N	12.2169	23.2505	30.84	33.42	30.726	23.235	12.2391

<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 7 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
100 N	1.2254	2.2665	3.0563	3.3873	3.1011	2.2636	1.1666
200 N	2.3985	4.5388	6.2041	6.8745	6.266	4.5806	2.3798
300 N	3.5559	6.6127	8.897	9.8496	9.1051	6.8127	3.6031
400 N	4.6848	8.9323	12.1825	13.4678	12.3782	9.2677	4.9337
500 N	5.741	11.261	15.5846	17.1799	15.6407	11.6629	6.2396
600 N	6.9014	12.999	17.4749	19.2679	17.9629	13.8401	7.5647
700 N	7.9157	14.9639	20.1801	22.3123	20.8757	16.1588	8.856
800 N	8.912	16.9378	23.0016	25.5957	24.0595	18.6577	10.2069
900 N	9.7819	18.6593	25.4913	28.5612	26.9936	20.9766	11.4599
1000 N	10.6239	20.3507	27.9684	31.5245	29.9341	23.3168	12.7348

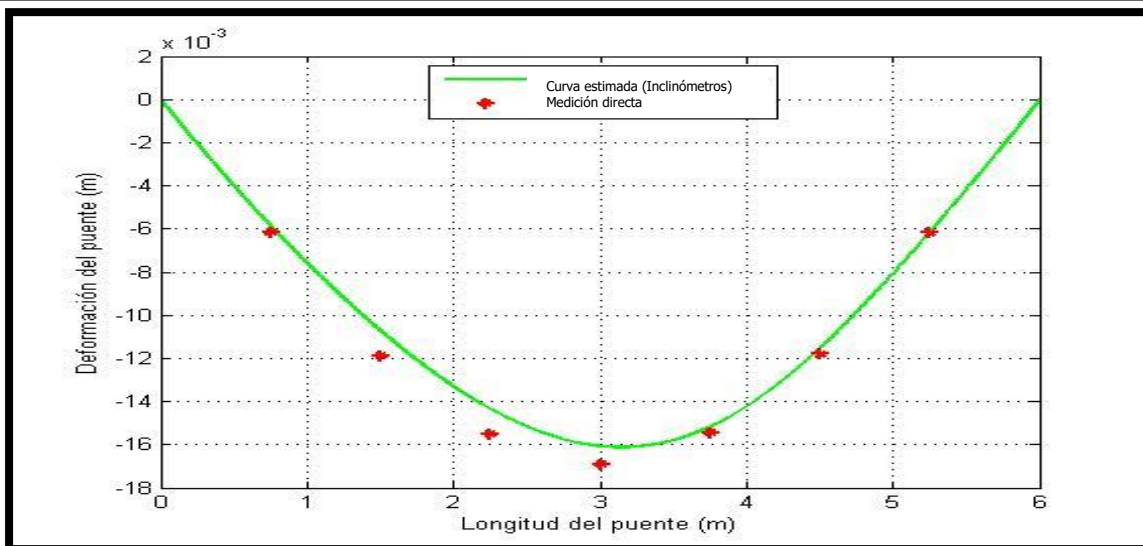
**Figura 4-7. Curva de deformación configuración 7 carga 500 N**

**Cuadro 4-9. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 8**

Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)							
Configuración 8 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	1.1813	2.4542	3.1	3.45	3.064	2.4667	1.2554
200 N	2.5996	4.9933	6.468	7.15	6.422	4.9987	2.5848
300 N	3.6736	7.0114	9.206	10.12	9.156	7.11	3.681
400 N	4.8993	9.5501	12.336	13.5	12.292	9.3296	4.9327
500 N	6.1584	11.8666	15.5	16.89	15.434	11.7962	6.1732
600 N	7.4101	14.1813	18.874	20.28	18.604	14.1695	7.4286
700 N	8.5766	16.4881	21.66	23.5	21.576	16.4894	8.5803
800 N	9.8802	18.8364	24.932	27.01	24.828	18.8526	9.8839
900 N	11.0319	21.0144	27.838	30.14	27.706	20.9767	11.0059
1000 N	12.3391	23.5221	31.106	33.59	30.96	23.3276	12.3465

Datos obtenidos del software (inclinómetros)							
Configuración 8 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	1.2547	2.2915	3.0213	3.2941	3.0033	2.2136	1.1648
200 N	2.5796	4.6882	6.1882	6.8081	6.2848	4.6795	2.4673
300 N	3.6141	6.5768	8.7074	9.6263	8.9437	6.7052	3.5453
400 N	4.7514	8.6798	11.5452	12.8429	12.0334	9.1082	4.8318
500 N	5.8412	10.7111	14.3374	16.063	15.1618	11.5523	6.1375
600 N	6.9354	12.7437	17.1393	19.3341	18.3764	14.0685	7.4708
700 N	7.9202	14.5657	19.6891	22.3814	21.4348	16.4903	8.7449
800 N	8.9507	16.4887	22.4173	25.6773	24.7545	19.1115	10.1238
900 N	9.8312	18.1433	24.7836	28.5782	27.7156	21.4678	11.3724
1000 N	10.752	19.8658	27.3211	31.7977	31.0785	24.1634	12.7833

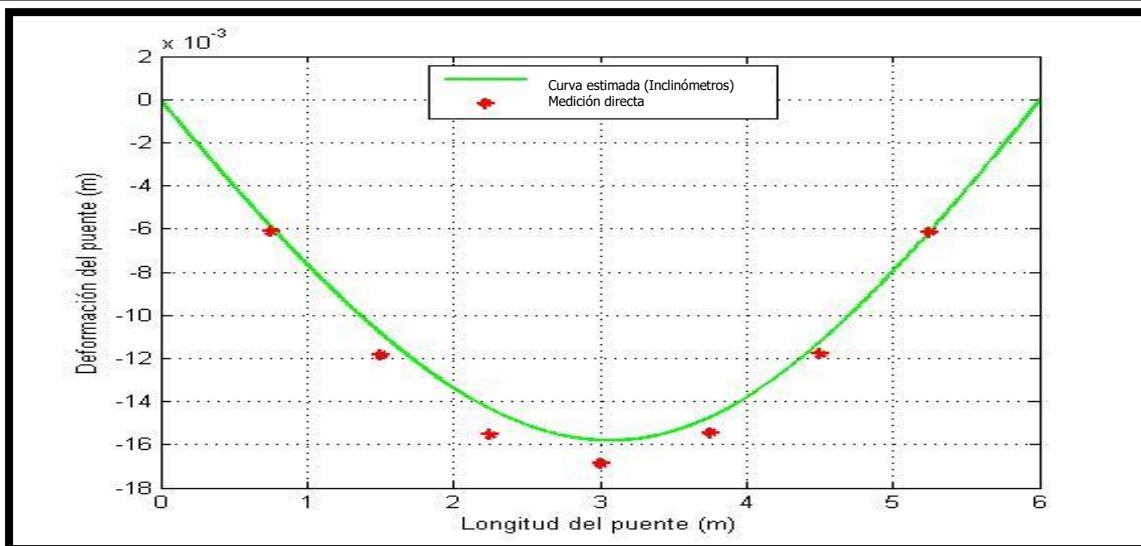
**Figura 4-8. Curva de deformación configuración 8 carga 500 N**

**Cuadro 4-10. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 9**

Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)							
Configuración 9 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	1.2406	2.5227	3.202	3.583	3.124	2.4669	1.2702
200 N	2.4589	4.788	6.194	6.8	6.122	4.6988	2.4515
300 N	3.6402	6.9703	9.224	10.08	9.15	7.0654	3.6625
400 N	4.9697	9.6729	12.552	13.68	12.494	9.4892	4.9734
500 N	6.1214	11.8413	15.532	16.87	15.432	11.7986	6.1547
600 N	7.4731	14.3566	18.886	20.46	18.796	14.3054	7.4657
700 N	8.5988	16.5536	21.772	23.56	21.65	16.5251	8.6174
800 N	9.8209	18.7577	24.852	26.87	24.734	18.7643	9.8283
900 N	11.0948	21.1931	28.048	30.31	27.896	21.0844	11.0689
1000 N	12.4317	23.7436	31.422	33.96	31.246	23.5148	12.4354

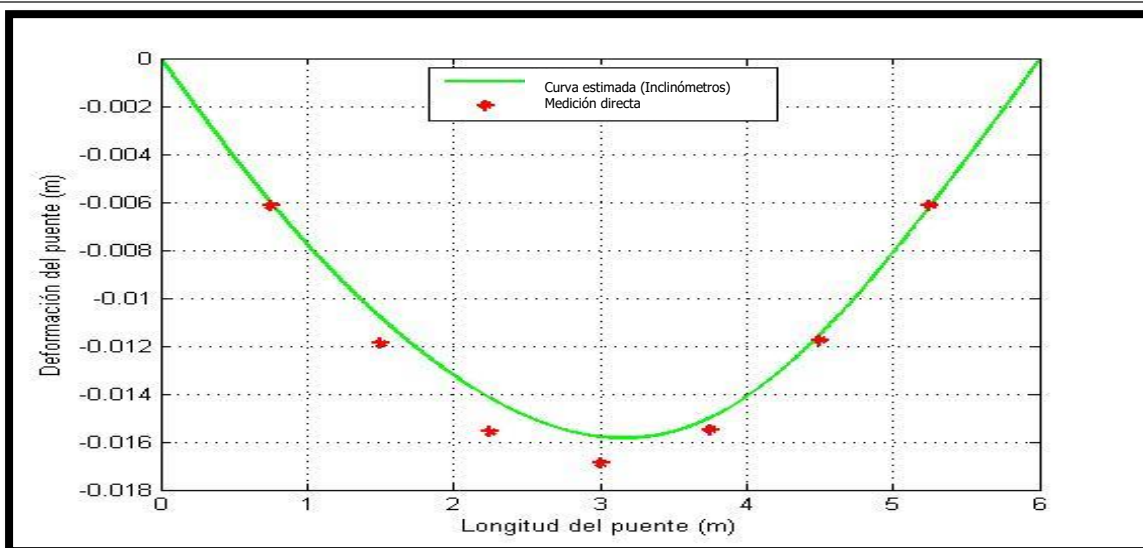
  

Datos obtenidos del software (inclinómetros)							
Configuración 9 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	1.302	2.3047	2.8736	2.9705	2.6662	2.0587	1.1828
200 N	2.4767	4.4204	5.6689	6.0879	5.5913	4.2545	2.3337
300 N	3.6179	6.5688	8.5978	9.3672	8.6396	6.529	3.5258
400 N	4.8135	8.823	11.6529	12.7849	11.8664	9.0195	4.8683
500 N	5.8745	10.8243	14.3497	15.7901	14.7214	11.2667	6.1096
600 N	7.0154	12.9841	17.2892	19.1137	17.9226	13.8049	7.5092
700 N	7.9528	14.7808	19.7566	21.9124	20.6312	15.9754	8.7126
800 N	8.9524	16.6941	22.4433	25.0586	23.7329	18.4417	10.0525
900 N	9.9131	18.5703	25.134	28.2673	26.9208	20.963	11.4092
1000 N	10.872	20.4448	27.8463	31.5352	30.2105	23.6091	12.8519

**Figura 4-9. Curva de deformación configuración 9 carga 500 N**

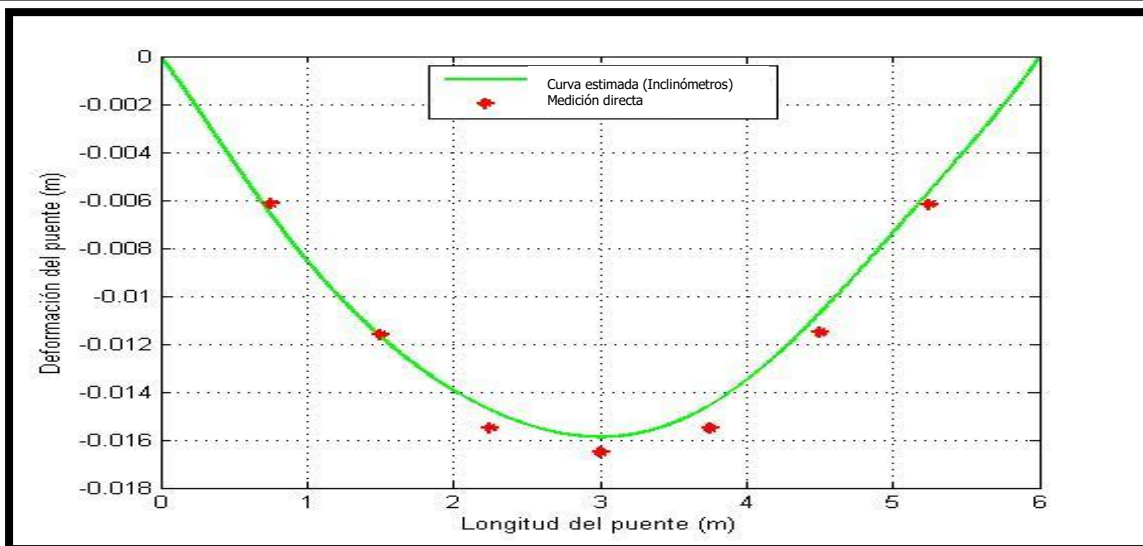
**Cuadro 4-11. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 10**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 10 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	1.1813	2.3618	3.052	3.33	2.992	2.3453	1.1628
<b>200 N</b>	2.4626	4.7469	6.238	6.81	6.172	4.6933	2.4552
<b>300 N</b>	3.6736	6.973	9.27	10.11	9.21	7.0226	3.644
<b>400 N</b>	4.8994	9.5722	12.396	13.49	12.32	9.2794	4.8956
<b>500 N</b>	6.1547	11.883	15.57	16.89	15.494	11.7519	6.1325
<b>600 N</b>	7.436	14.2553	18.826	20.38	18.746	14.224	7.4249
<b>700 N</b>	8.647	16.6176	21.906	23.69	21.81	16.5435	9.8172
<b>800 N</b>	9.8098	18.7131	24.894	26.9	24.796	18.7575	10.2764
<b>900 N</b>	11.117	21.1992	28.182	30.44	28.048	21.1371	11.1318
<b>1000 N</b>	12.2835	23.4398	31.078	33.57	30.926	23.4205	12.2872
<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 10 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	1.2969	2.1354	2.577	2.8118	2.7414	2.1795	1.18
<b>200 N</b>	2.586	4.4224	5.5855	6.187	5.9227	4.5535	2.4078
<b>300 N</b>	3.7411	6.5553	8.4374	9.3643	8.8945	6.7913	3.5867
<b>400 N</b>	4.8921	8.7321	11.3898	12.6677	12.0059	9.1783	4.8671
<b>500 N</b>	5.9972	10.8011	14.1757	15.7884	14.9919	11.5387	6.1674
<b>600 N</b>	7.1178	12.9008	17.0008	18.9707	18.0717	14.0049	7.5379
<b>700 N</b>	8.1556	14.8685	19.6762	21.9992	21.0133	16.3726	8.8551
<b>800 N</b>	9.0997	16.6557	22.1688	24.9244	23.9196	18.7012	10.1191
<b>900 N</b>	10.0999	18.5768	24.9055	28.204	27.2021	21.305	11.5184
<b>1000 N</b>	10.9538	20.1903	27.171	30.9233	29.9762	23.5722	12.7636

**Figura 4-10. Curva de deformación configuración 10 carga 500 N**

**Cuadro 4-12. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 11**

Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)							
Configuración 11 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	1.2665	2.3235	3.204	3.38	3.194	2.3794	1.2628
200 N	2.4626	4.5962	6.232	6.62	6.23	4.5512	2.4737
300 N	3.7032	6.8264	9.338	9.91	9.336	7.0182	3.7217
400 N	5.1475	9.5836	12.95	13.83	12.94	9.6455	5.1252
500 N	6.1473	11.6008	15.504	16.51	15.508	11.5098	6.177
600 N	7.3731	13.9114	18.546	19.81	18.548	13.7904	7.3805
700 N	8.6137	16.2991	21.68	23.18	21.656	16.1831	8.6248
800 N	9.832	18.5619	24.766	26.55	24.718	18.4125	9.8357
900 N	11.0985	20.9372	27.946	29.97	27.866	20.7271	11.0763
1000 N	12.2835	23.1234	30.886	33.21	30.82	23.9399	12.2909
Datos obtenidos del software (inclinómetros)							
Configuración 11 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	1.5566	2.6536	3.1745	3.2882	2.8878	1.971	0.9648
200 N	2.9284	5.0374	6.088	6.3583	5.6698	3.9953	2.0168
300 N	4.2029	7.3339	9.0314	9.5367	8.589	6.1725	3.1731
400 N	5.6444	9.9596	12.4219	13.2368	12.0281	8.7577	4.5381
500 N	6.5665	11.6819	14.7534	15.871	14.549	10.7211	5.5981
600 N	7.6218	13.6574	17.436	18.9344	17.5363	13.1001	6.8984
700 N	8.9701	16.0238	20.3099	22.0502	20.6041	15.6027	8.2637
800 N	9.6421	17.5466	22.9442	25.4026	23.9108	18.1664	9.6409
900 N	10.7619	19.5286	25.4389	28.2384	26.8043	20.5679	10.9603
1000 N	11.7038	21.2676	27.8334	31.0948	29.6565	22.781	12.116

**Figura 4-11. Curva de deformación configuración 11 carga 500 N**

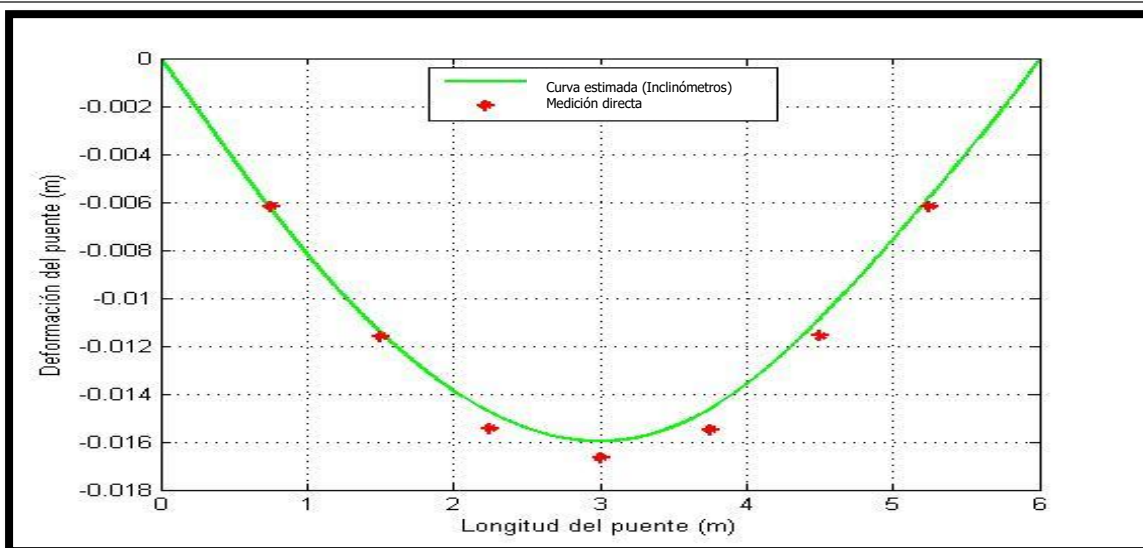


**Cuadro 4-13. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 12**

Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)							
Configuración 12 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	1.1887	2.2243	3.006	3.25	3.042	2.2593	1.2035
200 N	2.6182	5.3515	6.52	7.07	6.54	4.3823	2.5811
300 N	3.7551	6.8656	9.354	10.09	9.39	7.0807	3.7217
400 N	4.9438	9.3053	12.402	13.38	12.404	9.299	4.9939
500 N	6.1621	11.6086	15.442	16.66	15.49	11.5646	6.1732
600 N	7.4546	14.0914	18.728	20.04	18.726	13.9611	7.4583
700 N	8.6729	16.4567	21.776	23.48	21.79	16.3137	8.6581
800 N	10.1986	19.2657	25.658	27.69	25.648	19.1801	10.2135
900 N	11.1281	21.0368	27.97	30.17	27.944	20.8342	11.1244
1000 N	12.2835	23.2193	30.862	33.34	30.832	22.947	12.2984

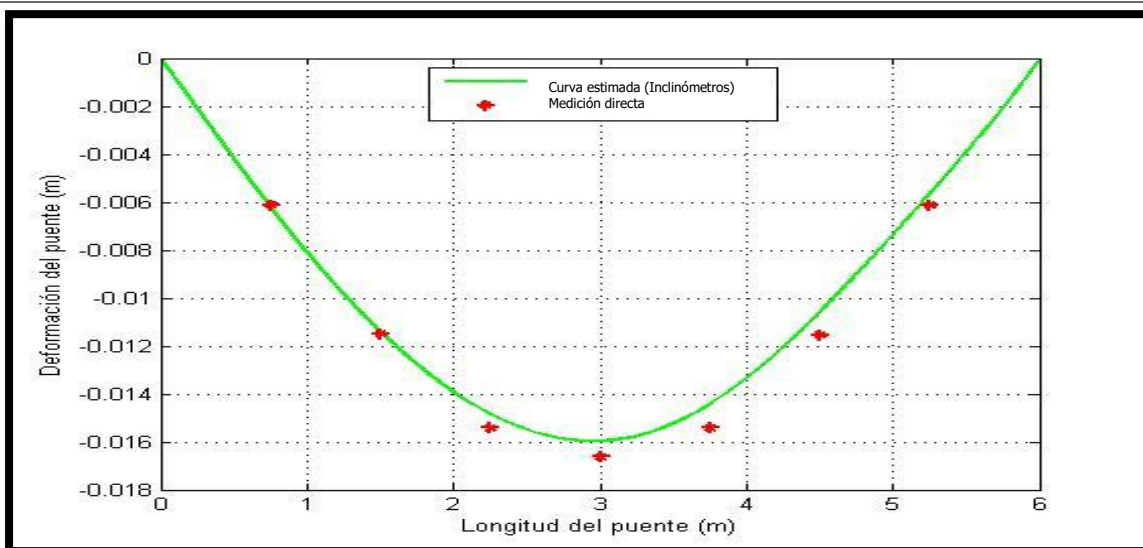
  

Datos obtenidos del software (inclinómetros)							
Configuración 12 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	1.2816	2.3466	3.0353	3.211	2.8105	1.9771	1.0267
200 N	2.8353	5.0967	6.4585	6.8253	6.0576	4.3256	2.2507
300 N	3.9607	7.1506	9.1319	9.7296	8.7345	6.3419	3.3325
400 N	4.9656	9.1405	12.2085	13.4086	12.1873	8.8822	4.668
500 N	6.2729	11.4185	14.7659	15.9709	14.6228	10.8711	5.7655
600 N	7.4099	13.5381	17.6476	19.2747	17.8384	13.4021	7.1326
700 N	8.502	15.5659	20.3763	22.3867	20.8616	15.7715	8.398
800 N	9.7931	17.987	23.7671	26.3974	24.8459	18.9256	10.0881
900 N	10.5352	19.3598	25.5713	28.491	26.9863	20.6997	11.0662
1000 N	11.3313	20.8911	27.846	31.3143	29.8379	22.9247	12.2372

**Figura 4-12. Curva de deformación configuración 12 carga 500 N**

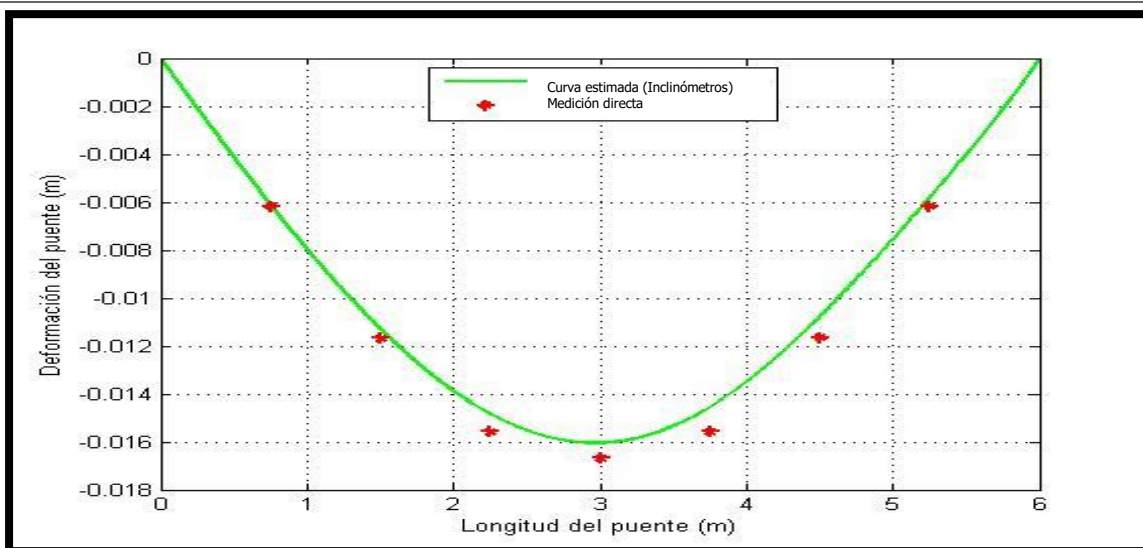
**Cuadro 4-14. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 13**

Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)							
Configuración 13 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	1.2073	2.1498	3.03	3.26	3.014	2.3674	1.1739
200 N	2.433	4.5621	6.166	6.66	6.14	4.54	2.4589
300 N	3.8476	7.0707	9.654	10.41	9.624	7.4247	3.8699
400 N	4.8919	9.2496	12.364	13.33	12.328	9.2812	4.9216
500 N	6.1214	11.4872	15.42	16.63	15.414	11.5495	6.1325
600 N	7.3805	13.9876	18.584	19.94	18.652	13.9118	7.4994
700 N	8.8062	16.6633	22.158	23.94	22.11	16.5377	8.8981
800 N	9.8431	18.5447	24.762	26.69	24.698	18.5585	9.9769
900 N	11.0578	20.884	27.872	30.04	27.792	20.817	11.1785
1000 N	12.4724	23.5284	31.33	33.84	31.236	23.3632	12.566
Datos obtenidos del software (inclinómetros)							
Configuración 13 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	1.2086	2.2834	3.0523	3.261	2.8613	2.0481	1.0907
200 N	2.5778	4.7383	6.1349	6.483	5.6761	4.015	2.1075
300 N	4.0065	7.3325	9.4547	10.0295	8.8865	6.3836	3.3698
400 N	5.0806	9.3143	12.0349	12.8494	11.5273	8.415	4.4686
500 N	6.1935	11.3973	14.8341	15.96	14.4244	10.5982	5.6312
600 N	7.2943	13.4557	17.6511	19.1918	17.5447	13.0197	6.9273
700 N	8.5439	15.779	20.8002	22.8094	21.0716	15.7821	8.3988
800 N	9.4087	17.402	23.0351	25.4205	23.6532	17.824	9.494
900 N	10.3886	19.2446	25.5879	28.4571	26.7232	20.297	10.829
1000 N	11.4563	21.2655	28.4602	31.9314	30.2064	23.0144	12.2569

**Figura 4-13. Curva de deformación configuración 13 carga 500 N**

**Cuadro 4-15. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 14**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 14 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
100 N	1.1813	2.369	3.278	3.49	3.27	2.4084	1.2554
200 N	2.5996	4.6332	6.316	6.68	6.332	4.6305	2.5848
300 N	3.6736	6.8768	9.456	10.24	9.526	7.053	3.681
400 N	4.8993	9.4169	12.62	13.54	12.606	9.432	4.9327
500 N	6.1584	11.6832	15.564	16.68	15.572	11.6369	6.1732
600 N	7.4101	14.1494	18.84	20.26	18.84	14.0597	7.4286
700 N	8.5766	16.3492	21.708	23.37	21.7	16.2139	8.5803
800 N	9.8802	18.7216	24.998	26.92	24.99	18.6331	9.8839
900 N	11.0319	21.101	28.112	30.27	28.076	20.8769	11.0059
1000 N	12.3391	23.4008	31.19	33.66	31.148	23.1648	12.3465
<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 14 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
100 N	1.1754	2.2973	3.1831	3.4333	3.0316	2.2376	1.235
200 N	2.4793	4.6574	6.1715	6.5706	5.7964	4.2097	2.2726
300 N	3.7565	6.9799	9.1576	9.7787	8.7228	6.3914	3.443
400 N	4.7932	8.921	11.8055	12.7608	11.5276	8.5237	4.5882
500 N	6.0906	11.2887	14.837	16.0361	14.5489	10.7854	5.7835
600 N	7.2387	13.421	17.7456	19.3786	17.7741	13.2689	7.1007
700 N	8.2837	15.3539	20.3344	22.3228	20.6052	15.4388	8.2375
800 N	9.3816	17.4001	23.1556	25.6247	23.847	17.9583	9.5702
900 N	10.3757	19.2478	25.7033	28.6506	26.8655	20.3164	10.8108
1000 N	11.3632	21.0925	28.2861	31.7673	30.0008	22.7653	12.0947

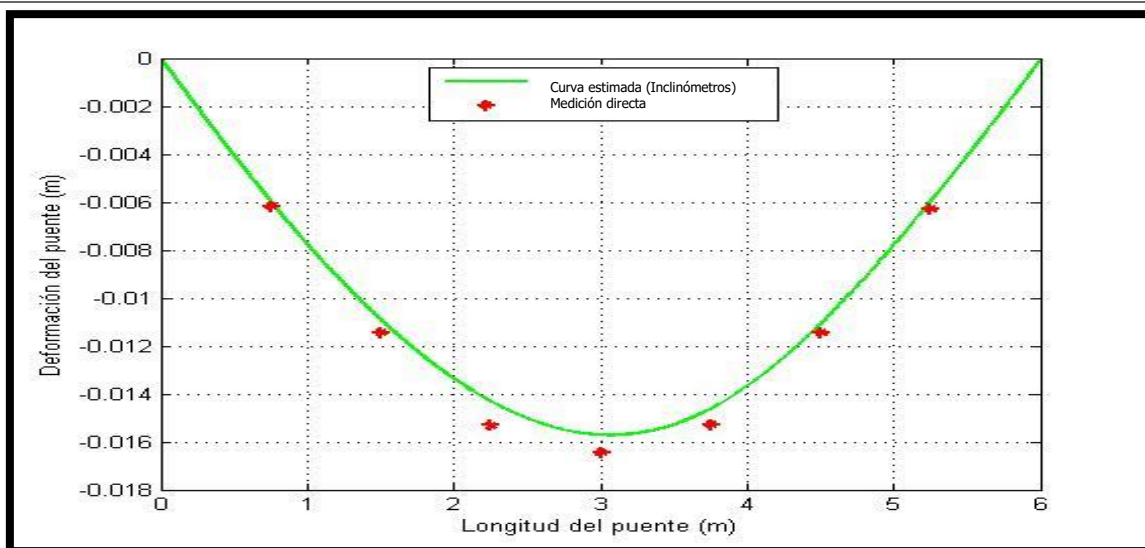
**Figura 4-14. Curva de deformación configuración 14 carga 500 N**

**Cuadro 4-16. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 15**

Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)							
Configuración 15 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	1.1758	2.2588	3.08	3.32	3.052	2.424	1.2227
200 N	2.4038	4.4839	6.034	6.42	6.026	4.4873	2.4656
300 N	3.64	7.0183	9.478	10.14	9.45	7.1184	3.7192
400 N	4.8795	9.247	12.246	13.15	12.206	9.1252	4.9712
500 N	6.17	11.4388	15.306	16.45	15.272	11.4531	6.2911
600 N	7.3376	14.151	18.756	20.2	18.732	14.0156	7.4794
700 N	8.5838	16.2223	21.546	23.18	21.5	16.128	8.7721
800 N	9.798	18.5052	24.63	26.52	24.586	18.399	10.0094
900 N	11.0469	20.9308	27.852	29.98	27.762	20.7702	11.2474
1000 N	12.2634	23.1673	30.84	33.24	30.746	22.9846	12.4712

Datos obtenidos del software (inclinómetros)							
Configuración 15 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	1.3045	2.3286	2.9605	3.1323	2.7988	2.0422	1.086
200 N	2.4895	4.4503	5.6997	6.1225	5.573	4.1266	2.1932
300 N	3.8382	6.9094	8.9298	9.6736	8.8829	6.6401	3.5402
400 N	4.8606	8.8182	11.4832	12.5169	11.5728	8.7236	4.6658
500 N	5.9653	10.8977	14.3083	15.7044	14.6136	11.0872	5.942
600 N	7.1767	13.1627	17.3948	19.236	18.0297	13.7527	7.3702
700 N	8.1332	14.9558	19.8457	22.0538	20.7804	15.9261	8.5417
800 N	9.1358	16.8514	22.4746	25.1246	23.8135	18.3346	9.839
900 N	10.129	18.7558	25.1795	28.3587	27.0406	20.8832	11.2051
1000 N	11.0258	20.4625	27.6078	31.2948	30.0084	23.2446	12.4648

**Figura 4-15. Curva de deformación configuración 15 carga 500 N**

## **4.2. ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE LAS MEDIDAS DE POSICIÓN ESTADÍSTICAS**

### **4.2.1. ESTUDIO DE LA VARIABILIDAD (O DE DISPERSIÓN) DE LOS DATOS POR CONFIGURACIÓN**

Es de suma importancia realizar un análisis estadístico previo utilizando medidas de posición y variabilidad con el fin de obtener un mayor conocimiento del comportamiento de los datos, y así poder comprender de una mejor manera los resultados posteriores.

Para observar las variabilidades que se presentan en las estimaciones según las posiciones de análisis y diferentes cargas se procedió a realizar los siguientes gráficos de cajas, los cuáles según Gutiérrez Espeleta (2010) consiste en mostrar estadísticos de resumen gráficamente que utiliza la mediana (la cual representa el valor de la observación ubicada en un conjunto de datos, es decir existen tantas observaciones hacia la derecha como hacia la izquierda de este valor) como medida de tendencia central y el recorrido intercuantil (Diferencia entre el cuartil 3 y el cuartil 1) como medida de dispersión. La mediana se señala en el gráfico con una línea central sobre el grupo respectivo y el largo del rectángulo o caja forman el primer y tercer cuartil respectivamente, luego salen dos líneas perpendiculares a los lados del rectángulo que van hasta los valores mínimo y máximo correspondientes, y los puntos que se observan fuera de las fronteras de las líneas corresponden a valores extremos.

Si se observa en la figura que el ancho de las cajas difiere de manera importante de una posición a otra, se tiene indicios de que las variabilidades de los datos estimados en cada posición es diferente, manteniendo una carga fija.

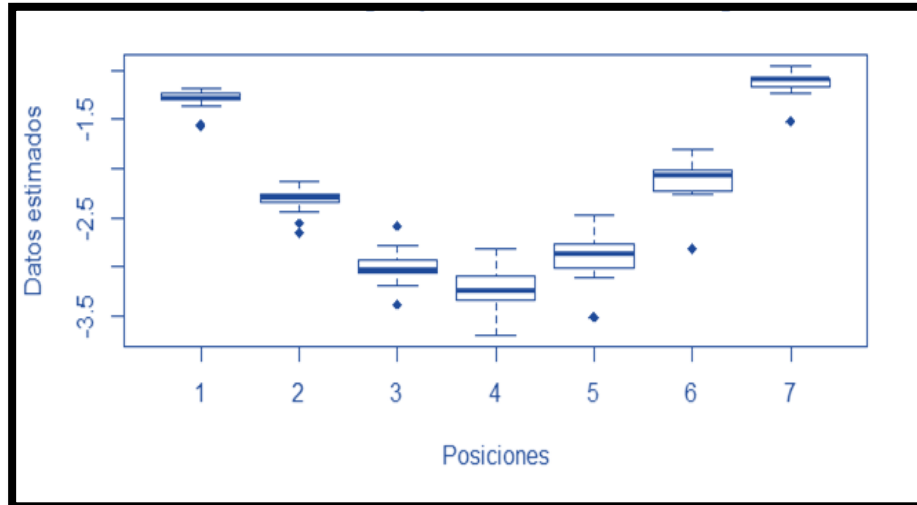


Figura 4-16. Datos estimados según posiciones con una carga de 100 N

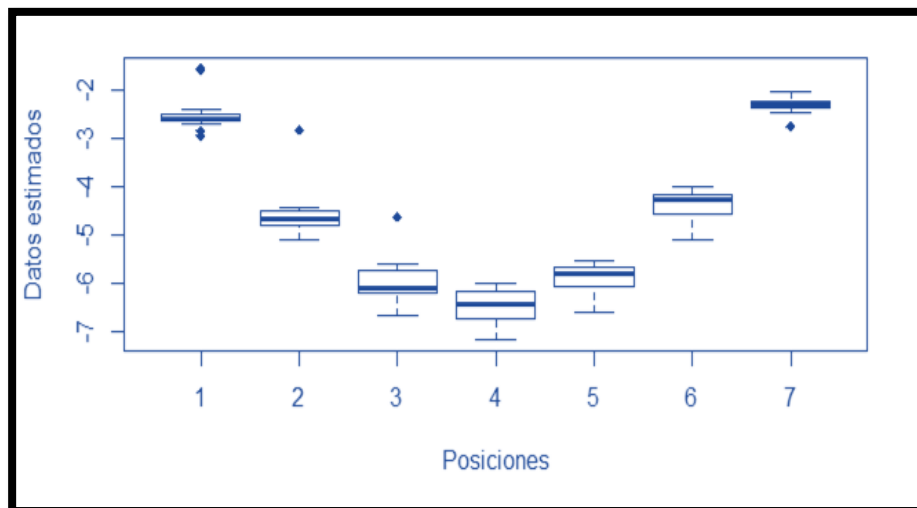


Figura 4-17. Datos estimados según posiciones con una carga de 200 N

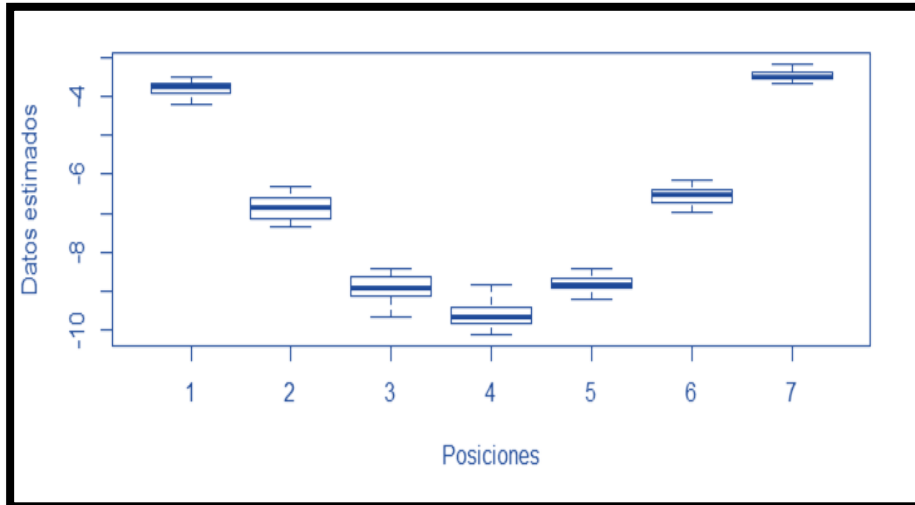


Figura 4-18. Datos estimados según posiciones con una carga de 300 N

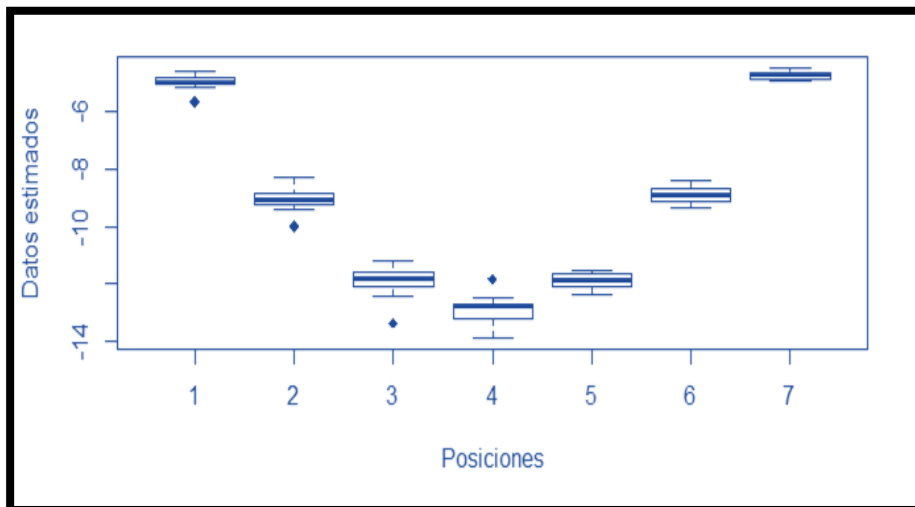


Figura 4-19. Datos estimados según posiciones con una carga de 400 N

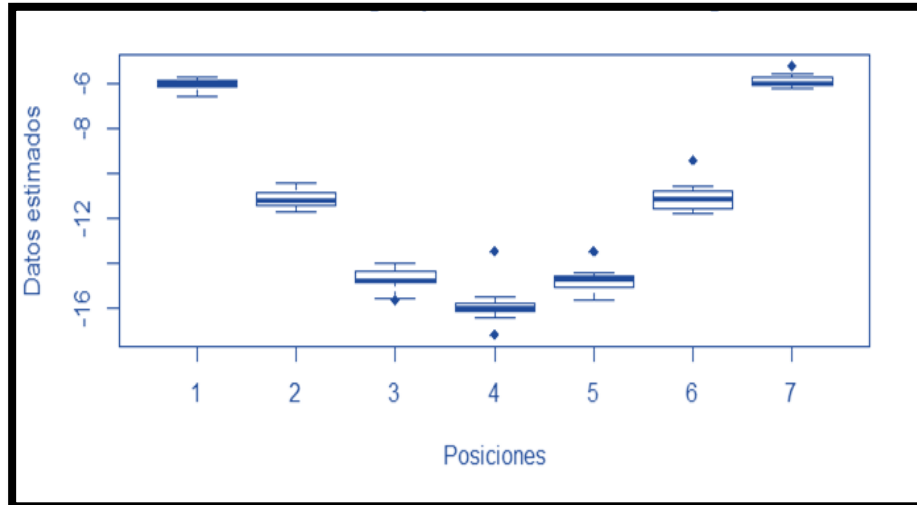


Figura 4-20. Datos estimados según posiciones con una carga de 500 N

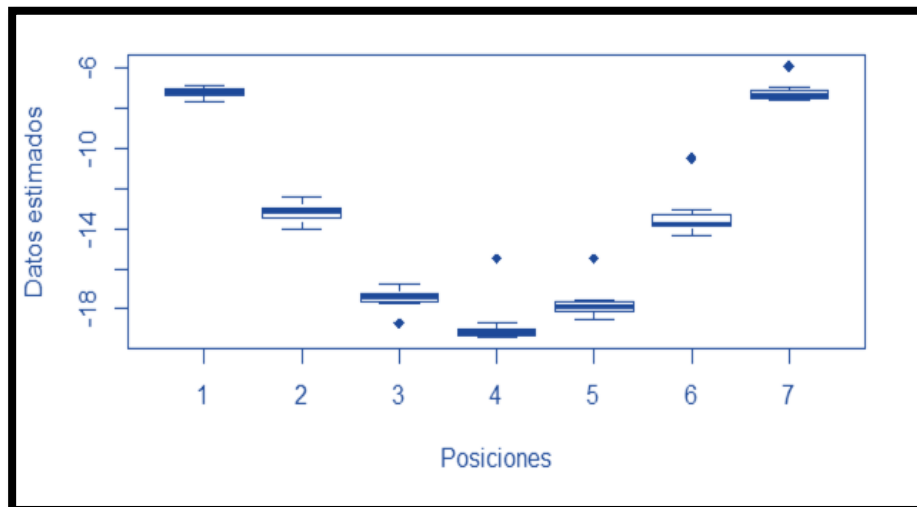


Figura 4-21. Datos estimados según posiciones con una carga de 600 N



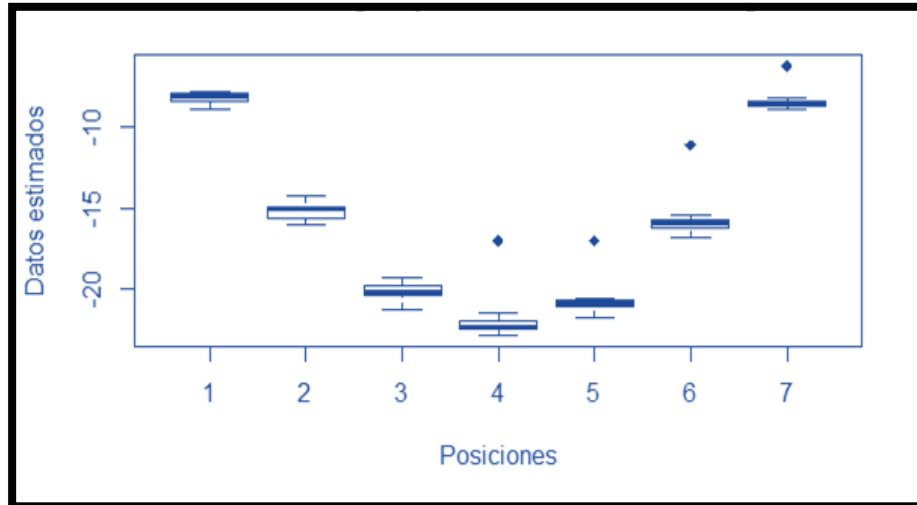


Figura 4-22. Datos estimados según posiciones con una carga de 700 N

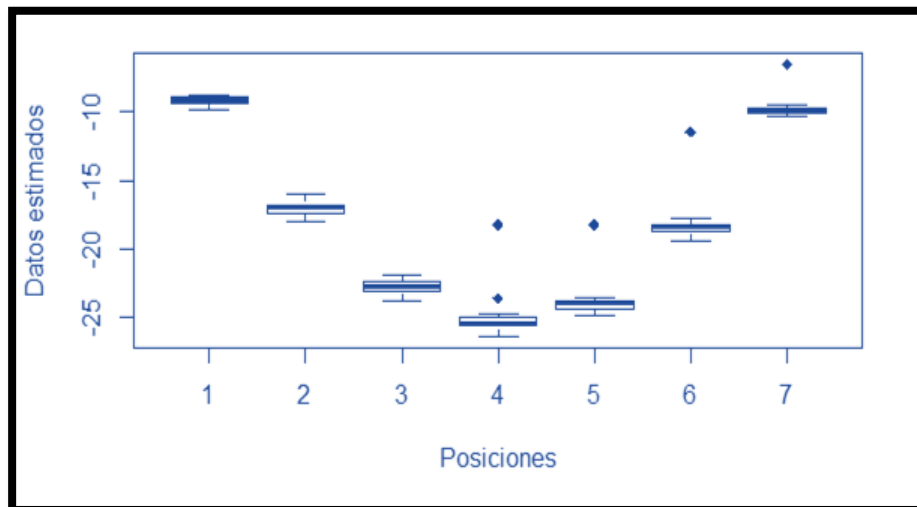
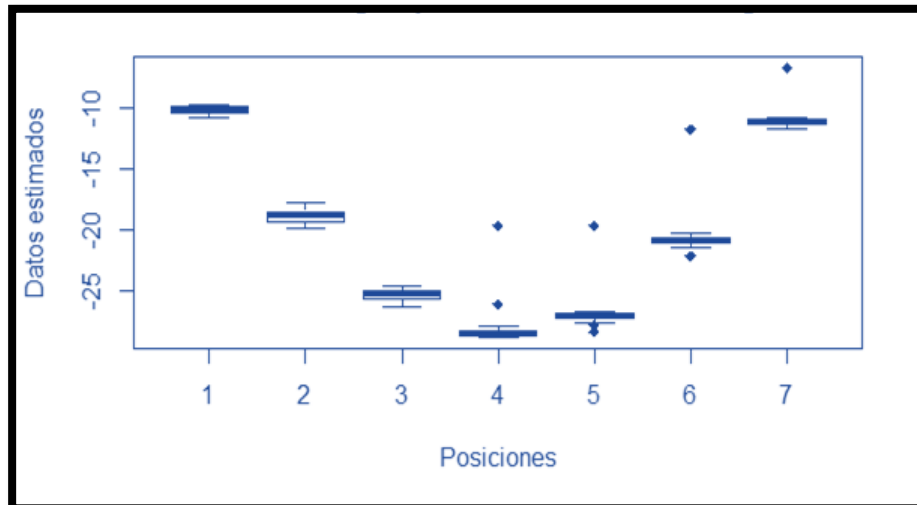
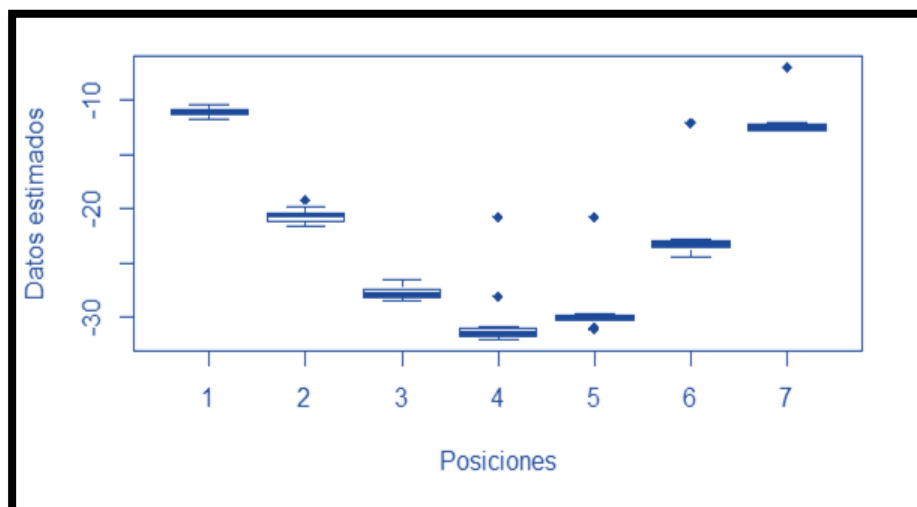


Figura 4-23. Datos estimados según posiciones con una carga de 800 N



**Figura 4-24. Datos estimados según posiciones con una carga de 900 N**



**Figura 4-25. Datos estimados según posiciones con una carga de 1000 N**

Como se puede observar de la Figura 4-16 a Figura 4-25, las variabilidades que presentan las estimaciones con respecto a la posición donde se obtuvo el dato y la carga que se le aplicó, son muy diferentes entre sí; ya que como se expuso anteriormente el ancho de las cajas difiere según las distintas cargas y posiciones.

En los gráficos correspondientes a las cargas bajas como 100N y 200N se presentan variabilidades más grandes especialmente en las posiciones 3,4 y 5 (el ancho de las cajas es mayor), mientras las variabilidades que se presentan en las cargas más altas disminuyen considerablemente, ya que se observa que las cajas se convierten prácticamente en una línea horizontal, indicando que tanto la mediana, como el primer y tercer cuantil se encuentran en una posición muy cercana, indicando de esta manera, que no existe mucha variabilidad.

Además para confirmar que estas variabilidades son significativamente diferentes desde el punto de vista estadístico, se realizó la prueba formal de Levene con un nivel de significancia del 5%, donde se obtuvo un valor p ínfimo, por lo cual se puede concluir que existe suficiente evidencia estadística para suponer que las variabilidades de las estimaciones son significativamente diferentes según la carga y posición donde se obtengan los datos.

#### 4.2.2. ANÁLISIS DE LA INTERACCIÓN CARGA-POSICIÓN

En la Figura 4-26 podemos observar que a mayor carga las estimaciones tienen una concavidad mas grande independientemente de la posición con la que se realice la estimación, además se puede observar que el efecto de las cargas en las estimaciones difiere de acuerdo a la posición, por ejemplo el efecto de la carga con respecto a las estimaciones en la posición 1 es muy pequeño (líneas muy juntas) mientras que el efecto de las cargas en la posición 4 (centro) es mucho mayor (líneas separadas), esto representa fuertes indicios que entre los factores carga y posición, si existe interacción.

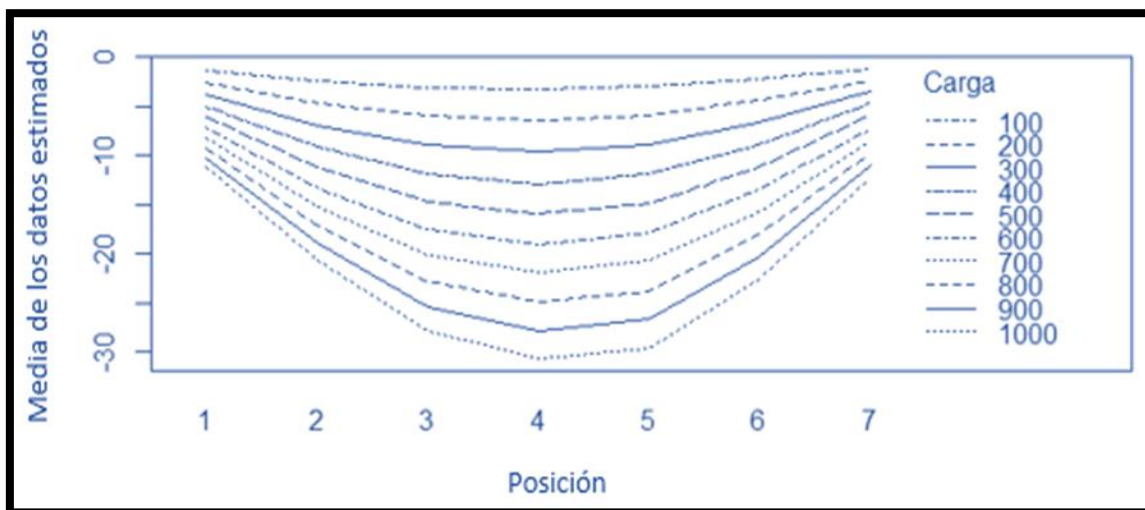


Figura 4-26. Efecto de las cargas en las estimaciones (Cargas en N)

Nótese que la posición 7 no tiene el mismo efecto que la posición 1, esto se puede deber a la forma en la que la viga fue cargada. Al realizar la prueba formal correspondiente a dicha hipótesis se obtuvo un valor p suficientemente pequeño, para concluir que existe suficiente evidencia estadística para suponer que entre los factores carga y posición existe interacción; de esta manera se debe tener en cuenta que el efecto de la carga en las estimaciones se debe analizar e interpretar de acuerdo a los diferentes niveles de la posición y viceversa.

#### 4.2.3. MEDIAS Y VARIANCIA POR CONFIGURACIÓN

Además es importante verificar si las variabilidades entre cada una de las configuraciones difieren unas de otras con los datos reales, las medidas de posición obtenidas de cada una de las configuraciones se presentan a continuación:

**Cuadro 4-17. Medias y variancias por configuración**

Configuración	Media	Varianza
Configuración 1	-13.124	73.210
Configuración 2	-13.185	73.737
Configuración 3	-13.184	73.452
Configuración 4	-13.178	74.418
Configuración 5	-13.319	74.773
Configuración 6	-13.152	73.610
Configuración 7	-13.124	73.703
Configuración 8	-13.168	73.105
Configuración 9	-13.206	74.301
Configuración 10	-13.191	74.111
Configuración 11	-13.095	72.350
Configuración 12	-13.182	73.794
Configuración 13	-13.147	73.846
Configuración 14	-13.167	73.702
Configuración 15	-13.028	72.264

Como se puede observar del cuadro anterior tanto las medias de cada configuración y su respectiva varianza no difiere de una forma importante de configuración a configuración, para determinar si realmente las pequeñas fluctuaciones que se presentan son estadísticamente relevantes se procedió hacer nuevamente la prueba de Levene, la cual nos proporcionó un valor  $p$  muy cercano a uno, lo que nos indica que no existe suficiente evidencia estadística para rechazar que las variabilidades de cada una de las configuraciones son distintas, por lo tanto se puede asumir que las varianzas de las 16 configuraciones son similares.

### **4.3. ESTUDIO DE LA VARIABILIDAD EXPLICADA DE LA CURVA ESTIMADA**

Para la obtención de la configuración óptima se utilizaron varios criterios, primeramente se utilizaron los datos obtenidos directamente del programa, buscando la mejor configuración para todas las cargas, sin embargo esto no contempla el hecho de que para una carga específica una configuración puede ser mejor que otra, por lo que se definieron rangos de aplicación de cargas en bajos, medios y altos, buscando la mejor configuración para cada intervalo definido.

Finalmente se busca la forma de que una sola configuración sea óptima sin importar la carga aplicada por lo que se procedió a normalizar los datos, eliminando así el criterio de carga del análisis, debido a esto se pueden promediar los datos según la posición obteniendo una sola curva para cada configuración, teniendo así la posibilidad de escoger una configuración óptima.

#### **4.3.1. ANÁLISIS DE LOS DATOS OBTENIDOS DIRECTAMENTE DEL SOFTWARE**

Para observar el porcentaje de la variabilidad que las posiciones en las que fueron tomados los datos explican de la variabilidad total de la curva, según cada configuración, se procedió a calcular el coeficiente de determinación con los datos obtenidos directamente del software, obteniendo los siguientes resultados:

**Cuadro 4-18. Porcentaje explicado de la variabilidad total de la curva de cada configuración con los datos sin normalizar**

Configuración	Suma de cuadrados del error (SCE)	Variabilidad Bruta (SCT)	Coefficiente de determinación $1 - \frac{SCE}{SCT}$
<b>Configuración 1</b>	<b>40.55</b>	<b>5051.48</b>	<b>99.20</b>
Configuración 2	73.19	5087.85	98.56
Configuración 3	105.95	5068.18	97.91
Configuración 4	67.45	5065.82	98.67
Configuración 5	778.77	5159.30	84.91
Configuración 6	136.57	5079.10	97.31
Configuración 7	66.92	5085.49	98.68
Configuración 8	93.37	5044.25	98.15
Configuración 9	101.05	5126.77	98.03
Configuración 10	108.05	5113.64	97.89
Configuración 11	58.30	4992.12	98.83
Configuración 12	54.34	5091.80	98.93
Configuración 13	57.52	5095.36	98.87
Configuración 14	62.08	5085.41	98.78
Configuración 15	67.37	4986.19	98.65

Al realizar el análisis con los datos la configuración que explica de una mejor manera la variabilidad de la curva es la configuración 1, ya que al aplicar esta configuración se logra explicar un 99.20%, es decir con esta configuración los datos estimados se ajustan de una mejor manera a los datos reales, mientras que la configuración que explica una menor proporción es la configuración 5.

Se presentan en el siguiente cuadro los porcentajes de error de cada carga según el punto de posición analizado.

**Cuadro 4-19. Porcentajes de error de la configuración 1**

Configuración 1 (mm)								%error por carga
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 N	-15.27%	-1.16%	-0.82%	4.73%	4.43%	13.35%	11.00%	2.32%
200 N	-12.00%	-0.35%	-0.22%	4.30%	4.62%	11.79%	9.90%	2.58%
300 N	-8.85%	-2.23%	1.30%	4.66%	4.61%	8.96%	7.75%	2.31%
400 N	-5.84%	1.79%	2.72%	5.05%	4.70%	7.22%	6.39%	3.15%
500 N	-4.22%	2.18%	3.25%	4.56%	3.63%	5.60%	4.55%	2.79%
600 N	-2.63%	3.56%	4.34%	4.73%	3.24%	4.46%	3.75%	3.07%
700 N	-1.13%	4.22%	4.85%	4.62%	2.90%	3.72%	3.25%	3.20%
800 N	0.23%	5.29%	6.20%	4.84%	2.44%	1.90%	2.44%	3.34%
900 N	1.74%	6.56%	7.15%	5.28%	2.20%	0.82%	1.70%	3.63%
1000 N	3.36%	8.09%	8.24%	5.75%	2.11%	-0.02%	1.43%	4.14%
% error por posición	-4.46%	2.80%	3.70%	4.85%	3.49%	5.78%	5.22%	



Se presenta una curva de deformación para la configuración 1

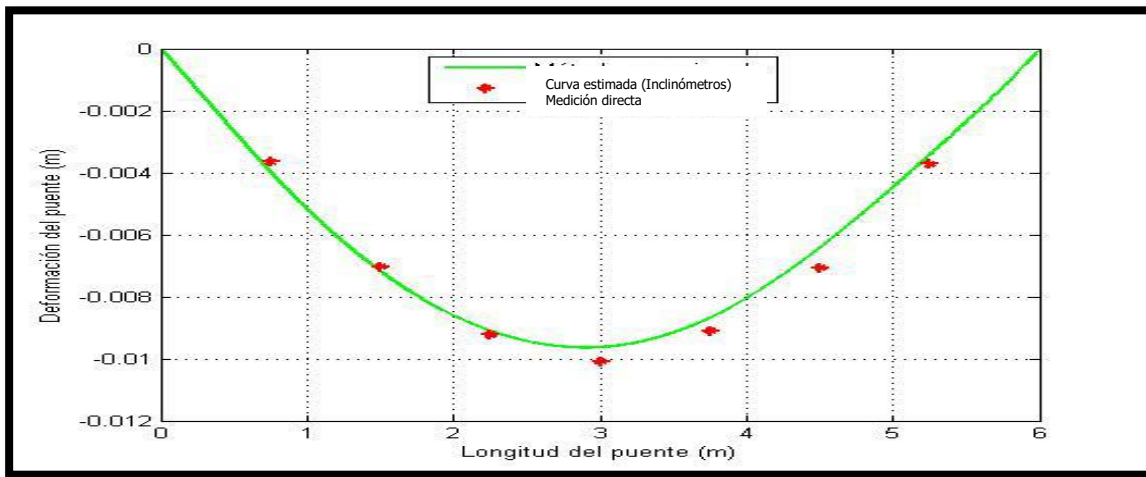


Figura 4-27. Curva de deformación configuración 1 carga 300 N

#### 4.3.2. ANÁLISIS POR INTERVALOS DE LOS DATOS OBTENIDOS DIRECTAMENTE DEL SOFTWARE

Buscando una mejor aproximación, se utilizó para determinar cuál configuración tiene la capacidad de explicar una mayor proporción de la curva real según las diferentes cargas que se apliquen, se clasificaron las cargas en las siguientes categorías: baja, media y alta, donde la categoría baja incluye las cargas con un rango de 100 N a 300 N, las medias de 400 N a 600 N y las altas 700 N a 1000 N.

Cuadro 4-20. Porcentaje de la carga de cedencia que representa cada intervalo tomado

Rango	Porcentaje de la carga de cedencia
	(Carga de cedencia aprox = 3600 N) <sup>4</sup>
<b>Baja</b> (100 a 300 N)	2.9 % – 8.6%
<b>Media</b> (400 a 600N)	11.4 % – 17.1 %
<b>Alta</b> (700 a 1000N)	20 % – 28.6 %

<sup>4</sup> La carga de cedencia se calculó evaluando el perfil de la viga en el software SAP2000, con la configuración de carga mostrada en la sección 3.2 de este TFG.

Se procedió a calcular el coeficiente de determinación con los datos obtenidos directamente del software para cargas bajas, obteniendo los siguientes resultados:

**Cuadro 4-21. Porcentaje explicado de la variabilidad total de la curva real de cada configuración con cargas bajas de 100 a 300 N**

Configuración	Suma de cuadrados del error (SCE)	Variabilidad Bruta (SCT)	Coeficiente de Determinación $1 - \frac{SCE}{SCT}$
Configuración 1	1.83	142.64	98.72
Configuración 2	3.28	142.57	97.70
Configuración 3	5.01	142.50	96.48
<b>Configuración 4</b>	<b>0.80</b>	<b>148.34</b>	<b>99.46</b>
Configuración 5	2.26	143.46	98.42
Configuración 6	9.38	147.60	93.65
Configuración 7	0.81	143.63	99.44
Configuración 8	1.47	144.44	98.98
Configuración 9	3.96	140.15	97.18
Configuración 10	3.25	145.6	97.77
Configuración 11	4.20	141.16	97.03
Configuración 12	2.14	150.57	98.58
Configuración 13	3.00	158.14	98.10
Configuración 14	2.17	147.14	98.52
Configuración 15	2.07	148.02	98.60

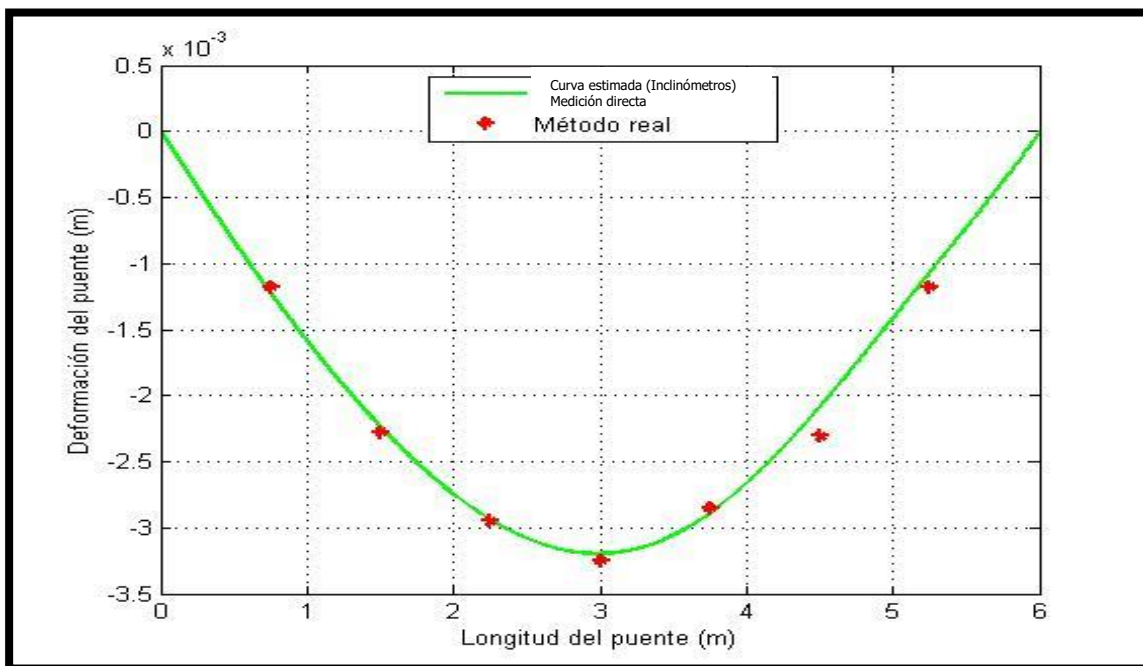
Al realizar el análisis con estos datos la configuración que explica de una mejor manera la variabilidad de la curva es la configuración 4, ya que logra explicar un 99.46%.



Se presentan en el siguiente cuadro los porcentajes de error de cada carga según el punto de posición analizado.

**Cuadro 4-22. Porcentajes de error de la configuración 4 intervalo de cargas bajas**

Configuración 4 (mm)								
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	%error por carga
100 N	-3.45%	1.65%	0.37%	1.66%	-1.32%	9.41%	8.70%	2.43%
200 N	-2.20%	2.15%	1.93%	2.69%	0.60%	6.29%	8.75%	2.89%
300 N	-0.92%	2.53%	3.35%	3.48%	1.38%	6.24%	6.95%	3.29%
% error por posición	-2.19%	2.11%	1.88%	2.61%	0.22%	7.31%	8.13%	



**Figura 4-28. Curva de deformación configuración 4 carga 100 N**

Se procedió a calcular el coeficiente de determinación con los datos obtenidos directamente del software para cargas medias, obteniendo los siguientes resultados:

**Cuadro 4-23. Porcentaje explicado de la variabilidad total de la curva de cada configuración con cargas medias de 400 a 600 N**

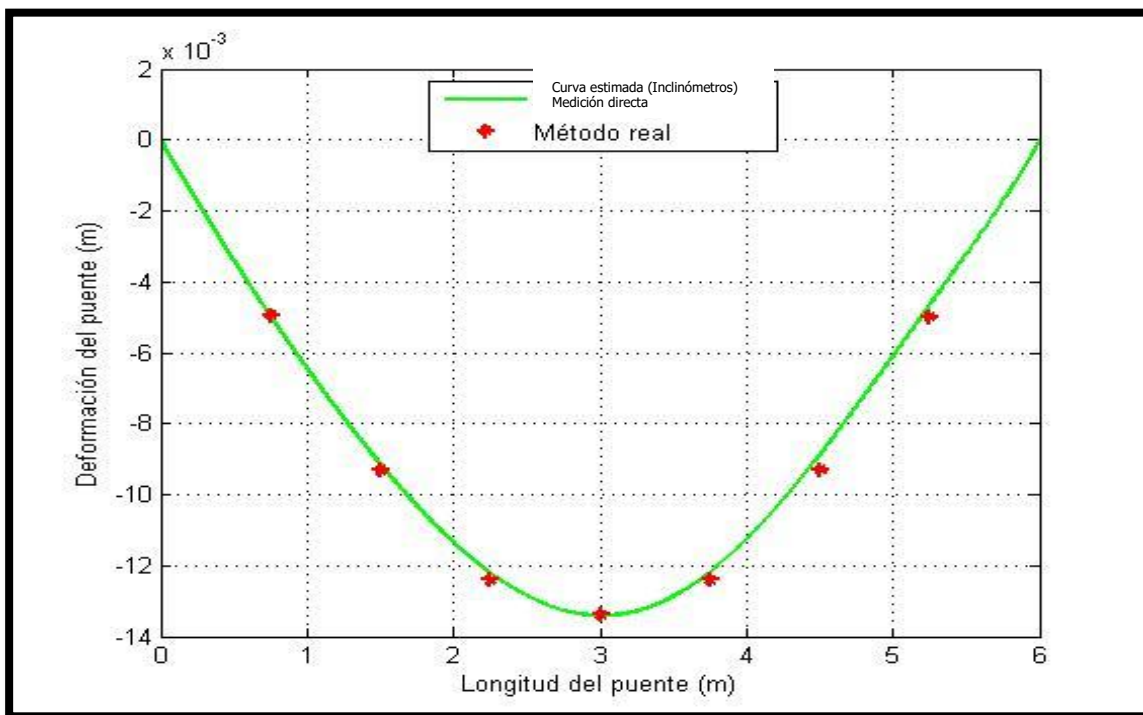
Configuración	Suma de cuadrados del error (SCE)	Variabilidad bruta (SCT)	Coeficiente de Determinación $1 - \frac{SCE}{SCT}$
Configuración 1	6.09	432.19	98.59
Configuración 2	10.39	444.51	97.66
Configuración 3	16.11	430.85	96.26
Configuración 4	7.32	429.92	98.30
Configuración 5	51.28	446.64	88.52
Configuración 6	16.55	438.78	98.23
Configuración 7	6.36	442.66	98.56
Configuración 8	11.83	442.88	97.33
Configuración 9	14.90	447.66	96.67
Configuración 10	14.92	448.32	96.67
Configuración 11	9.87	420.54	97.65
<b>Configuración 12</b>	<b>6.04</b>	<b>434.29</b>	<b>98.61</b>
Configuración 13	8.99	431.27	97.92
Configuración 14	11.06	445.05	97.51
Configuración 15	8.76	434.61	97.99

Al realizar el análisis con estos datos la configuración que explica de una mejor manera la variabilidad de la curva real es la configuración 12, ya que logra explicar un 98.61%.

Se presentan en el siguiente cuadro los porcentajes de error de cada carga según el punto de posición analizado.

**Cuadro 4-24. Porcentajes de error de la configuración 12 intervalo de cargas medias**

Configuración 12 (mm)								
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	%error por carga
400 N	-0.44%	1.77%	1.56%	-0.21%	1.75%	4.48%	6.53%	2.20%
500 N	-1.80%	1.64%	4.38%	4.14%	5.60%	6.00%	6.60%	3.79%
600 N	0.60%	3.93%	5.77%	3.82%	4.74%	4.00%	4.37%	3.89%
% error por posición	-0.55%	2.45%	3.90%	2.58%	4.03%	4.83%	5.83%	



**Figura 4-29. Curva de deformación configuración 12 carga 400 N**

Se procedió a calcular el coeficiente de determinación con los datos obtenidos directamente del software para cargas altas, obteniendo los siguientes resultados:

**Cuadro 4-25. Porcentaje explicado de la variabilidad total de la curva de cada configuración con cargas altas de 700 a 1000 N**

Configuración	Suma de cuadrados del error (SCE)	Variabilidad Bruta (SCT)	Coeficiente de Determinación $1 - \frac{SCE}{SCT}$
<b>Configuración 1</b>	<b>32.63</b>	<b>1538.89</b>	<b>97.88</b>
Configuración 2	59.52	1548.32	96.16
Configuración 3	84.82	1548.11	94.52
Configuración 4	59.31	1542.63	96.16
Configuración 5	725.24	1578.60	54.06
Configuración 6	110.64	1566.96	92.94
Configuración 7	59.75	1546.18	96.14
Configuración 8	80.07	1560.79	94.87
Configuración 9	82.19	1589.28	94.83
Configuración 10	89.87	1537.77	94.16
Configuración 11	44.23	1540.25	97.13
Configuración 12	46.16	1553.84	97.03
Configuración 13	45.52	1554.51	97.07
Configuración 14	48.84	1584.05	96.02
Configuración 15	56.54	1517.08	96.27

Al realizar el análisis con estos datos la configuración que explica de una mejor manera la variabilidad de la curva real es la configuración 1, ya que logra explicar un 97.88%.

Se presentan en el siguiente cuadro los porcentajes de error de cada carga según el punto de posición analizado.

**Cuadro 4-26. Porcentajes de error de la configuración 1 intervalo de cargas altas**

Configuración 1 (mm)								
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	%error por carga
700 N	-1.13%	4.22%	4.85%	4.62%	2.90%	3.72%	3.25%	3.20%
800 N	0.23%	5.29%	6.20%	4.84%	2.44%	1.90%	2.44%	3.34%
900 N	1.74%	6.56%	7.15%	5.28%	2.20%	0.82%	1.70%	3.63%
1000 N	3.36%	8.09%	8.24%	5.75%	2.11%	-0.02%	1.43%	4.14%
% error por posición	1.05%	6.04%	6.61%	5.12%	2.41%	1.61%	2.20%	

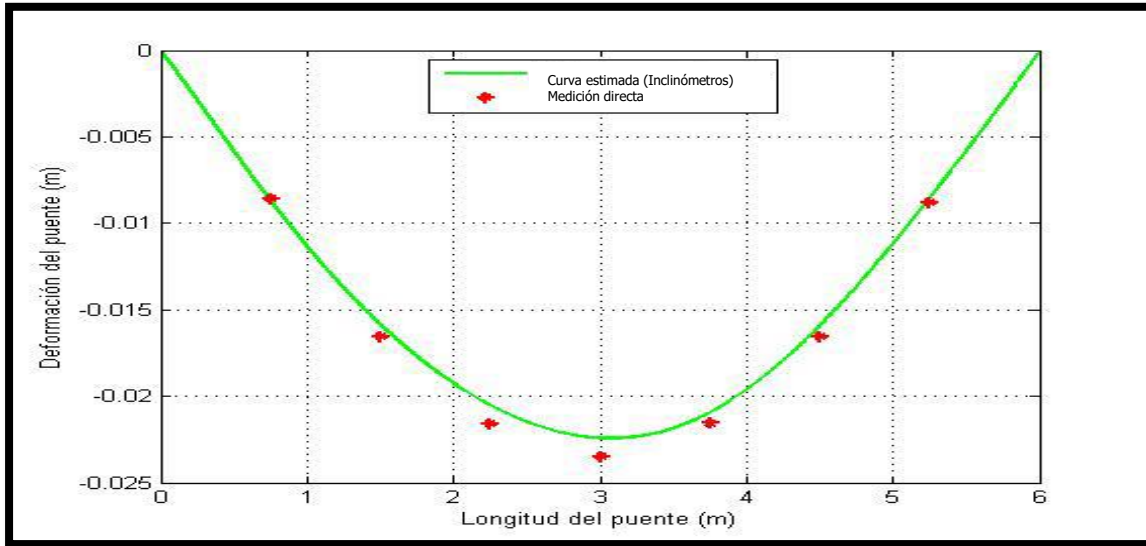


Figura 4-30. Curva de deformación configuración 1 carga 700 N

Si realizamos un solo cuadro resumen obtenemos:

Cuadro 4-27. Porcentajes de error de las distintas configuraciones por intervalos de cargas

Configuraciones por intervalos (mm)									
	Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	%error por carga
Conf. 4	100 N	-3.45%	1.65%	0.37%	1.66%	-1.32%	9.41%	8.70%	2.43%
	200 N	-2.20%	2.15%	1.93%	2.69%	0.60%	6.29%	8.75%	2.89%
	300 N	-0.92%	2.53%	3.35%	3.48%	1.38%	6.24%	6.95%	3.29%
Conf. 12	400 N	-0.44%	1.77%	1.56%	-0.21%	1.75%	4.48%	6.53%	2.20%
	500 N	-1.80%	1.64%	4.38%	4.14%	5.60%	6.00%	6.60%	3.79%
	600 N	0.60%	3.93%	5.77%	3.82%	4.74%	4.00%	4.37%	3.89%
Conf. 1	700 N	-1.13%	4.22%	4.85%	4.62%	2.90%	3.72%	3.25%	3.20%
	800 N	0.23%	5.29%	6.20%	4.84%	2.44%	1.90%	2.44%	3.33%
	900 N	1.74%	6.56%	7.15%	5.28%	2.20%	0.82%	1.70%	3.64%
	1000 N	3.36%	8.09%	8.24%	5.75%	2.11%	-0.02%	1.43%	4.14%
% error por posición		-0.62%	-0.40%	3.78%	4.38%	3.61%	2.24%	4.28%	



### 4.3.3. NORMALIZACIÓN DE LOS DATOS PARA ELIMINAR EFECTO DEL FACTOR CARGA

Como se mencionó anteriormente, se procedió a normalizar los datos tanto reales como estimados, con el fin de eliminar el factor carga del análisis, obteniendo así una configuración que se adapte mejor a la forma de las curva de deformación de los datos de medición directa.

Normalizar consiste en cambiar una distribución de ciertos datos a una curva normal o Gaussiana. Donde el promedio y la mediana coinciden en el mismo punto. Normalizar datos, sería ajustar dichos datos a una curva normal.

Cuando los datos tienen una distribución normal, es posible obtener más información de ellos que si fueran de otra forma, pues se cumple que los estimadores de dicha distribución tienen propiedades que se acercan más a la verdad. Para normalizar los datos obtenidos por el software y eliminar así el efecto del factor carga se hizo uso de la siguiente relación:

$$u = \frac{v}{\|\vec{v}\|}$$

Donde  $u$  corresponde al nuevo dato a analizar,  $v$  el dato sin normalizar, y  $\vec{v}$  es el vector generado por todas las posiciones para cada carga en específico.

Por ejemplo:

Configuración 1 (mm)							
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
100 N	<b>1.3553</b>	2.4366	3.0509	3.1724	2.8058	2.044	1.0882

Sea el dato correspondiente a la posición 1 para la carga de 100N de la configuración 1 igual a 1.3553 mm su normalización sería de la siguiente forma:

$$u = \frac{1.3553}{\|(1.3553, 2.4366, 3.0509, 3.1724, 2.8058, 2.044, 1.0882)\|} = 0.2133$$

El proceso anterior se realizó para los datos medidos directamente (LVDT, laser y deformímetros) como para los datos obtenidos a través del software (Inclinómetros), los cuales se presentan a continuación:

**Cuadro 4-28. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 1 normalizados**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 1 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1791	0.3669	0.4609	0.5072	0.4472	0.3593	0.1862
<b>200 N</b>	0.1815	0.3650	0.4599	0.5050	0.4522	0.3580	0.1861
<b>300 N</b>	0.1830	0.3530	0.4633	0.5073	0.4572	0.3549	0.1870
<b>400 N</b>	0.1830	0.3588	0.4623	0.5053	0.4583	0.3520	0.1865
<b>500 N</b>	0.1835	0.3564	0.4623	0.5043	0.4594	0.3538	0.1871
<b>600 N</b>	0.1835	0.3562	0.4629	0.5039	0.4600	0.3530	0.1871
<b>700 N</b>	0.1838	0.3544	0.4619	0.5033	0.4617	0.3543	0.1879
<b>800 N</b>	0.1839	0.3539	0.4643	0.5034	0.4620	0.3512	0.1879
<b>900 N</b>	0.1841	0.3539	0.4645	0.5042	0.4623	0.3494	0.1874
<b>1000 N</b>	0.1842	0.3544	0.4647	0.5044	0.4626	0.3479	0.1873
	<b>0.1830</b>	<b>0.3573</b>	<b>0.4627</b>	<b>0.5048</b>	<b>0.4583</b>	<b>0.3534</b>	<b>0.1870</b>
<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 1 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.2133	0.3834	0.4801	0.4992	0.4415	0.3217	0.1712
<b>200 N</b>	0.2101	0.3788	0.4765	0.4997	0.4460	0.3265	0.1734
<b>300 N</b>	0.2058	0.3727	0.4724	0.4995	0.4505	0.3338	0.1782
<b>400 N</b>	0.2017	0.3670	0.4684	0.4996	0.4549	0.3401	0.1818
<b>500 N</b>	0.1984	0.3616	0.4640	0.4993	0.4593	0.3464	0.1852
<b>600 N</b>	0.1959	0.3573	0.4605	0.4994	0.4630	0.3508	0.1873
<b>700 N</b>	0.1934	0.3532	0.4573	0.4994	0.4664	0.3549	0.1891
<b>800 N</b>	0.1912	0.3493	0.4539	0.4993	0.4698	0.3590	0.1911
<b>900 N</b>	0.1891	0.3458	0.4510	0.4994	0.4727	0.3623	0.1926
<b>1000 N</b>	0.1870	0.3422	0.4480	0.4995	0.4758	0.3656	0.1940
<b>Promedio</b>	<b>0.1986</b>	<b>0.3611</b>	<b>0.4632</b>	<b>0.4994</b>	<b>0.4600</b>	<b>0.3461</b>	<b>0.1844</b>
<b>desv estándar</b>	<b>0.0090</b>	<b>0.0141</b>	<b>0.0110</b>	<b>0.0002</b>	<b>0.0116</b>	<b>0.0152</b>	<b>0.0080</b>

**Cuadro 4-29. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 2 normalizados**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 2 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1815	0.3588	0.4601	0.5079	0.4493	0.3623	0.1883
<b>200 N</b>	0.1825	0.3591	0.4599	0.5050	0.4529	0.3615	0.1882
<b>300 N</b>	0.1835	0.3581	0.4619	0.5054	0.4577	0.3527	0.1884
<b>400 N</b>	0.1834	0.3579	0.4618	0.5043	0.4587	0.3537	0.1878
<b>500 N</b>	0.1836	0.3548	0.4623	0.5039	0.4601	0.3545	0.1882
<b>600 N</b>	0.1838	0.3543	0.4631	0.5039	0.4607	0.3530	0.1884
<b>700 N</b>	0.1837	0.3535	0.4634	0.5034	0.4614	0.3536	0.1879
<b>800 N</b>	0.1839	0.3526	0.4641	0.5036	0.4621	0.3521	0.1880
<b>900 N</b>	0.1840	0.3532	0.4644	0.5040	0.4623	0.3504	0.1878
<b>1000 N</b>	0.1843	0.3538	0.4646	0.5043	0.4624	0.3488	0.1875
	<b>0.1834</b>	<b>0.3556</b>	<b>0.4626</b>	<b>0.5046</b>	<b>0.4588</b>	<b>0.3542</b>	<b>0.1881</b>
<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 2 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.2154	0.3865	0.4892	0.5076	0.4362	0.3026	0.1593
<b>200 N</b>	0.2065	0.3717	0.4755	0.5049	0.4502	0.3254	0.1719
<b>300 N</b>	0.2019	0.3655	0.4703	0.5036	0.4550	0.3348	0.1781
<b>400 N</b>	0.1973	0.3592	0.4655	0.5030	0.4599	0.3427	0.1827
<b>500 N</b>	0.1940	0.3538	0.4609	0.5023	0.4643	0.3495	0.1865
<b>600 N</b>	0.1906	0.3480	0.4562	0.5022	0.4690	0.3555	0.1895
<b>700 N</b>	0.1881	0.3436	0.4525	0.5020	0.4726	0.3602	0.1916
<b>800 N</b>	0.1858	0.3396	0.4491	0.5018	0.4759	0.3643	0.1936
<b>900 N</b>	0.1832	0.3352	0.4454	0.5017	0.4794	0.3685	0.1958
<b>1000 N</b>	0.1808	0.3308	0.4416	0.5015	0.4830	0.3727	0.1977
<b>Promedio</b>	<b>0.1943</b>	<b>0.3534</b>	<b>0.4606</b>	<b>0.5031</b>	<b>0.4646</b>	<b>0.3476</b>	<b>0.1847</b>
<b>desv estándar</b>	<b>0.0110</b>	<b>0.0175</b>	<b>0.0148</b>	<b>0.0019</b>	<b>0.0145</b>	<b>0.0218</b>	<b>0.0120</b>



**Cuadro 4-30. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 3 normalizados**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 3 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1807	0.3539	0.4590	0.5068	0.4557	0.3623	0.1889
<b>200 N</b>	0.1830	0.3586	0.4592	0.5057	0.4578	0.3558	0.1876
<b>300 N</b>	0.1840	0.3500	0.4611	0.5076	0.4582	0.3572	0.1891
<b>400 N</b>	0.1837	0.3543	0.4619	0.5058	0.4611	0.3515	0.1881
<b>500 N</b>	0.1838	0.3547	0.4624	0.5043	0.4616	0.3519	0.1881
<b>600 N</b>	0.1838	0.3539	0.4628	0.5034	0.4618	0.3531	0.1880
<b>700 N</b>	0.1839	0.3521	0.4634	0.5033	0.4626	0.3532	0.1880
<b>800 N</b>	0.1824	0.3509	0.4646	0.5029	0.4652	0.3518	0.1861
<b>900 N</b>	0.1841	0.3522	0.4644	0.5033	0.4632	0.3510	0.1878
<b>1000 N</b>	0.1843	0.3520	0.4646	0.5040	0.4634	0.3497	0.1876
	<b>0.1834</b>	<b>0.3533</b>	<b>0.4624</b>	<b>0.5047</b>	<b>0.4611</b>	<b>0.3537</b>	<b>0.1879</b>
<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 3 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.2184	0.3899	0.4836	0.4910	0.4296	0.3250	0.1875
<b>200 N</b>	0.2083	0.3710	0.4693	0.4962	0.4498	0.3395	0.1867
<b>300 N</b>	0.2021	0.3630	0.4647	0.4981	0.4565	0.3457	0.1884
<b>400 N</b>	0.1975	0.3568	0.4604	0.4983	0.4614	0.3520	0.1911
<b>500 N</b>	0.1947	0.3528	0.4572	0.4980	0.4646	0.3567	0.1937
<b>600 N</b>	0.1910	0.3480	0.4544	0.4984	0.4678	0.3609	0.1961
<b>700 N</b>	0.1887	0.3446	0.4517	0.4981	0.4703	0.3647	0.1983
<b>800 N</b>	0.1862	0.3409	0.4487	0.4980	0.4733	0.3684	0.2001
<b>900 N</b>	0.1831	0.3362	0.4456	0.4986	0.4768	0.3719	0.2016
<b>1000 N</b>	0.1809	0.3326	0.4425	0.4984	0.4796	0.3756	0.2034
<b>Promedio</b>	<b>0.1951</b>	<b>0.3536</b>	<b>0.4578</b>	<b>0.4973</b>	<b>0.4630</b>	<b>0.3560</b>	<b>0.1947</b>
<b>desv estándar</b>	<b>0.0118</b>	<b>0.0174</b>	<b>0.0123</b>	<b>0.0023</b>	<b>0.0149</b>	<b>0.0158</b>	<b>0.0061</b>

**Cuadro 4-31. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 4 normalizados****Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)**

<b>Configuración 4 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1851	0.3564	0.4627	0.5098	0.4473	0.3615	0.1843
<b>200 N</b>	0.1863	0.3539	0.4625	0.5084	0.4547	0.3539	0.1891
<b>300 N</b>	0.1857	0.3502	0.4630	0.5075	0.4569	0.3561	0.1881
<b>400 N</b>	0.1859	0.3540	0.4628	0.5054	0.4589	0.3525	0.1890
<b>500 N</b>	0.1849	0.3540	0.4633	0.5050	0.4602	0.3518	0.1878
<b>600 N</b>	0.1847	0.3525	0.4638	0.5036	0.4609	0.3540	0.1877
<b>700 N</b>	0.1847	0.3522	0.4643	0.5035	0.4618	0.3523	0.1881
<b>800 N</b>	0.1848	0.3521	0.4645	0.5036	0.4619	0.3517	0.1880
<b>900 N</b>	0.1851	0.3529	0.4658	0.5050	0.4586	0.3516	0.1881
<b>1000 N</b>	0.1850	0.3518	0.4651	0.5043	0.4625	0.3497	0.1877
	<b>0.1852</b>	<b>0.3530</b>	<b>0.4638</b>	<b>0.5056</b>	<b>0.4584</b>	<b>0.3535</b>	<b>0.1878</b>

**Datos obtenidos del software (inclinómetros)**

<b>Configuración 4 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1950	0.3569	0.4694	0.5105	0.4616	0.3335	0.1714
<b>200 N</b>	0.1952	0.3552	0.4652	0.5074	0.4636	0.3401	0.1770
<b>300 N</b>	0.1936	0.3526	0.4623	0.5061	0.4655	0.3449	0.1808
<b>400 N</b>	0.1902	0.3476	0.4585	0.5056	0.4691	0.3508	0.1845
<b>500 N</b>	0.1863	0.3418	0.4545	0.5055	0.4730	0.3567	0.1882
<b>600 N</b>	0.1841	0.3384	0.4518	0.5054	0.4757	0.3601	0.1900
<b>700 N</b>	0.1817	0.3344	0.4485	0.5053	0.4789	0.3641	0.1919
<b>800 N</b>	0.1791	0.3302	0.4453	0.5052	0.4821	0.3681	0.1939
<b>900 N</b>	0.1769	0.3265	0.4425	0.5053	0.4848	0.3711	0.1955
<b>1000 N</b>	0.1744	0.3224	0.4391	0.5053	0.4881	0.3748	0.1971
<b>Promedio</b>	<b>0.1856</b>	<b>0.3406</b>	<b>0.4537</b>	<b>0.5061</b>	<b>0.4742</b>	<b>0.3564</b>	<b>0.1870</b>
<b>desv estándar</b>	<b>0.0077</b>	<b>0.0123</b>	<b>0.0101</b>	<b>0.0017</b>	<b>0.0092</b>	<b>0.0138</b>	<b>0.0085</b>

**Cuadro 4-32. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 5 normalizados****Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)**

<b>Configuración 5 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1838	0.3384	0.4699	0.4970	0.4666	0.3626	0.1861
<b>200 N</b>	0.1845	0.3478	0.4660	0.5034	0.4642	0.3527	0.1860
<b>300 N</b>	0.1851	0.3445	0.4677	0.5004	0.4662	0.3549	0.1859
<b>400 N</b>	0.1851	0.3493	0.4660	0.5022	0.4644	0.3519	0.1868
<b>500 N</b>	0.1856	0.3511	0.4661	0.5008	0.4654	0.3503	0.1869
<b>600 N</b>	0.1853	0.3500	0.4669	0.5016	0.4653	0.3494	0.1872
<b>700 N</b>	0.1850	0.3511	0.4660	0.5021	0.4647	0.3494	0.1872
<b>800 N</b>	0.1851	0.3495	0.4662	0.5029	0.4654	0.3488	0.1873
<b>900 N</b>	0.1851	0.3509	0.4663	0.5027	0.4649	0.3483	0.1870
<b>1000 N</b>	0.1853	0.3507	0.4661	0.5034	0.4648	0.3480	0.1868
	<b>0.1850</b>	<b>0.3483</b>	<b>0.4667</b>	<b>0.5017</b>	<b>0.4652</b>	<b>0.3516</b>	<b>0.1867</b>

**Datos obtenidos del software (inclinómetros)**

<b>Configuración 5 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1796	0.3417	0.4517	0.4937	0.4695	0.3760	0.2034
<b>200 N</b>	0.1845	0.3523	0.4650	0.5004	0.4606	0.3555	0.1920
<b>300 N</b>	0.1879	0.3653	0.4849	0.5083	0.4444	0.3280	0.1808
<b>400 N</b>	0.1897	0.3711	0.4938	0.5127	0.4374	0.3133	0.1734
<b>500 N</b>	0.1910	0.3755	0.5010	0.5160	0.4314	0.3016	0.1679
<b>600 N</b>	0.1929	0.3818	0.5105	0.5201	0.4228	0.2854	0.1603
<b>700 N</b>	0.1948	0.3869	0.5180	0.5234	0.4157	0.2715	0.1532
<b>800 N</b>	0.1968	0.3926	0.5263	0.5267	0.4074	0.2560	0.1457
<b>900 N</b>	0.1987	0.3981	0.5341	0.5298	0.3992	0.2403	0.1381
<b>1000 N</b>	0.1999	0.4017	0.5396	0.5320	0.3932	0.2289	0.1324
<b>Promedio</b>	<b>0.1916</b>	<b>0.3767</b>	<b>0.5025</b>	<b>0.5163</b>	<b>0.4282</b>	<b>0.2957</b>	<b>0.1647</b>
<b>desv estándar</b>	<b>0.0064</b>	<b>0.0196</b>	<b>0.0291</b>	<b>0.0127</b>	<b>0.0254</b>	<b>0.0485</b>	<b>0.0232</b>

**Cuadro 4-33. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 6 normalizados**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 6 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1782	0.3538	0.4609	0.5090	0.4499	0.3710	0.1774
<b>200 N</b>	0.1817	0.3552	0.4608	0.5068	0.4560	0.3607	0.1835
<b>300 N</b>	0.1825	0.3471	0.4623	0.5064	0.4578	0.3589	0.1941
<b>400 N</b>	0.1830	0.3570	0.4628	0.5052	0.4595	0.3533	0.1835
<b>500 N</b>	0.1834	0.3525	0.4641	0.5050	0.4608	0.3548	0.1830
<b>600 N</b>	0.1825	0.3526	0.4645	0.5034	0.4621	0.3550	0.1835
<b>700 N</b>	0.1833	0.3528	0.4646	0.5032	0.4620	0.3546	0.1835
<b>800 N</b>	0.1838	0.3513	0.4652	0.5037	0.4630	0.3531	0.1833
<b>900 N</b>	0.1842	0.3515	0.4656	0.5038	0.4631	0.3515	0.1840
<b>1000 N</b>	0.1842	0.3511	0.4658	0.5041	0.4633	0.3508	0.1843
	<b>0.1827</b>	<b>0.3525</b>	<b>0.4637</b>	<b>0.5051</b>	<b>0.4597</b>	<b>0.3564</b>	<b>0.1840</b>
<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 6 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1947	0.3478	0.4577	0.5077	0.4709	0.3467	0.1786
<b>200 N</b>	0.1362	0.2474	0.4050	0.5257	0.5265	0.3995	0.2073
<b>300 N</b>	0.1840	0.3307	0.4452	0.5060	0.4818	0.3656	0.1919
<b>400 N</b>	0.1810	0.3270	0.4422	0.5051	0.4841	0.3705	0.1953
<b>500 N</b>	0.1817	0.3292	0.4424	0.5032	0.4829	0.3713	0.1962
<b>600 N</b>	0.1788	0.3250	0.4391	0.5029	0.4859	0.3756	0.1987
<b>700 N</b>	0.1760	0.3204	0.4356	0.5028	0.4892	0.3798	0.2007
<b>800 N</b>	0.1734	0.3164	0.4325	0.5026	0.4920	0.3835	0.2026
<b>900 N</b>	0.1705	0.3117	0.4288	0.5026	0.4953	0.3874	0.2047
<b>1000 N</b>	0.1675	0.3067	0.4253	0.5028	0.4987	0.3910	0.2064
<b>Promedio</b>	<b>0.1744</b>	<b>0.3162</b>	<b>0.4354</b>	<b>0.5061</b>	<b>0.4907</b>	<b>0.3771</b>	<b>0.1982</b>
<b>desv estándar</b>	<b>0.0154</b>	<b>0.0267</b>	<b>0.0141</b>	<b>0.0071</b>	<b>0.0148</b>	<b>0.0148</b>	<b>0.0085</b>

**Cuadro 4-34. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 7 normalizados**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 7 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1820	0.3590	0.4589	0.5080	0.4532	0.3611	0.1831
<b>200 N</b>	0.1847	0.3542	0.4607	0.5084	0.4581	0.3559	0.1822
<b>300 N</b>	0.1600	0.3516	0.4675	0.5117	0.4646	0.3596	0.1587
<b>400 N</b>	0.1845	0.3574	0.4622	0.5054	0.4600	0.3521	0.1833
<b>500 N</b>	0.1837	0.3529	0.4635	0.5045	0.4611	0.3547	0.1843
<b>600 N</b>	0.1838	0.3529	0.4639	0.5036	0.4625	0.3536	0.1840
<b>700 N</b>	0.1840	0.3532	0.4639	0.5032	0.4622	0.3544	0.1834
<b>800 N</b>	0.1841	0.3512	0.4649	0.5038	0.4635	0.3523	0.1842
<b>900 N</b>	0.1843	0.3517	0.4651	0.5035	0.4634	0.3517	0.1843
<b>1000 N</b>	0.1844	0.3509	0.4654	0.5043	0.4637	0.3506	0.1847
	<b>0.1816</b>	<b>0.3535</b>	<b>0.4636</b>	<b>0.5056</b>	<b>0.4612</b>	<b>0.3546</b>	<b>0.1812</b>
<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 7 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1857	0.3434	0.4631	0.5133	0.4699	0.3430	0.1768
<b>200 N</b>	0.1798	0.3402	0.4650	0.5152	0.4696	0.3433	0.1784
<b>300 N</b>	0.1837	0.3416	0.4595	0.5087	0.4703	0.3519	0.1861
<b>400 N</b>	0.1777	0.3388	0.4621	0.5109	0.4695	0.3515	0.1871
<b>500 N</b>	0.1717	0.3369	0.4662	0.5139	0.4679	0.3489	0.1867
<b>600 N</b>	0.1803	0.3397	0.4566	0.5035	0.4694	0.3616	0.1977
<b>700 N</b>	0.1785	0.3374	0.4550	0.5031	0.4707	0.3643	0.1997
<b>800 N</b>	0.1754	0.3334	0.4527	0.5038	0.4735	0.3672	0.2009
<b>900 N</b>	0.1727	0.3294	0.4500	0.5042	0.4765	0.3703	0.2023
<b>1000 N</b>	0.1700	0.3257	0.4476	0.5045	0.4790	0.3731	0.2038
<b>Promedio</b>	<b>0.1775</b>	<b>0.3366</b>	<b>0.4578</b>	<b>0.5081</b>	<b>0.4716</b>	<b>0.3575</b>	<b>0.1919</b>
<b>desv estándar</b>	<b>0.0051</b>	<b>0.0056</b>	<b>0.0064</b>	<b>0.0049</b>	<b>0.0036</b>	<b>0.0111</b>	<b>0.0101</b>

**Cuadro 4-35. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 8 normalizados**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 8 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1742	0.3619	0.4572	0.5088	0.4519	0.3638	0.1851
<b>200 N</b>	0.1850	0.3553	0.4602	0.5087	0.4569	0.3556	0.1839
<b>300 N</b>	0.1842	0.3516	0.4616	0.5074	0.4591	0.3565	0.1846
<b>400 N</b>	0.1836	0.3579	0.4623	0.5059	0.4606	0.3496	0.1848
<b>500 N</b>	0.1840	0.3546	0.4632	0.5047	0.4612	0.3525	0.1845
<b>600 N</b>	0.1838	0.3517	0.4681	0.5030	0.4614	0.3514	0.1842
<b>700 N</b>	0.1838	0.3533	0.4641	0.5036	0.4623	0.3533	0.1839
<b>800 N</b>	0.1843	0.3514	0.4651	0.5039	0.4632	0.3517	0.1844
<b>900 N</b>	0.1845	0.3514	0.4656	0.5041	0.4633	0.3508	0.1841
<b>1000 N</b>	0.1848	0.3524	0.4660	0.5032	0.4638	0.3494	0.1849
	<b>0.1832</b>	<b>0.3541</b>	<b>0.4633</b>	<b>0.5053</b>	<b>0.4604</b>	<b>0.3535</b>	<b>0.1844</b>
<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 8 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1934	0.3532	0.4657	0.5078	0.4630	0.3412	0.1796
<b>200 N</b>	0.1919	0.3487	0.4603	0.5064	0.4675	0.3481	0.1835
<b>300 N</b>	0.1899	0.3455	0.4574	0.5057	0.4699	0.3523	0.1863
<b>400 N</b>	0.1868	0.3412	0.4538	0.5048	0.4730	0.3580	0.1899
<b>500 N</b>	0.1835	0.3365	0.4504	0.5046	0.4763	0.3629	0.1928
<b>600 N</b>	0.1809	0.3324	0.4471	0.5044	0.4794	0.3670	0.1949
<b>700 N</b>	0.1784	0.3281	0.4435	0.5041	0.4828	0.3714	0.1970
<b>800 N</b>	0.1757	0.3237	0.4401	0.5041	0.4860	0.3752	0.1988
<b>900 N</b>	0.1734	0.3200	0.4371	0.5040	0.4888	0.3786	0.2006
<b>1000 N</b>	0.1704	0.3149	0.4330	0.5040	0.4926	0.3830	0.2026
<b>Promedio</b>	<b>0.1824</b>	<b>0.3344</b>	<b>0.4488</b>	<b>0.5050</b>	<b>0.4779</b>	<b>0.3638</b>	<b>0.1926</b>
<b>desv estándar</b>	<b>0.0080</b>	<b>0.0128</b>	<b>0.0106</b>	<b>0.0013</b>	<b>0.0097</b>	<b>0.0138</b>	<b>0.0076</b>

**Cuadro 4-36. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 9 normalizados**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 9 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1782	0.3624	0.4600	0.5147	0.4488	0.3544	0.1825
<b>200 N</b>	0.1837	0.3577	0.4628	0.5081	0.4574	0.3511	0.1832
<b>300 N</b>	0.1830	0.3505	0.4638	0.5068	0.4600	0.3552	0.1841
<b>400 N</b>	0.1835	0.3571	0.4634	0.5050	0.4612	0.3503	0.1836
<b>500 N</b>	0.1830	0.3540	0.4644	0.5044	0.4614	0.3527	0.1840
<b>600 N</b>	0.1839	0.3533	0.4648	0.5035	0.4626	0.3521	0.1837
<b>700 N</b>	0.1836	0.3535	0.4649	0.5031	0.4623	0.3529	0.1840
<b>800 N</b>	0.1840	0.3515	0.4657	0.5035	0.4634	0.3516	0.1842
<b>900 N</b>	0.1843	0.3521	0.4660	0.5036	0.4635	0.3503	0.1839
<b>1000 N</b>	0.1844	0.3523	0.4662	0.5039	0.4636	0.3489	0.1845
	<b>0.1832</b>	<b>0.3544</b>	<b>0.4642</b>	<b>0.5056</b>	<b>0.4604</b>	<b>0.3519</b>	<b>0.1838</b>
<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 9 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.2145	0.3797	0.4735	0.4894	0.4393	0.3392	0.1949
<b>200 N</b>	0.2024	0.3613	0.4634	0.4976	0.4570	0.3477	0.1907
<b>300 N</b>	0.1940	0.3523	0.4612	0.5024	0.4634	0.3502	0.1891
<b>400 N</b>	0.1894	0.3471	0.4584	0.5030	0.4668	0.3548	0.1915
<b>500 N</b>	0.1869	0.3444	0.4565	0.5024	0.4684	0.3585	0.1944
<b>600 N</b>	0.1842	0.3410	0.4540	0.5019	0.4706	0.3625	0.1972
<b>700 N</b>	0.1820	0.3383	0.4522	0.5015	0.4722	0.3656	0.1994
<b>800 N</b>	0.1792	0.3342	0.4493	0.5017	0.4751	0.3692	0.2013
<b>900 N</b>	0.1761	0.3299	0.4465	0.5022	0.4783	0.3724	0.2027
<b>1000 N</b>	0.1732	0.3257	0.4436	0.5023	0.4812	0.3761	0.2047
<b>Promedio</b>	<b>0.1882</b>	<b>0.3454</b>	<b>0.4559</b>	<b>0.5004</b>	<b>0.4672</b>	<b>0.3596</b>	<b>0.1966</b>
<b>desv estándar</b>	<b>0.0126</b>	<b>0.0160</b>	<b>0.0088</b>	<b>0.0041</b>	<b>0.0121</b>	<b>0.0117</b>	<b>0.0053</b>

**Cuadro 4-37. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 10 normalizados**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 10 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1798	0.3594	0.4644	0.5068	0.4553	0.3569	0.1770
<b>200 N</b>	0.1835	0.3538	0.4649	0.5075	0.4600	0.3498	0.1830
<b>300 N</b>	0.1842	0.3497	0.4648	0.5070	0.4618	0.3522	0.1827
<b>400 N</b>	0.1835	0.3584	0.4642	0.5052	0.4613	0.3475	0.1833
<b>500 N</b>	0.1837	0.3547	0.4647	0.5041	0.4624	0.3508	0.1830
<b>600 N</b>	0.1838	0.3523	0.4653	0.5037	0.4633	0.3515	0.1835
<b>700 N</b>	0.1828	0.3513	0.4631	0.5008	0.4611	0.3497	0.2075
<b>800 N</b>	0.1834	0.3498	0.4653	0.5028	0.4635	0.3506	0.1921
<b>900 N</b>	0.1840	0.3508	0.4664	0.5038	0.4642	0.3498	0.1842
<b>1000 N</b>	0.1842	0.3514	0.4659	0.5033	0.4637	0.3511	0.1842
	<b>0.1833</b>	<b>0.3532</b>	<b>0.4649</b>	<b>0.5045</b>	<b>0.4617</b>	<b>0.3510</b>	<b>0.1861</b>
<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 10 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.2210	0.3638	0.4391	0.4791	0.4671	0.3713	0.2011
<b>200 N</b>	0.2062	0.3526	0.4453	0.4933	0.4722	0.3630	0.1920
<b>300 N</b>	0.1989	0.3484	0.4485	0.4977	0.4728	0.3610	0.1906
<b>400 N</b>	0.1930	0.3445	0.4494	0.4998	0.4737	0.3621	0.1920
<b>500 N</b>	0.1898	0.3418	0.4485	0.4996	0.4744	0.3651	0.1951
<b>600 N</b>	0.1872	0.3393	0.4471	0.4990	0.4753	0.3684	0.1983
<b>700 N</b>	0.1848	0.3370	0.4460	0.4986	0.4763	0.3711	0.2007
<b>800 N</b>	0.1821	0.3333	0.4436	0.4988	0.4787	0.3742	0.2025
<b>900 N</b>	0.1788	0.3289	0.4410	0.4994	0.4817	0.3772	0.2040
<b>1000 N</b>	0.1768	0.3259	0.4385	0.4991	0.4838	0.3804	0.2060
<b>Promedio</b>	<b>0.1919</b>	<b>0.3416</b>	<b>0.4447</b>	<b>0.4964</b>	<b>0.4756</b>	<b>0.3694</b>	<b>0.1982</b>
<b>desv estándar</b>	<b>0.0136</b>	<b>0.0114</b>	<b>0.0040</b>	<b>0.0064</b>	<b>0.0048</b>	<b>0.0066</b>	<b>0.0055</b>



**Cuadro 4-38. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 11 normalizados**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 11 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1864	0.3420	0.4716	0.4975	0.4702	0.3503	0.1859
<b>200 N</b>	0.1859	0.3469	0.4704	0.4997	0.4703	0.3436	0.1867
<b>300 N</b>	0.1861	0.3430	0.4693	0.4980	0.4692	0.3527	0.1870
<b>400 N</b>	0.1862	0.3467	0.4685	0.5003	0.4681	0.3489	0.1854
<b>500 N</b>	0.1856	0.3503	0.4682	0.4986	0.4683	0.3476	0.1865
<b>600 N</b>	0.1859	0.3508	0.4676	0.4995	0.4677	0.3477	0.1861
<b>700 N</b>	0.1857	0.3513	0.4673	0.4996	0.4668	0.3488	0.1859
<b>800 N</b>	0.1856	0.3504	0.4675	0.5012	0.4666	0.3476	0.1857
<b>900 N</b>	0.1858	0.3504	0.4678	0.5016	0.4664	0.3469	0.1854
<b>1000 N</b>	0.1848	0.3479	0.4648	0.4997	0.4638	0.3602	0.1849
	<b>0.1858</b>	<b>0.3480</b>	<b>0.4683</b>	<b>0.4996</b>	<b>0.4677</b>	<b>0.3494</b>	<b>0.1860</b>
<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 11 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.2360	0.4023	0.4813	0.4985	0.4378	0.2988	0.1463
<b>200 N</b>	0.2289	0.3938	0.4759	0.4971	0.4433	0.3123	0.1577
<b>300 N</b>	0.2197	0.3834	0.4721	0.4986	0.4490	0.3227	0.1659
<b>400 N</b>	0.2130	0.3758	0.4687	0.4994	0.4538	0.3304	0.1712
<b>500 N</b>	0.2069	0.3681	0.4649	0.5001	0.4585	0.3378	0.1764
<b>600 N</b>	0.2013	0.3607	0.4605	0.5000	0.4631	0.3460	0.1822
<b>700 N</b>	0.2020	0.3608	0.4573	0.4965	0.4640	0.3513	0.1861
<b>800 N</b>	0.1903	0.3463	0.4528	0.5014	0.4719	0.3585	0.1903
<b>900 N</b>	0.1901	0.3450	0.4495	0.4989	0.4736	0.3634	0.1937
<b>1000 N</b>	0.1880	0.3416	0.4471	0.4994	0.4763	0.3659	0.1946
<b>Promedio</b>	<b>0.2076</b>	<b>0.3678</b>	<b>0.4630</b>	<b>0.4990</b>	<b>0.4591</b>	<b>0.3387</b>	<b>0.1764</b>
<b>desv estándar</b>	<b>0.0167</b>	<b>0.0209</b>	<b>0.0115</b>	<b>0.0014</b>	<b>0.0131</b>	<b>0.0225</b>	<b>0.0161</b>

**Cuadro 4-39. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 12 normalizados**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 12 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1839	0.3442	0.4651	0.5029	0.4707	0.3496	0.1862
<b>200 N</b>	0.1867	0.3816	0.4650	0.5042	0.4664	0.3125	0.1841
<b>300 N</b>	0.1871	0.3421	0.4661	0.5028	0.4679	0.3528	0.1855
<b>400 N</b>	0.1857	0.3494	0.4657	0.5024	0.4658	0.3492	0.1875
<b>500 N</b>	0.1857	0.3499	0.4655	0.5022	0.4669	0.3486	0.1861
<b>600 N</b>	0.1859	0.3514	0.4671	0.4998	0.4670	0.3482	0.1860
<b>700 N</b>	0.1854	0.3519	0.4656	0.5020	0.4659	0.3488	0.1851
<b>800 N</b>	0.1853	0.3500	0.4661	0.5030	0.4659	0.3484	0.1855
<b>900 N</b>	0.1855	0.3507	0.4663	0.5030	0.4659	0.3474	0.1855
<b>1000 N</b>	0.1856	0.3507	0.4662	0.5036	0.4657	0.3466	0.1858
	<b>0.1857</b>	<b>0.3522</b>	<b>0.4659</b>	<b>0.5026</b>	<b>0.4668</b>	<b>0.3452</b>	<b>0.1857</b>
<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 12 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.2038	0.3732	0.4827	0.5107	0.4470	0.3144	0.1633
<b>200 N</b>	0.2097	0.3770	0.4777	0.5048	0.4481	0.3199	0.1665
<b>300 N</b>	0.2052	0.3705	0.4732	0.5041	0.4526	0.3286	0.1727
<b>400 N</b>	0.1896	0.3489	0.4660	0.5118	0.4652	0.3391	0.1782
<b>500 N</b>	0.1976	0.3596	0.4651	0.5030	0.4606	0.3424	0.1816
<b>600 N</b>	0.1933	0.3531	0.4603	0.5028	0.4653	0.3496	0.1860
<b>700 N</b>	0.1908	0.3493	0.4573	0.5024	0.4682	0.3540	0.1885
<b>800 N</b>	0.1865	0.3425	0.4525	0.5026	0.4731	0.3603	0.1921
<b>900 N</b>	0.1854	0.3406	0.4499	0.5013	0.4748	0.3642	0.1947
<b>1000 N</b>	0.1818	0.3351	0.4467	0.5023	0.4786	0.3677	0.1963
<b>Promedio</b>	<b>0.1944</b>	<b>0.3550</b>	<b>0.4631</b>	<b>0.5046</b>	<b>0.4633</b>	<b>0.3440</b>	<b>0.1820</b>
<b>desv estándar</b>	<b>0.0094</b>	<b>0.0146</b>	<b>0.0121</b>	<b>0.0037</b>	<b>0.0111</b>	<b>0.0185</b>	<b>0.0116</b>

**Cuadro 4-40. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 13 normalizados**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 13 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1864	0.3319	0.4678	0.5033	0.4653	0.3655	0.1812
<b>200 N</b>	0.1847	0.3464	0.4682	0.5057	0.4662	0.3447	0.1867
<b>300 N</b>	0.1857	0.3413	0.4661	0.5025	0.4646	0.3584	0.1868
<b>400 N</b>	0.1846	0.3490	0.4665	0.5030	0.4652	0.3502	0.1857
<b>500 N</b>	0.1852	0.3476	0.4666	0.5032	0.4664	0.3494	0.1855
<b>600 N</b>	0.1850	0.3507	0.4659	0.4999	0.4677	0.3488	0.1880
<b>700 N</b>	0.1852	0.3505	0.4660	0.5035	0.4650	0.3478	0.1871
<b>800 N</b>	0.1853	0.3492	0.4663	0.5026	0.4651	0.3495	0.1879
<b>900 N</b>	0.1851	0.3496	0.4666	0.5029	0.4652	0.3485	0.1871
<b>1000 N</b>	0.1856	0.3501	0.4662	0.5036	0.4648	0.3477	0.1870
	<b>0.1853</b>	<b>0.3466</b>	<b>0.4666</b>	<b>0.5030</b>	<b>0.4655</b>	<b>0.3511</b>	<b>0.1863</b>
<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 13 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1906	0.3602	0.4814	0.5143	0.4513	0.3230	0.1720
<b>200 N</b>	0.2028	0.3728	0.4827	0.5101	0.4466	0.3159	0.1658
<b>300 N</b>	0.2026	0.3709	0.4782	0.5073	0.4495	0.3229	0.1704
<b>400 N</b>	0.1999	0.3664	0.4734	0.5055	0.4535	0.3310	0.1758
<b>500 N</b>	0.1963	0.3613	0.4702	0.5059	0.4573	0.3360	0.1785
<b>600 N</b>	0.1923	0.3547	0.4652	0.5058	0.4624	0.3432	0.1826
<b>700 N</b>	0.1892	0.3495	0.4607	0.5052	0.4667	0.3495	0.1860
<b>800 N</b>	0.1869	0.3456	0.4575	0.5048	0.4697	0.3540	0.1885
<b>900 N</b>	0.1840	0.3409	0.4533	0.5041	0.4734	0.3596	0.1918
<b>1000 N</b>	0.1810	0.3360	0.4497	0.5045	0.4773	0.3636	0.1937
<b>Promedio</b>	<b>0.1926</b>	<b>0.3558</b>	<b>0.4672</b>	<b>0.5068</b>	<b>0.4608</b>	<b>0.3399</b>	<b>0.1805</b>
<b>desv estándar</b>	<b>0.0077</b>	<b>0.0126</b>	<b>0.0118</b>	<b>0.0032</b>	<b>0.0107</b>	<b>0.0167</b>	<b>0.0095</b>

**Cuadro 4-41. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 14 normalizados**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 14 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1705	0.3419	0.4731	0.5037	0.4720	0.3476	0.1812
<b>200 N</b>	0.1933	0.3444	0.4695	0.4966	0.4707	0.3442	0.1922
<b>300 N</b>	0.1816	0.3400	0.4675	0.5063	0.4710	0.3487	0.1820
<b>400 N</b>	0.1816	0.3491	0.4679	0.5020	0.4674	0.3497	0.1829
<b>500 N</b>	0.1848	0.3505	0.4670	0.5004	0.4672	0.3491	0.1852
<b>600 N</b>	0.1836	0.3506	0.4669	0.5021	0.4669	0.3484	0.1841
<b>700 N</b>	0.1843	0.3513	0.4665	0.5022	0.4663	0.3484	0.1844
<b>800 N</b>	0.1845	0.3496	0.4669	0.5028	0.4667	0.3480	0.1846
<b>900 N</b>	0.1834	0.3508	0.4673	0.5032	0.4667	0.3470	0.1830
<b>1000 N</b>	0.1847	0.3502	0.4668	0.5037	0.4661	0.3467	0.1848
	<b>0.1832</b>	<b>0.3479</b>	<b>0.4679</b>	<b>0.5023</b>	<b>0.4681</b>	<b>0.3478</b>	<b>0.1844</b>
<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 14 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1766	0.3452	0.4782	0.5158	0.4555	0.3362	0.1855
<b>200 N</b>	0.1927	0.3619	0.4796	0.5106	0.4505	0.3271	0.1766
<b>300 N</b>	0.1950	0.3623	0.4754	0.5076	0.4528	0.3318	0.1787
<b>400 N</b>	0.1908	0.3550	0.4698	0.5079	0.4588	0.3392	0.1826
<b>500 N</b>	0.1923	0.3564	0.4684	0.5063	0.4593	0.3405	0.1826
<b>600 N</b>	0.1891	0.3506	0.4636	0.5062	0.4643	0.3466	0.1855
<b>700 N</b>	0.1877	0.3480	0.4608	0.5059	0.4670	0.3499	0.1867
<b>800 N</b>	0.1852	0.3435	0.4571	0.5058	0.4707	0.3545	0.1889
<b>900 N</b>	0.1831	0.3397	0.4536	0.5056	0.4741	0.3585	0.1908
<b>1000 N</b>	0.1809	0.3357	0.4502	0.5056	0.4775	0.3623	0.1925
<b>Promedio</b>	<b>0.1873</b>	<b>0.3498</b>	<b>0.4657</b>	<b>0.5077</b>	<b>0.4630</b>	<b>0.3447</b>	<b>0.1850</b>
<b>desv estándar</b>	<b>0.0058</b>	<b>0.0091</b>	<b>0.0103</b>	<b>0.0032</b>	<b>0.0092</b>	<b>0.0117</b>	<b>0.0051</b>

**Cuadro 4-42. Resultados obtenidos equipo medición directa y software para la configuración 15 normalizados**

<b>Datos obtenidos de la medición directa (LVDT, Deformímetros, Laser)</b>							
<b>Configuración 15 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.1779	0.3418	0.4660	0.5023	0.4618	0.3668	0.1850
<b>200 N</b>	0.1866	0.3480	0.4683	0.4982	0.4677	0.3482	0.1913
<b>300 N</b>	0.1800	0.3470	0.4687	0.5014	0.4673	0.3520	0.1839
<b>400 N</b>	0.1859	0.3522	0.4665	0.5009	0.4650	0.3476	0.1894
<b>500 N</b>	0.1879	0.3484	0.4662	0.5011	0.4652	0.3489	0.1916
<b>600 N</b>	0.1825	0.3519	0.4664	0.5023	0.4658	0.3485	0.1860
<b>700 N</b>	0.1857	0.3509	0.4660	0.5013	0.4650	0.3488	0.1897
<b>800 N</b>	0.1854	0.3502	0.4662	0.5019	0.4653	0.3482	0.1894
<b>900 N</b>	0.1851	0.3506	0.4666	0.5022	0.4651	0.3479	0.1884
<b>1000 N</b>	0.1855	0.3504	0.4664	0.5027	0.4650	0.3476	0.1886
	<b>0.1842</b>	<b>0.3491</b>	<b>0.4667</b>	<b>0.5015</b>	<b>0.4653</b>	<b>0.3505</b>	<b>0.1883</b>
<b>Datos obtenidos del software (inclinómetros)</b>							
<b>Configuración 15 (mm)</b>							
<b>Carga</b>	<b>Pos 1</b>	<b>Pos 2</b>	<b>Pos 3</b>	<b>Pos 4</b>	<b>Pos 5</b>	<b>Pos 6</b>	<b>Pos 7</b>
<b>100 N</b>	0.2092	0.3734	0.4748	0.5023	0.4488	0.3275	0.1742
<b>200 N</b>	0.2040	0.3647	0.4671	0.5018	0.4568	0.3382	0.1798
<b>300 N</b>	0.1992	0.3586	0.4634	0.5020	0.4610	0.3446	0.1837
<b>400 N</b>	0.1949	0.3537	0.4605	0.5020	0.4641	0.3499	0.1871
<b>500 N</b>	0.1908	0.3486	0.4576	0.5023	0.4674	0.3546	0.1901
<b>600 N</b>	0.1874	0.3438	0.4543	0.5024	0.4709	0.3592	0.1925
<b>700 N</b>	0.1852	0.3406	0.4519	0.5022	0.4732	0.3627	0.1945
<b>800 N</b>	0.1826	0.3368	0.4491	0.5021	0.4759	0.3664	0.1966
<b>900 N</b>	0.1795	0.3323	0.4461	0.5025	0.4791	0.3700	0.1985
<b>1000 N</b>	0.1771	0.3286	0.4433	0.5025	0.4819	0.3733	0.2002
<b>Promedio</b>	<b>0.1910</b>	<b>0.3481</b>	<b>0.4568</b>	<b>0.5022</b>	<b>0.4679</b>	<b>0.3546</b>	<b>0.1897</b>
<b>desv estándar</b>	<b>0.0107</b>	<b>0.0145</b>	<b>0.0098</b>	<b>0.0002</b>	<b>0.0104</b>	<b>0.0147</b>	<b>0.0085</b>

#### 4.3.1. ANÁLISIS DE LOS DATOS OBTENIDOS DIRECTAMENTE DEL SOFTWARE BAJO LA CONDICIÓN DE NORMALIZACIÓN DE LOS DATOS PARA ELIMINAR EFECTO DEL FACTOR CARGA

Para observar el porcentaje de la variabilidad que cada configuración explica de la variabilidad total de la curva real, se procedió a calcular el coeficiente de determinación con los datos normalizados para así eliminar el efecto de la carga que se aplicó al estimar la medición, obteniendo los siguientes resultados:

**Cuadro 4-43. Porcentaje explicado de la variabilidad total de la curva real de cada configuración con los datos normalizados**

Configuración	Suma de cuadrados Del error (SCE)	Variabilidad Bruta (SCT)	Coeficiente de Determinación $1 - \frac{SCE}{SCT}$
Configuración 1	0.011	1.025	98.93
Configuración 2	0.016	1.020	98.40
Configuración 3	0.013	1.025	96.68
Configuración 4	0.011	1.020	98.88
Configuración 5	0.114	1.033	88.96
Configuración 6	0.055	1.043	94.73
Configuración 7	0.011	1.062	99.00
Configuración 8	0.018	1.040	98.27
Configuración 9	0.012	1.046	98.86
Configuración 10	0.018	1.039	98.24
Configuración 11	0.029	1.037	97.23
Configuración 12	0.011	1.042	98.94
Configuración 13	0.013	1.039	98.76
<b>Configuración 14</b>	<b>0.006</b>	<b>1.059</b>	<b>99.43</b>
Configuración 15	0.011	1.031	98.89

Por lo tanto se puede concluir que la configuración 14 logró explicar una mayor proporción de esta variabilidad, mientras la configuración que consigue explicar una menor proporción es la configuración 5

Luego se promedian los datos reales y estimados para cada posición en las distintas configuraciones, obteniendo lo siguiente:

**Cuadro 4-44. Datos promediados reales y aproximados para cada configuración**

Real promedio							
Real	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
	0.1839	0.3519	0.4649	0.5038	0.4626	0.3519	0.1859
Aproximadas promedio							
Configuración	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
1	0.1986	0.3611	0.4632	0.4994	0.4600	0.3461	0.1844
2	0.1943	0.3534	0.4606	0.5031	0.4646	0.3476	0.1847
3	0.1951	0.3536	0.4578	0.4973	0.4630	0.3560	0.1947
4	0.1856	0.3406	0.4537	0.5061	0.4742	0.3564	0.1870
5	0.1916	0.3767	0.5025	0.5163	0.4282	0.2957	0.1647
6	0.1744	0.3162	0.4354	0.5061	0.4907	0.3771	0.1982
7	0.1775	0.3366	0.4578	0.5081	0.4716	0.3575	0.1919
8	0.1824	0.3344	0.4488	0.5050	0.4779	0.3638	0.1926
9	0.1882	0.3454	0.4559	0.5004	0.4672	0.3596	0.1966
10	0.1919	0.3416	0.4447	0.4964	0.4756	0.3694	0.1982
11	0.2076	0.3678	0.4630	0.4990	0.4591	0.3387	0.1764
12	0.1944	0.3550	0.4631	0.5046	0.4633	0.3440	0.1820
13	0.1926	0.3558	0.4672	0.5068	0.4608	0.3399	0.1805
14	0.1873	0.3498	0.4657	0.5077	0.4630	0.3447	0.1850
15	0.1910	0.3481	0.4568	0.5022	0.4679	0.3546	0.1897

Si promediamos el error de cada configuración, obtenemos que la configuración 14, presenta un error global de 0.86% con la configuración real, por lo que podemos decir que esta es la configuración óptima, siendo esto el producto de este TFG.

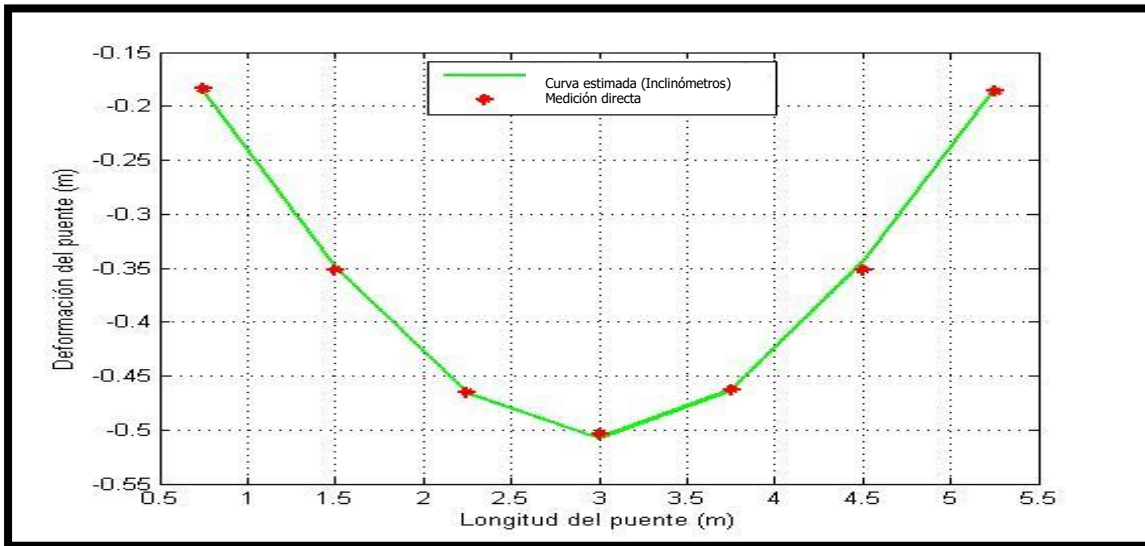
**Cuadro 4-45. Porcentajes de error promedio de cada configuración**

Aproximadas promedio porcentaje de error							
Configuración	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7
1	-8.01%	-2.62%	0.36%	0.86%	0.56%	1.63%	0.79%
2	-5.70%	-0.41%	0.91%	0.14%	-0.43%	1.20%	0.64%
3	-6.10%	-0.47%	1.52%	1.28%	-0.08%	-1.19%	-4.76%
4	-0.96%	3.22%	2.40%	-0.47%	-2.52%	-1.29%	-0.63%
5	-4.19%	-7.03%	-8.09%	-2.49%	7.44%	15.97%	11.38%
6	5.16%	10.15%	6.35%	-0.47%	-6.09%	-7.17%	-6.66%
7	3.44%	4.35%	1.53%	-0.86%	-1.96%	-1.61%	-3.27%
8	0.79%	4.98%	3.45%	-0.24%	-3.31%	-3.38%	-3.62%
9	-2.35%	1.86%	1.94%	0.66%	-1.01%	-2.21%	-5.78%
10	-4.34%	2.95%	4.34%	1.46%	-2.81%	-4.98%	-6.65%
11	-12.91%	-4.50%	0.40%	0.95%	0.75%	3.73%	5.07%
12	-5.70%	-0.87%	0.37%	-0.16%	-0.16%	2.23%	2.08%
13	-4.73%	-1.10%	-0.51%	-0.60%	0.39%	3.41%	2.87%
14	-1.88%	0.60%	-0.17%	-0.79%	-0.10%	2.04%	0.44%
15	-3.87%	1.09%	1.73%	0.31%	-1.15%	-0.79%	-2.08%

**Cuadro 4-46. Porcentajes de error promedio de cada configuración**

Configuración	% de error
1	2.12%
2	1.35%
3	2.20%
4	1.64%
5	8.09%
6	6.01%
7	2.43%
8	2.83%
9	2.26%
10	3.93%
11	4.05%
12	1.65%
13	1.94%
<b>14</b>	<b>0.86%</b>
15	1.57%

Se presenta a continuación la curva de deformación óptima (configuración 14) normalizada, la cual nos dice cual configuración se adapta mejor a la curva de deformación de los datos de medición directa.

**Figura 4-31. Curva de deformación configuración 14**

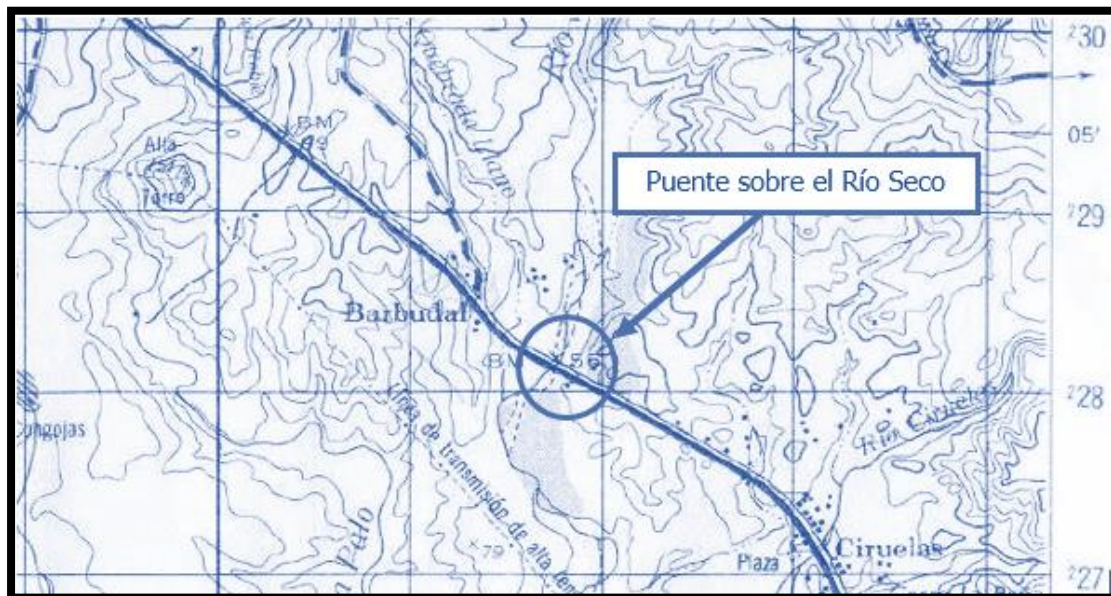


#### 4.4. EJEMPLO DE APLICACIÓN AL PUEBLO SOBRE EL RÍO SECO



**Figura 4-32. Vista lateral y principal del puente sobre el río Seco**  
**Fuente: Liu-Kuan, Aguero-Barrantes, Barrantes-Jimenez, & Loria-Salazar, 2016**

Se aplicó el método propuesto a los datos de rotaciones obtenidos de la prueba de carga en el puente sobre el río Seco en la ruta nacional No 1. El cual se encuentra dentro del distrito Miramar, cantón Montes de Oro de la provincia de Puntarenas. Sus coordenadas de ubicación son  $10^{\circ}4'11.49''N$  de latitud y  $84^{\circ}46'16.08''O$  de longitud.



**Figura 4-33. Ubicación del puente en la hoja cartográfica Chapernal 1:50000**  
**Fuente: Liu-Kuan, Aguero-Barrantes, Barrantes-Jimenez, & Loria-Salazar, 2016**

**Cuadro 4-47. Características básicas del puente**

<b>Geometría</b>	Tipo de estructura	Puente
	Longitud total (m)	39.2
	Ancho total (m)	9,00
	Ancho de calzada (m)	7,30
	Número de tramos	1
	Alineación del puente	Recto
	Número de carriles	2
<b>Superficie de rodamiento y accesorios</b>	Superficie de rodamiento	Carpeta asfáltica
	Espesor de la superficie de rodamiento	0,10 m
	Ancho libre de acera (m)	0,60
	Tipo de baranda	Acero
	Ubicación de las juntas de expansión	Sobre los bastiones
	Tipo de juntas	Placa deslizantes
<b>Superestructura</b>	Número de superestructuras	1
	Tipo de superestructura	Cercha de paso inferior
	Número de vigas principales	2
	Tipo de vigas principales	Cercha de acero
<b>Apoyos</b>	Tipo de apoyo sobre bastiones	Expansivo (bastión Sureste) y fijo (bastión Noroeste)
	Tipo de apoyo sobre pilas	No aplica
<b>Subestructura</b>	Número de elementos	2 bastiones
	Tipo de bastiones	Marco
	Tipo de pilas	No aplica
	Tipo de cimentación	Placa aislada
	Especificación de diseño original	No se tiene información
<b>Diseño y construcción</b>	Carga viva de diseño original	No se tiene información
	Fecha de diseño	No se tiene información
	Fecha de construcción	1945

Fuente: Liu-Kuan, Agüero-Barrantes, Barrantes-Jimenez, & Loría-Salazar, 2016

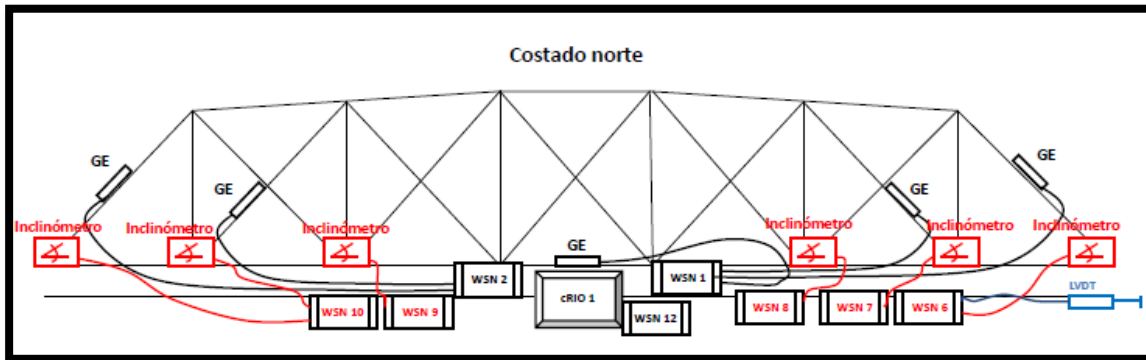
En el caso de las prueba de carga estática realizada se requirió del manejo del tránsito vehicular donde se realizaron cierres intermitentes de un máximo de 6 minutos en un periodo total de 2 horas.

Mediante oficio LM-PI-078-2015 dirigido a la Dirección General de Ingeniería de Tránsito del MOPT se solicitó el permiso para realizar el manejo de tránsito y la prueba de carga. La autorización fue dada mediante oficio DGIT-RP-0124-2015. En la figura siguiente se presenta el manejo del tránsito durante la prueba y la presencia de la Policía de Tránsito, quienes de forma muy proactiva colaboraron con la realización de la prueba.



**Figura 4-34. Manejo del tránsito vehicular durante la prueba.**  
**Fuente: Liu-Kuan, Aguero-Barrantes, Barrantes-Jimenez, & Loria-Salazar, 2016**

Los sensores fueron conectados a un sistema de adquisición de datos que genera registros de rotación, deformación unitaria y desplazamiento para las diferentes etapas de carga de la prueba como se puede observar en la Figura 4-35.



**Figura 4-35. Colocación del equipo**  
**Fuente: Liu-Kuan, Agüero-Barrantes, Barrantes-Jiménez, & Loria-Salazar, 2016**

La carga estática aplicada a la estructura corresponde a dos camiones cargados con agregado. En el Cuadro 4-48. Peso del camión #1. Cuadro 4-48 y Cuadro 4-49 se presenta el resumen de los ejes de los camiones.

**Cuadro 4-48. Peso del camión #1.**

Característica	Dato
Color	Azul
Placa	23586
Peso del eje delantero (kgf)	6550
Peso del eje medio (kgf)	15000
Peso del eje trasero (kgf)	15050
Capacidad nominal (m3)	10,0

**Fuente: Liu-Kuan, Agüero-Barrantes, Barrantes-Jiménez, & Loria-Salazar, 2016**

**Cuadro 4-49. Peso del camión #2.**

Característica	Dato
Color	Rojo
Placa	130871
Peso del eje delantero (kgf)	7800
Peso del eje medio (kgf)	13150
Peso del eje trasero (kgf)	13000
Capacidad nominal (m3)	6,0

Fuente: Liu-Kuan, Agüero-Barrantes, Barrantes-Jiménez, & Loría-Salazar, 2016

**Figura 4-36. Pesaje de los camiones.**

Fuente: Liu-Kuan, Agüero-Barrantes, Barrantes-Jiménez, & Loría-Salazar, 2016

Se presentan a continuación las configuraciones realizadas en la prueba de carga, dichas combinaciones son las que procederemos a analizar.

**Cuadro 4-50. Configuraciones de carga de la prueba de carga estática, el punto rojo representa el objetivo para medir los desplazamientos verticales.**

<b>Etapa 1</b> <b>Flexión</b> <b>1</b> <b>Objetivo</b> <b>1</b>		<b>Etapa 1</b> <b>Torsión</b> <b>1</b> <b>Objetivo</b> <b>1</b>	
<b>Etapa 1</b> <b>Torsión</b> <b>2</b> <b>Objetivo</b> <b>1</b>		<b>Etapa 2</b> <b>Flexión</b> <b>2</b> <b>Objetivo</b> <b>2</b>	
<b>Etapa 2</b> <b>Torsión</b> <b>3</b> <b>Objetivo</b> <b>2</b>		<b>Etapa 2</b> <b>Torsión</b> <b>4</b> <b>Objetivo</b> <b>2</b>	

Fuente: Liu-Kuan, Agüero-Barrantes, Barrantes-Jiménez, & Loría-Salazar, 2016

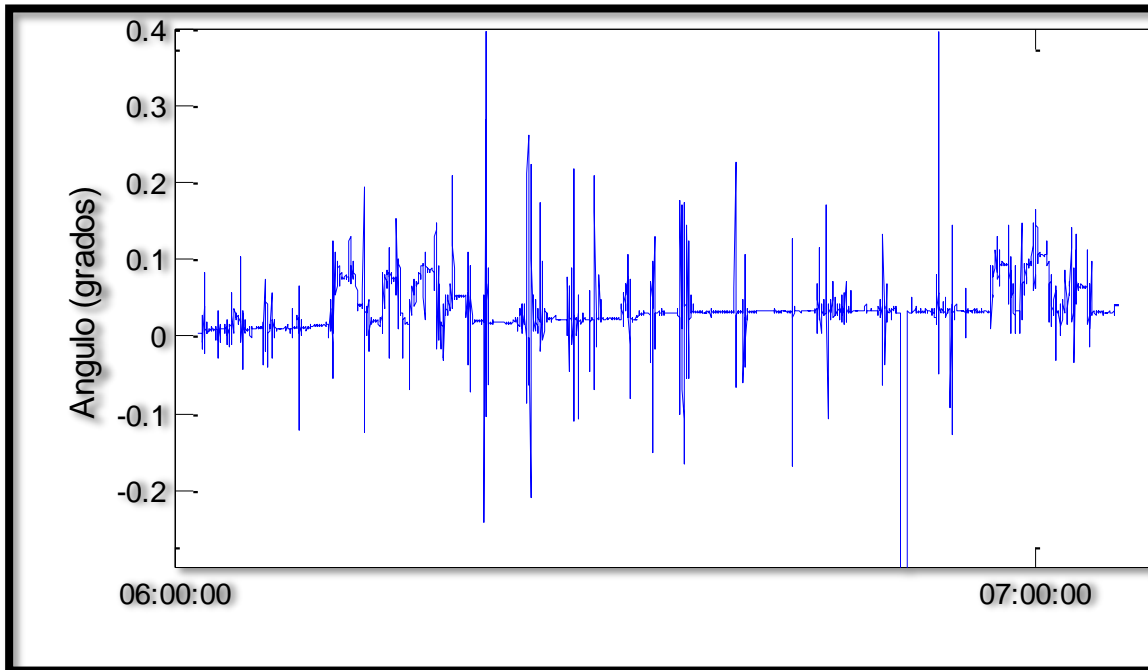
Se obtuvieron por medio de cámaras de alta resolución las siguientes deflexiones en el punto de análisis.

**Cuadro 4-51. Medida máxima de deformación en el punto analizado, dato tomado por método de procesamiento de imágenes digitales**

Configuración	Medida máxima	Configuración	Medida máxima
Etapa 1 Flexión 1 Objetivo 1	7.28mm	Etapa 1 Torsión 1 Objetivo 1	8.57mm
Etapa 1 Torsión 2 Objetivo 1	3.8mm	Etapa 2 Flexión 2 Objetivo 2	6.27mm
Etapa 2 Torsión 3 Objetivo 2	6.52mm	Etapa 2 Torsión 4 Objetivo 2	3.19mm

Fuente: Liu-Kuan, Agüero-Barrantes, Barrantes-Jiménez, & Loría-Salazar, 2016

Ahora tenemos los resultados de los datos de rotación de los inclinómetros sobre el puente, los cuales mostramos a continuación,



**Figura 4-37. Ejemplo de espectro de datos de rotación correspondientes al Inclinómetro BDI T2084**  
**Fuente: Liu-Kuan, Agüero-Barrantes, Barrantes-Jiménez, & Loría-Salazar, 2016**

Cada uno de los inclinómetros genera un espectro similar al de la figura anterior, los cuales pueden ser revisados en su totalidad en el la sección de anexos, se presenta a continuación una tabla que resume los datos tomados para el análisis con el software, los cuales son simples promedios del segmento "recto" de cada caso de carga, estos segmentos se pueden ver en la figura anterior como "montañas<sup>5</sup>" en el espectro.

---

<sup>5</sup> Analogía de Montañas y Valle en la lectura de espectros, se toma montaña como un segmento con medidas más altas que el resto de los datos durante un tiempo considerable  $t$ , mientras que valle sería equivalente a cero o la medida por defecto sin toma de datos. Se deja fuera de la analogía los saltos por ruido electrónico.

**Cuadro 4-52. Medida de rotaciones para cada etapa y punto analizado**

<b>Configuración</b>	<b>Medida por inclinómetro (datos en grados)</b>		<b>Configuración</b>	<b>Medida por inclinómetro (datos en grados)</b>	
Etapa 1 Flexión 1 Objetivo 1	<b>BDI 2084</b>	0.085	Etapa 1 Torsión 1 Objetivo 1	<b>BDI 2084</b>	0.094
	<b>BDI 2085</b>	0.038		<b>BDI 2085</b>	0.039
	<b>BDI 2086</b>	0.035		<b>BDI 2086</b>	0.042
	<b>BDI 2087</b>	0.039		<b>BDI 2087</b>	0.045
	<b>BDI 2088</b>	0.037		<b>BDI 2088</b>	0.045
	<b>BDI 2089</b>	0.035		<b>BDI 2089</b>	0.042
Etapa 1 Torsión 2 Objetivo 1	<b>BDI 2084</b>	0.053	Etapa 2 Flexión 2 Objetivo 2	<b>BDI 2084</b>	0.096
	<b>BDI 2085</b>	0.023		<b>BDI 2085</b>	0.036
	<b>BDI 2086</b>	0.021		<b>BDI 2086</b>	0.026
	<b>BDI 2087</b>	0.027		<b>BDI 2087</b>	0.032
	<b>BDI 2088</b>	0.026		<b>BDI 2088</b>	0.023
	<b>BDI 2089</b>	0.043		<b>BDI 2089</b>	0.037
Etapa 2 Torsión 3 Objetivo 2	<b>BDI 2084</b>	0.110	Etapa 2 Torsión 4 Objetivo 2	<b>BDI 2084</b>	0.066
	<b>BDI 2085</b>	0.037		<b>BDI 2085</b>	0.024
	<b>BDI 2086</b>	0.034		<b>BDI 2086</b>	0.018
	<b>BDI 2087</b>	0.040		<b>BDI 2087</b>	0.026
	<b>BDI 2088</b>	0.026		<b>BDI 2088</b>	0.013
	<b>BDI 2089</b>	0.045		<b>BDI 2089</b>	0.038

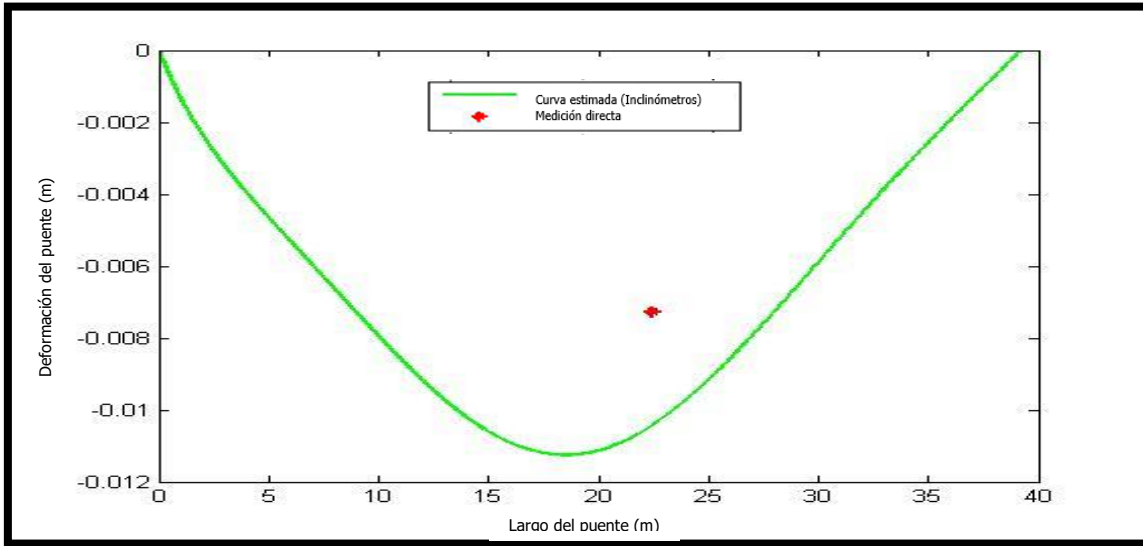
Con los datos anteriores al introducirlo en el software se obtienen los siguientes resultados:

**Cuadro 4-53. Medida máxima de deformación en el punto analizado, dato tomado por método inclinómetros**

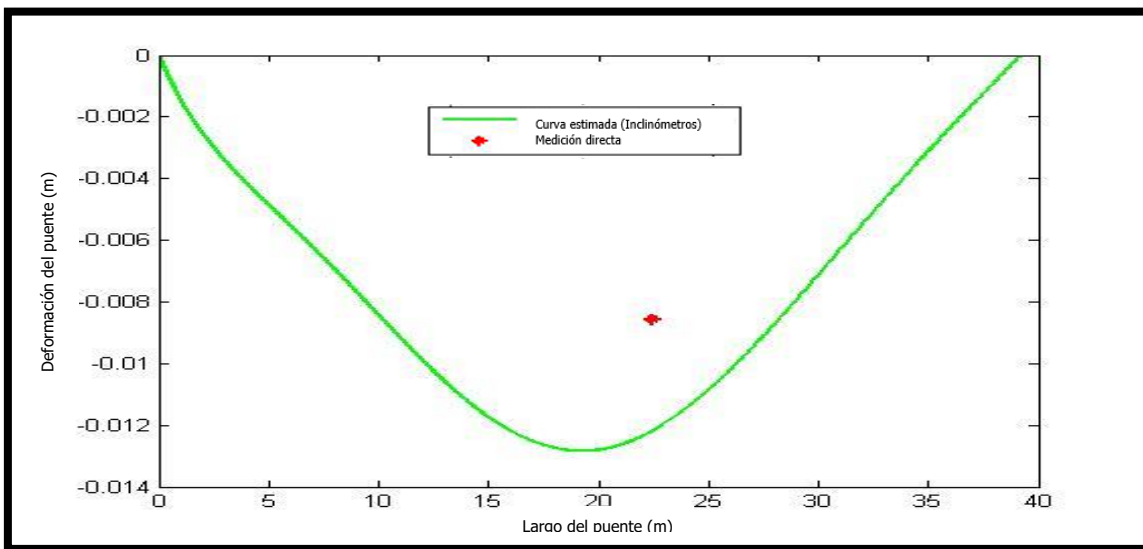
<b>Configuración</b>	<b>Medida máxima</b>	<b>Configuración</b>	<b>Medida máxima</b>
Etapa 1 Flexión 1 Objetivo 1	10.4479 mm con <b>43%</b> de error	Etapa 1 Torsión 1 Objetivo 1	12.2027 mm con <b>43%</b> de error
Etapa 1 Torsión 2 Objetivo 1	7.0832 mm con <b>86%</b> de error	Etapa 2 Flexión 2 Objetivo 2	5.3715 mm con <b>14%</b> de error
Etapa 2 Torsión 3 Objetivo 2	6.3263 mm con <b>3%</b> de error	Etapa 2 Torsión 4 Objetivo 2	3.9192 mm con <b>23%</b> de error



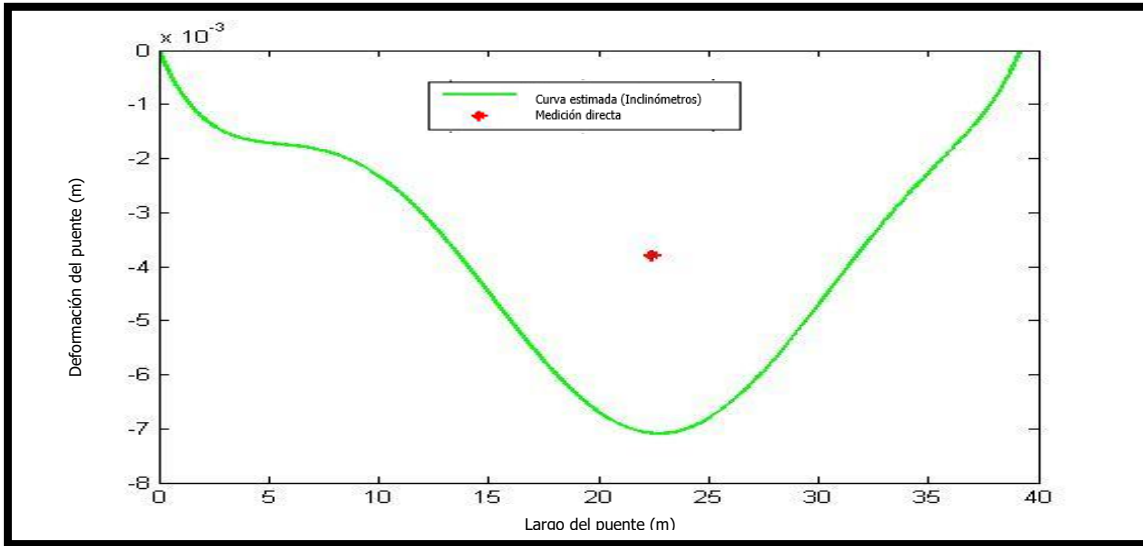
Se presentan a continuación las curvas de deflexión del puente sobre el río seco, calculadas con el software desarrollado en MATLAB, así como el punto de medida comparativo, realizado por medio de procesamiento de imágenes digitales:



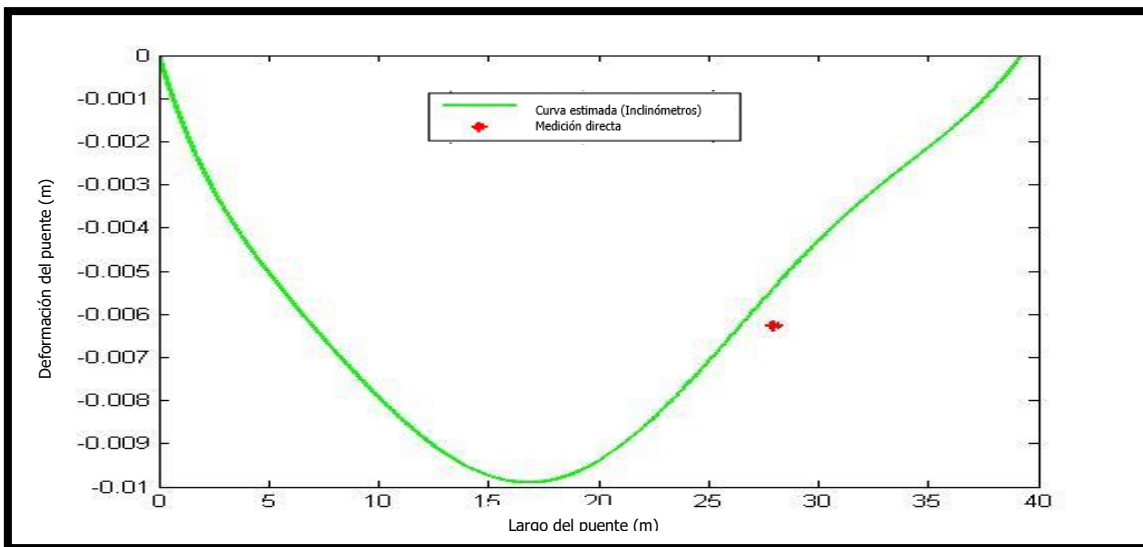
**Figura 4-38. Curva de deflexión estimada del puente sobre el río Seco, Etapa1-Flexión1-Objetivo1**



**Figura 4-39. Curva de deflexión estimada del puente sobre el río Seco, Etapa1-Torsión1-Objetivo1**



**Figura 4-40. Curva de deflexión estimada del puente sobre el río seco, Etapa1-Torsión2-Objetivo1**



**Figura 4-41. Curva de deflexión estimada del puente sobre el río seco, Etapa2-Flexión2-Objetivo2**

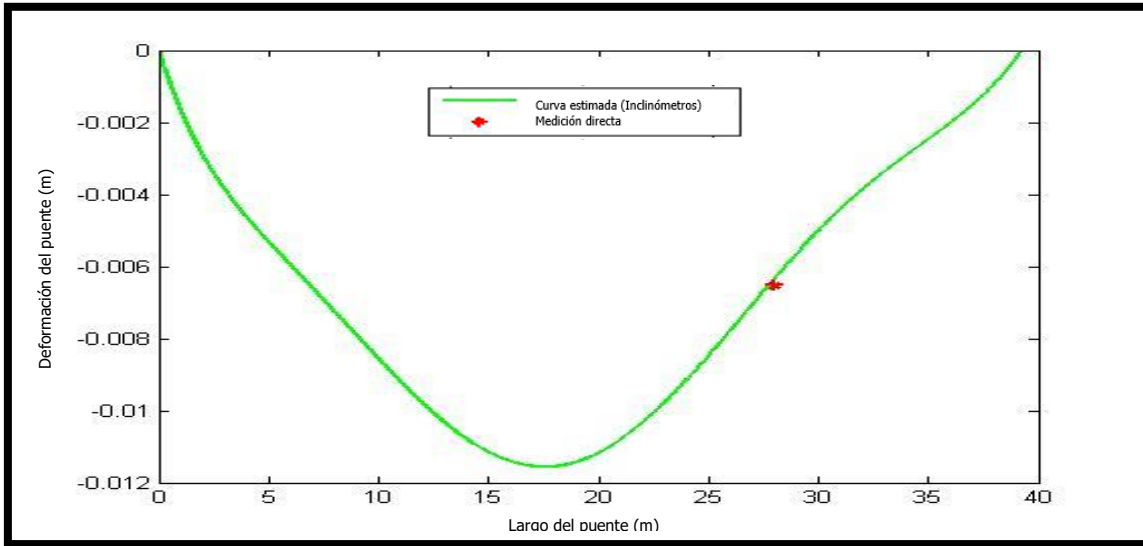


Figura 4-42. Curva de deflexión estimada del puente sobre el río Seco, Etapa2-Torsión3-Objetivo2

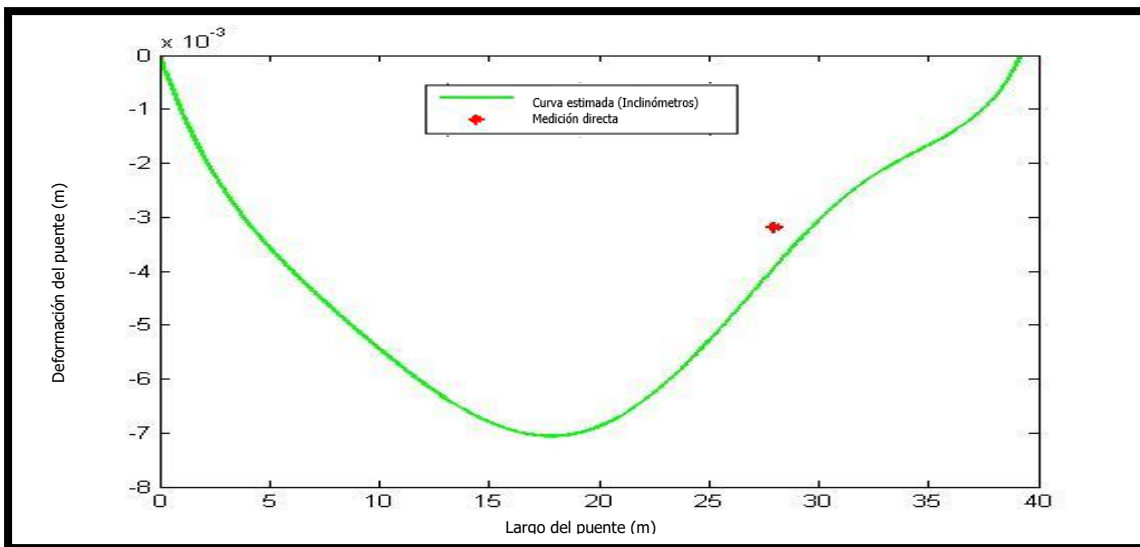


Figura 4-43. Curva de deflexión estimada del puente sobre el río Seco, Etapa2-Torsión4-Objetivo2

Como se observa en el cuadro de resultados de la prueba en campo, los porcentajes de error son muy altos para la etapa 1 de desarrollo de la prueba de carga, sin embargo para la etapa 2 de la prueba, los porcentajes de error disminuyen considerablemente, llegando incluso a tener un error del 3% siendo este aceptable para el método de medición con los inclinómetros.

Lo descrito anteriormente se puede deber a muchas razones, dentro de las cuales destaca que el método analizado a lo largo de este TFG es para un puente tipo viga simplemente apoyada, y el puente sobre el río seco es un puente tipo cercha.

Movimientos no previstos por los camiones durante la prueba de carga, mala colocación del equipo de los inclinómetros, ya que no se sigue la configuración recomendada en este trabajo final de graduación, etc.

Es importante destacar que para la etapa 1 todas las estimaciones poseen error sobreestimado, mientras que para la etapa 2, el error de las estimaciones es subestimado para el caso de Flexión<sup>2</sup> y Torsión<sup>3</sup>, mientras que para el caso de torsión 4 es sobreestimado.

Cabe destacar que no se tuvo control alguno sobre la prueba de carga, solo se trabajó con los datos brindados por el LanammeUCR quien fue el que recolecto los datos de dicha prueba.

## 5. CAPÍTULO VII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

---

Con base en la etapa experimental desarrollada en el capítulo anterior, se procede a puntualizar una serie de conclusiones y recomendaciones con las cuales se busca resumir los hallazgos más importantes de la investigación, así como también proponer medidas complementarias que sirvan para mejorar el método analizado en este Trabajo Final Graduación.

Con base en el análisis realizado se concluye lo siguiente:

- Esta forma alterna de análisis propuesta se realiza mediante mediciones de inclinómetros colocados en puntos estratégicos del puente o viga en análisis, las medidas recibidas por los sensores, son analizadas matemáticamente para obtener la curva de deflexión del puente y poder analizar así su curva de deformación.
- La validación realizada en este TFG del método de los inclinómetros, permitirá realizar una evaluación más eficiente y rápida de los puentes analizados, que será aplicable a estructuras existentes y a puentes recién construidos generando así una memoria histórica desde el estado inicial, teniendo una herramienta muy útil para ver el progreso del deterioro en cada superestructura analizada.
- Es la primera vez que se implementa un método en Costa Rica que permite la evaluación de deformaciones reales en puentes mediante medidas de rotaciones con el uso de inclinómetros.
- Se logró crear un código matemático en el software de MATLAB, que facilita la obtención de los resultados de deformaciones, con tan solo introducir los datos obtenidos por los inclinómetros.
- Las curvas estimadas por el software, explican de buena forma la curva real medida por el equipo (laser + Lvdt + deformímetros), ya que se obtuvo coeficientes de determinación mayores a 0.8 (80%) para todas las configuraciones.

- Los datos de la configuración 1 son los que mejor se ajustan a la curva estimada, ya que sus porcentajes de error, son menores, cuando se realiza el análisis directamente con los datos obtenidos del software.
- Los datos de la configuración 4 (para cargas bajas), 12(para cargas medias) y 1 (para cargas altas) son los que mejor se ajustan a la curva estimada, si se realiza un análisis por intervalos de los datos obtenidos
- Eliminando el factor de carga del análisis, se logró determinar que los datos de la configuración 14 son los que mejor ajuste dan a la curva estimada con un error relativo de 0.86% en el caso óptimo.
- Los datos analizados para el puente sobre el río seco, tienen grandes porcentajes de error, esto debido a que el método validado en este TFG, es realizado para puentes tipo viga simplemente apoyados y no para puentes tipo cercha.
- Utilizando cualquiera de las configuraciones analizadas se pueden obtener errores relativos menores al 5% por lo que se puede seguir la recomendación de Hou, Yang, & Huang, de tomar como aceptables los resultados que presenten errores relativos menores al 5%, tomándose este valor como límite de aceptación.
- La distribución de cargas no es un factor relevante para el análisis realizado, por lo tanto pueden utilizarse diferentes configuraciones, obteniendo resultados con error relativo menor a 5%.
- Los datos analizados para el puente sobre el río seco, no proporcionan resultados con poco error relativo en la mayoría de los puntos de estudio, ya que solo uno de los mismos, se encuentra por debajo del 5%, dos en un rango entre los 10% y 25%, dos por encima del 40% y uno superior al 80% de error relativo. No se conoce si hubo actividades que afectaran la toma de datos proporcionados por LanammeUCR.

- Se logra iniciar una nueva línea de investigación la cual debe ser tomada por los personeros de la Escuela de Ingeniería Civil de la Universidad de Costa Rica y el LanammeUCR, para realizar más pruebas que logren garantizar el correcto funcionamiento de la metodología aquí presentada en cualquier puente del país.

Con base en el trabajo realizado se recomienda lo siguiente:

- Se recomienda realizar un análisis con mínimos cuadrados ponderados, para dar menos importancia a las medidas que presentan grandes porcentajes de error, las cuales normalmente son en los extremos de la viga.
- Se recomienda realizar las pruebas de laboratorio con un equipo de carga que pueda asegurar la carga exacta para cada repetición, entre configuraciones, con el fin de disminuir las diferencias entre configuraciones.
- Se recomienda repetir las pruebas de carga con una viga simplemente apoyada, fabricada en concreto, con el objetivo de disminuir los errores provocados por diferencias en el comportamiento del material (fisuramiento por ejemplo), el cual es el de mayor presencia en la construcción de puentes del país.
- Se recomienda analizar un puente tipo viga simplemente apoyado con el fin de verificar que el método presenta buenos resultados para este tipo de estructura. Teniendo total control de la recolección de datos por la persona a realizar el análisis con el software aquí presentado.
- Se recomienda realizar el análisis de un puente en específico a lo largo de un tiempo determinado, con el fin de obtener una memoria histórica que permita reflejar los cambios de la curva de deformación de la superestructura a lo largo del tiempo de análisis.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

Abdi, H. (2003). *Least-squares*. California: Encyclopedia for research methods for the social sciences. Thousand Oaks.

Agencia de cooperacion internacional del Japón. (2007). *El estudio sobre sobre el desarrollo de capacidad en la planificación de rehabilitación, mantenimiento y administración de puentes basado en 29 puentes de la red de carreteras nacionales en Costa Rica*. San José: Chodai Company Limited.

Aguero-Barantes, P., Vargas-Alas, L., Barrantes-Jimenez, R., & Loria-Salazar, L. G. (2014). *Inspección del puente sobre el río Virilla ruta nacional No. 32 LM-PI-UP-PN06-2014*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.

Aguero-Barrantes, P., Barrantes-Jiménez, R., Vargas-Barrantes, S., & Loria-Salazar, L. G. (2015). *Fiscalización del puente sobre el río Savegre Ruta Nacional No. 34 LM-PI-UP-PN02-2015*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.

Aguero-Barrantes, P., Castillo-Barahona, R., & Loria-Salazar, L. G. (2014). *Inspección del puente sobre el río Grande Ruta Nacional No.707 LM-PI-UP-PN01-2014*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.

Aguero-Barrantes, P., Castillo-Barahona, R., & Loria-Salazar, L. G. (2014). *Inspección del puente sobre la quebrada el Poró ruta nacional No. 306 LM-PI-UP-PN05-2014*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.

Aguero-Barrantes, P., Muñoz-Barrantes, J., Barrantes-Jiménez, R., & Loria-Salazar, L. G. (2015). *Fiscalización del puente sobre el río Roca Ruta Nacional No. 32 LM-PI-UP-PN02-2015*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.

Aguero-Barrantes, P., Vargas-Alas, L., Barrantes-Jimenes, R., & Loria-Salazar, L. G. (2014). *Inspección del puente sobre el río Grande de Orosi ruta nacional No. 224 LM-PI-UP-*



*PN08-2014*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.

Aguero-Barrantes, P., Vargas-Alas, L., Barrantes-Jimenez, R., & Loria-Salazar, L. G. (2014). *Inspección del puente sobre el río Reventazón ruta nacional No. 32 LM-PI-UP-PN09-2014*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.

Aguero-Barrantes, P., Vargas-Alas, L., Barrantes-Jiménez, R., & Loria-Salazar, L. G. (2015). *Fiscalización del puente sobre el río Pacuare Ruta Nacional No. 32 LM-PI-UP-PN04-2015*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.

Aguero-Barrantes, P., Vargas-Alas, L., Barrantes-Jiménez, R., & Loria-Salazar, L. G. (2015). *Fiscalización del puente sobre el río Tiribí Ruta Nacional No. 213 LM-PI-Up-PN03-2015*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.

Aguero-Barrantes, P., Vargas-Barrantes, S., Barrantes-Jimenez, R., & Loria-Salazar, L. G. (2014). *Fiscalización del puente sobre el río Rincón ruta nacional No. 245 LM-PI-UP-PN14-2014*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.

Aguero-Barrantes, P., Vargas-Barrantes, S., Barrantes-Jimenez, R., & Loria-Salazar, L. G. (2014). *Fiscalización del puente sobre el río Tigre ruta nacional No. 245 LM-PI-UP-PN18-2014*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.

Aguero-Barrantes, P., Vargas-Barrantes, S., Barrantes-Jimenez, R., & Loria-Salazar, L. G. (2014). *Fiscalización del puente sobre la Quebrada Ignacia ruta nacional No. 245 LM-PI-UP-PN29-2014*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.

Aguero-Barrantes, P., Vargas-Barrantes, S., Barrantes-Jimenez, R., & Loria-Salazar, L. G. (2014). *Fiscalización del puente sobre la Quebrada Sabala ruta nacional No. 245 LM-PI-UP-PN17-2014*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.

- Alvarez Garcia , G. (2011). *Desarrollo de un metodo para la seleccion de sensores para puentes de arco, aplicado para un puente de paso inferior en Guadua*. Bogota: Universidad tecnológica de Pereira.
- Applied Geomechanics. (2014). Monitoreo de puentes, aplicaciones de los inclinómetros. *Ampere*, 1-2.
- Avendaño, M. (3 de Enero de 2014). *Intervenir puentes: reto urgente*. Obtenido de LaRepublica.net:  
[https://www.larepublica.net/app/cms/www/index.php?pk\\_articulo=533309703](https://www.larepublica.net/app/cms/www/index.php?pk_articulo=533309703)
- Barker, R., & Puckett, J. (2007). *Design of Highway Bridges An LRFD Approach, Second Edition*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Burdet, O., & Zanella, J.-L. (2000). *Automatic monitoring of bridges using electronic inclinometers*. Lucerna: Iabse.
- Canavos, G. (1987). *Probabilidad y estadística*. Denver: McGraw Hill.
- Carrion, F. (2012). *Evaluacion y diagnostico de un puente atirantado, una vision desde la civionica*. Mexico D.F.: Instituto Mexicano del transporte.
- Castillo Barahona, R. (2014). Puentes en Costa Rica: víctimas de la desidia y el olvido. *Publicaciones Ingenieria estructural, CIC*, 123-124.
- Cheng-Liu, Y., Agüero-Barrantes, P., Barrantes-Jiménez, R., & Loria-Salazar, L. G. (2015). *Monitoreo estructural de la superestructura No. 2 del puente sobre el río Virilla Ruta Nacional No.32 LM-PI-Up-PN12-2015*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.
- Corres Peiretti, H., Ezeberry, J., Philipp Petschke, T., & Pérez Caldentey, A. (2012). *Instrumentacion y auscultacion de un puente integral*. Madrid: Grupo de Hormigon estructural.
- Gutierrez, E. (2010). *Métodos estadísticos para las ciencias biológicas*. Heredia, Costa Rica: EUNA.
- Hou, X., Yang, X., & Huang, Q. (2014). *Using inclinometers to measure bridge deflection*. Michigan: ASCE.

- Husain, B. (01 de abril de 2015). *Articles 3K*. Obtenido de [www.articles3k.com/es/492/113019/Como-un-inclinometro-funciona/](http://www.articles3k.com/es/492/113019/Como-un-inclinometro-funciona/)
- Instituto Mexicano del transporte. (2013). *Monitoreo Estructural: una realidad en Mexico*. Sanfandila, Qro.: Secretaría de comunicaciones y transportes.
- Jimenez, S. (2012). *Diseño de un sistema de descargas atmosférica para la escuela de ingeniería eléctrica*. San José: UCR.
- Kutner, M., Nachtsheim, C., Neter, J., & Li, W. (2005). *Applied Linear Statistical Models*. WCB: McGraw Hill.
- LanammeUCR. (12 de Enero de 2015). *LanammeUCR realizó primera instrumentación del país al Puente*. Obtenido de Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales de la Universidad de Costa Rica, LanammeUCR: <http://www.lanamme.ucr.ac.cr/index.php/ultimas-noticias/1083-primera-instrumentaci%C3%B3n-del-pa%C3%ADs-en-puentes.html>
- Liu-Kuan, Y.-C., Aguero-Barrantes, P., Barrantes-Jiménez, R., & Loría-Salazar, L. G. (2016). *Monitoreo estructural del puente sobre el río seco ruta Nacional No 1*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.
- Ortiz Berrocal, L. (2007). *Resistencia de materiales*. Madrid: McGraw-Hill.
- Ozagul, K., Caglayan, O., & Uzgider, E. (2009). *Load testing of bridges using tiltmeters*. Albuquerque: Society for Experimental Mechanics.
- Powelson, N., Robertson, I., & Johnson, G. (2010). *Development of deflection monitoring system for Kealakaha stream bridge*. Hawaii: Universidad de Hawaii.
- Quesada, E. (18 de Agosto de 2014). *Estudio de 24 puentes contratado por Conavi es deficiente, advierte LANAMME*. Obtenido de AmeliaRueda.com: <http://www.ameliarueda.com/nota/Estudio-de-24-puentes-contratado-por-Conavi-es-deficiente-advierte-LANAMME>
- R., W. (1993). *Probability and statistics for engineer and scientist*. New York: Macmillan.
- Rozic Manterola, M. (2012). *Modelación e instrumentación de las pilas de entibación del proyecto Beauchef poniente*. Santiago de Chile: Universidad de Chile.

- Sousa, H., Cavadas, F., Henriques, A., Bento, J., & Figueiras, J. (2013). *Bridge deflection evaluation using strain and rotation measurements*. Portugal: Techno Press.
- Valverde-Cordero, C., & Loria-Salazar, L. G. (2015). *Informe de Evaluación del Proyecto San José – Caldera Ruta Nacional 27, Año 2014 - 2015 LM-PI-UTT-001-14*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.
- Vargas-Alas, L., Castillo-Barahona, R., & Loria-Salazar, L. G. (2014). *Inspección del paso a desnivel de la ruta nacional No. 1 sobre la Ruta Nacional No.135 (Intersección vial de Palmares) LM-PI-UP-PC01-2014*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.
- Vargas-Alas, L., Castillo-Barahona, R., & Loria-Salazar, L. G. (2014). *Inspección del puente sobre el río Grande No. 2 Ruta nacional No.1 LM-PI-UP-PC02-2014*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.
- Vargas-Alas, L., Muñoz-Barrantes, J., Barrantes-Jiménez, R., & Loria-Salazar, L. G. (2015). *Fiscalización del puente sobre el río Blanco de Guápiles Ruta Nacional No. 32 LM-PI-UP-PN16-2015*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.
- Vargas-Alas, L., Muñoz-Barrantes, J., Barrantes-Jiménez, R., & Loria-Salazar, L. G. (2015). *Fiscalización del puente sobre el río Blanco de Limon Ruta Nacional No. 32 LM-PI-UP-PN09-2015*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.
- Vargas-Alas, L., Muñoz-Barrantes, J., Barrantes-Jiménez, R., & Loria-Salazar, L. G. (2015). *Fiscalización del puente sobre el río Dos Novillos Ruta Nacional No. 1 LM-PI-UP-PN02-2015*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.
- Vargas-Alas, L., Muñoz-Barrantes, J., Barrantes-Jiménez, R., & Loria-Salazar, L. G. (2015). *Fiscalización del puente sobre el río Hondo Ruta Nacional No. 32 LM-PI-UP-PN07-2015*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.

- Vargas-Barrantes, S., Agüero-Barrantes, P., Muñoz-Barrantes, J., Barrantes-Jimenez, R., & Loria-Salazar, L. G. (2014). *Fiscalización del puente sobre el río Barrigones ruta nacional No. 245 LM-PI-UP-PN16-2014*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.
- Vargas-Barrantes, S., Agüero-Barrantes, P., Muñoz-Barrantes, J., Barrantes-Jimenez, R., & Loria-Salazar, L. G. (2014). *Inspección del puente sobre el río Patarrita ruta nacional No. 34 LM-PI-UP-PN13-2014*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.
- Vargas-Barrantes, S., Vargas-Alas, L., Barrantes-Jiménez, R., & Loria-Salazar, L. G. (2015). *Fiscalización del puente sobre el río Costa Rica Ruta Nacional No. 32 LM-PI-UP-PN11-2015*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.
- Villalobos-Vega, E., Barrantes-Jimenez, R., & Loria-Salazar, L. G. (2014). *Fiscalización del puente La Amistad de Taiwan (Río Tempisque) ruta nacional No. 18 LM-PI-UP-PN22-2014*. San José, Costa Rica: Programa Infraestructura del Transporte (PITRA), LanammeUCR.
- Vurpillio, S., Krueger, G., Benouaich, D., Clément, D., & Inaidi, D. (1998). Vertical deflection of a pre-stressed concrete bridge obtained using deformation sensors and inclinometer measurements. *ACI Structural Journal*, 518-526.
- Yu, Y., Liu, H., Li, D., Mao, X., & Ou, J. (2013). *Bridge deflection measurement using wireless mems inclination sensor systems*. Dalian: Dalian University.

## 7. ANEXOS

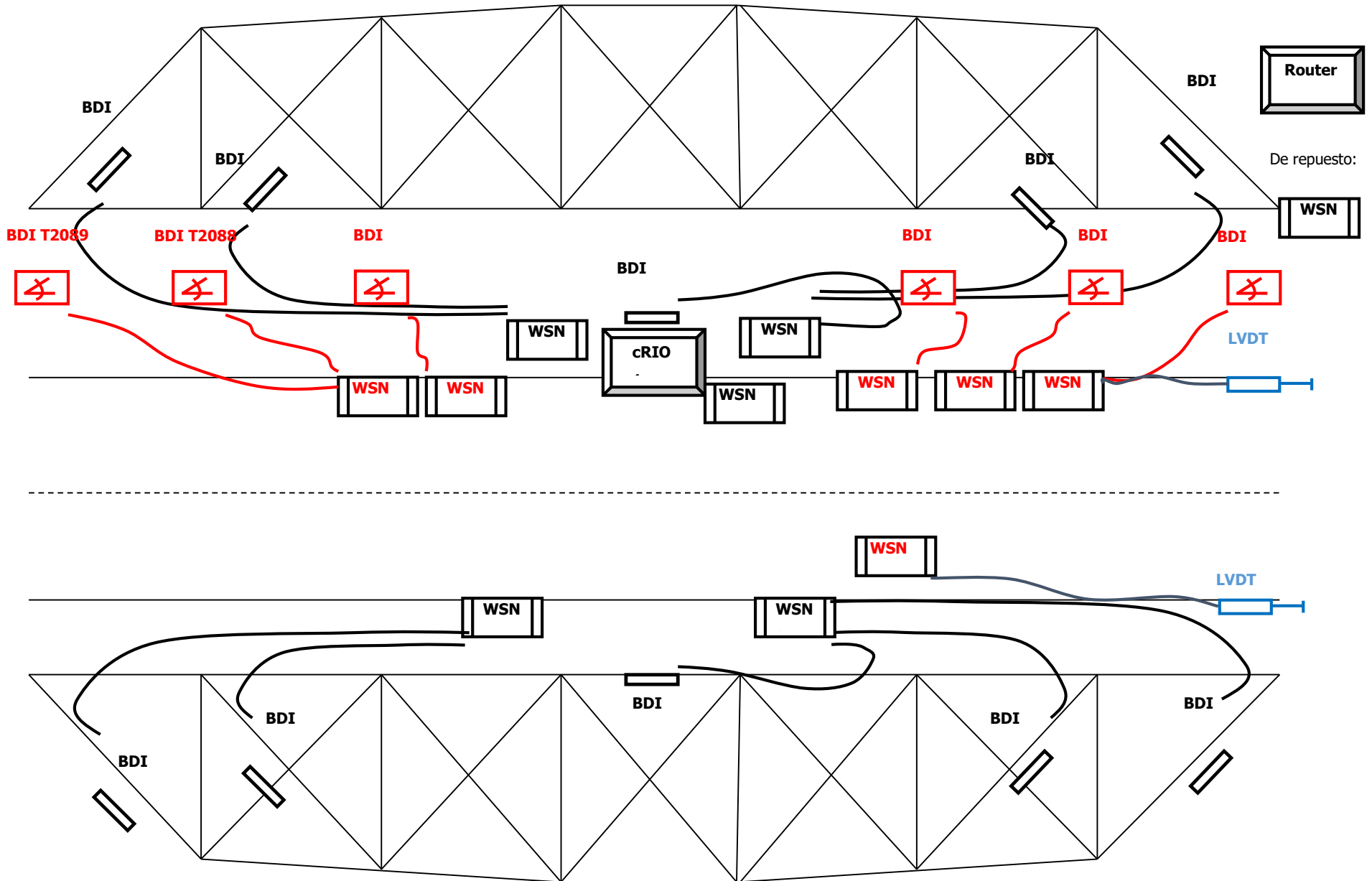
### 7.1. ANEXO 1. CATÁLOGO DE VIGAS METALCO

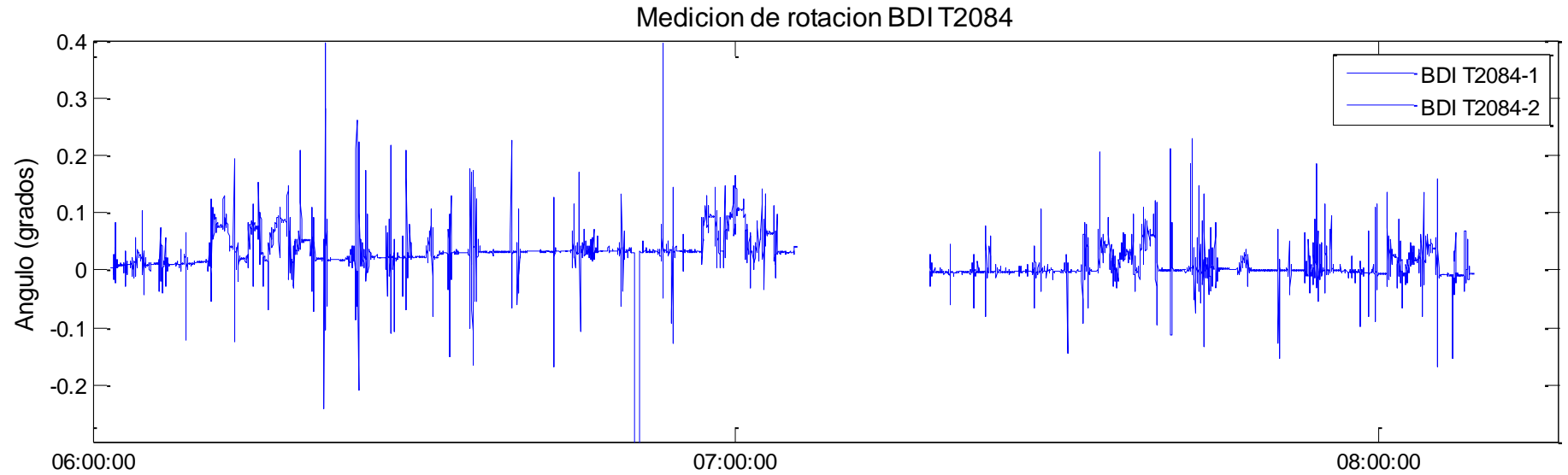
A = área de la sección		h = peralte de la sección								
t = espesor de los perfiles		Cw = constante del alabeo de la sección								
J = constante de la torsión de la sección (constante de St. Venant)		rx = radio del giro de la sección con respecto al eje x								
ry = radio del giro de la sección con respecto al eje y		Ix = momento de inercia de la sección con respecto al eje x								
Iy = momento de inercia de la sección con respecto al eje y		Sx = módulo elástico de la sección con respecto al eje x								
H. G. = Hierro Galvanizado		H.N. = Laminado en caliente								
Nota: Calculado según las expresiones dadas en el manual del AISI										
TUBERÍA ESTRUCTURAL CUADRADA EN HIERRO NEGRO Y GALVANIZADA (especificaciones técnicas y propiedades geométricas de las secciones)										
SECCIÓN	Largo (m)	b (cm)	t (cm)	A (cm <sup>2</sup> )	Fy (Mpa)	Ix = Iy (cm <sup>4</sup> )	Sx = Sy (cm <sup>3</sup> )	rx = ry (cm)	Acabado y Peso (kg/unidad)	
									H.N.	H.G.
6	1.20 mm	5	0.12	2.28	0	8.92	3.57	1.98	11.135	11.348
	1.50 mm		0.15	2.81	0	10.82	4.33	1.96	13.919	14.13
	1.80 mm		0.18	3.33	0	12.6	5.04	1.94	16.703	16.914
	2.37 mm		0.237	4.37	227	16.24	6.5	1.93	21.992	
	3.17 mm		0.317	5.506	227	19.15	7.66	1.86	28.972	
	1.20 mm	7.2	0.12	3.34	0	27.6	7.67	2.88	15.891	16.192
	1.50 mm		0.15	4.13	0	33.8	9.39	2.86	19.864	20.165
	1.80 mm		0.18	4.915	0	39.75	11.04	2.84	23.837	24.138
	2.37 mm		0.237	6.442	227	51.39	14.28	2.82	31.385	
	3.17 mm		0.317	8.296	227	63.54	17.65	2.76	41.831	
	1.50 mm	9.1	0.15	5.33	0	72.1	15.67	3.68	24.83	25.208
	1.80 mm		0.18	6.355	0	85.17	18.52	3.66	29.796	30.172
	1.50 mm	10	0.15	5.813	227	93.18	18.63	4.36	27.418	27.834
	1.80 mm		0.18	6.931	227	110.21	22.04	3.98	32.902	33.317
	2.37 mm		0.237	9.05	227	141.65	28.33	3.95	43.32	
	3.17 mm		0.317	11.847	227	181.37	36.27	3.91	57.943	
	4.75 mm		0.475	17.129	227	250.44	50.08	3.82	86.38	
	2.37 mm	15	0.237	13.81	227	496.92	66.28	5.99	65.754	
	3.17 mm		0.317	18.187	227	645.1	86.02	5.96	87.21	
	4.75 mm		0.475	26.629	227	917.4	122.32	5.86	129.792	

Nota: La fabricación especial se da en los productos de lista, en longitudes de 4 a 12 metros, cantidad mínima 20 unidades.  
 Utilizar límite de fluencia Fy, según la sección A7.2 de AISI con Fx1 = 227 Mpa  
 Límite de fluencia mínimo del acero virgen Fy = 227 MPA / Esfuerzo último mínimo de acero virgen Fu = 310 MPA

### 7.2. ANEXO 2. RESULTADOS DE MEDICIÓN DE PRUEBA DE CARGA SOBRE EL RIO SECO, LANAMMEUCR

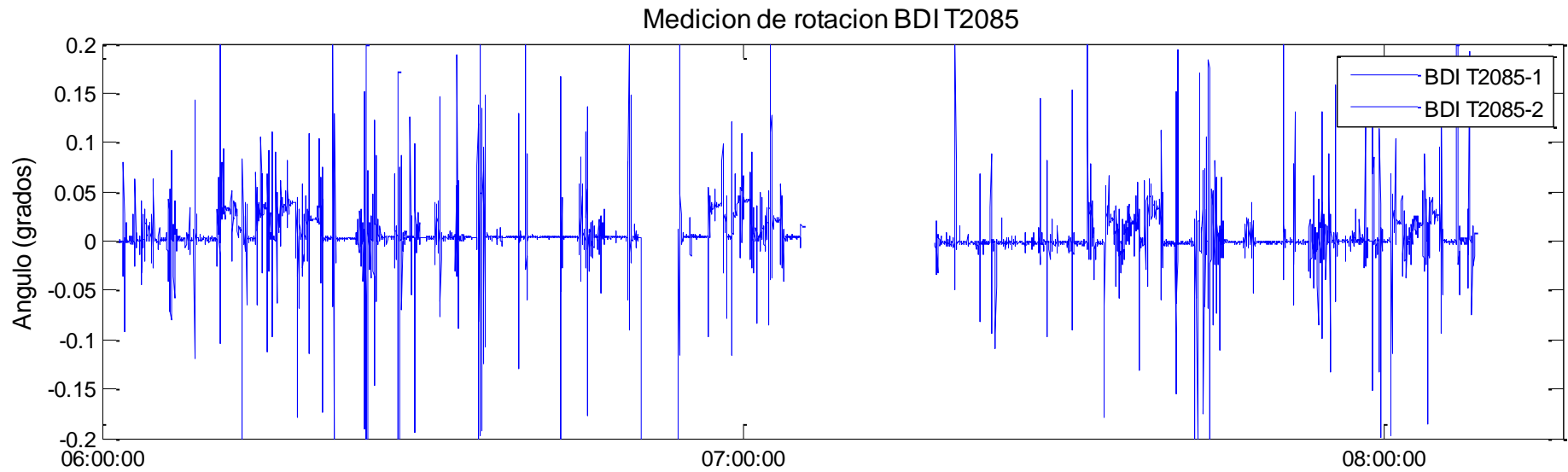
Mapeo de los sensores y maletas





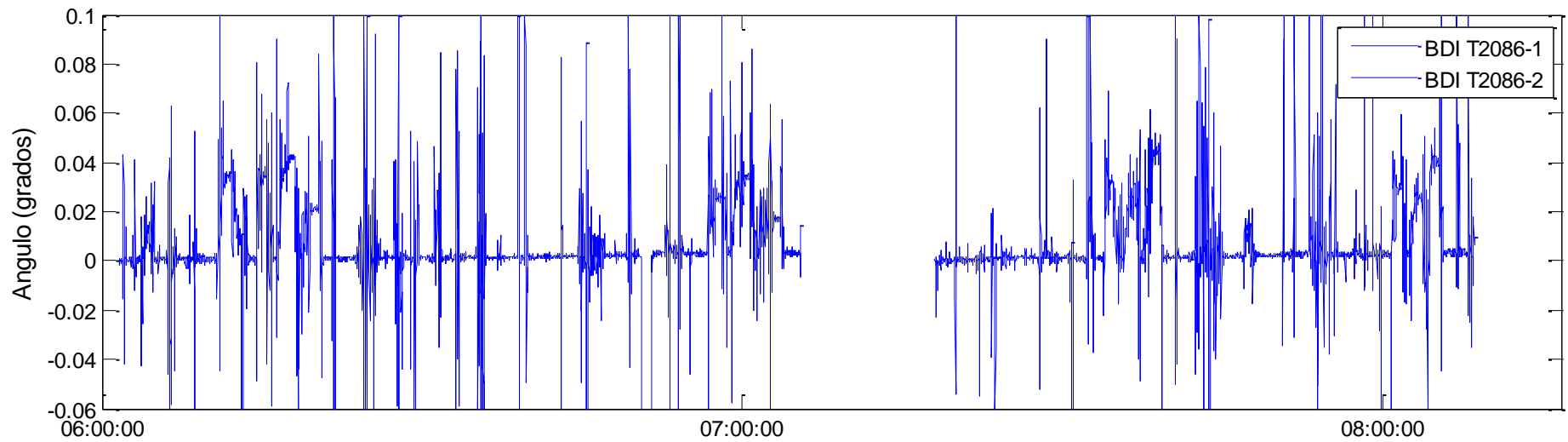
<b>Configuración</b>	<b>Medida utilizada (rad)</b>	<b>Configuración</b>	<b>Medida utilizada (rad)</b>
Etapa 1 Flexión 1 Objetivo 1	0.085	Etapa 1 Torsión 1 Objetivo 1	0.094
Etapa 1 Torsión 2 Objetivo 1	0.053	Etapa 2 Flexión 2 Objetivo 2	0.096
Etapa 2 Torsión 3 Objetivo 2	0.11	Etapa 2 Torsión 4 Objetivo 2	0.066





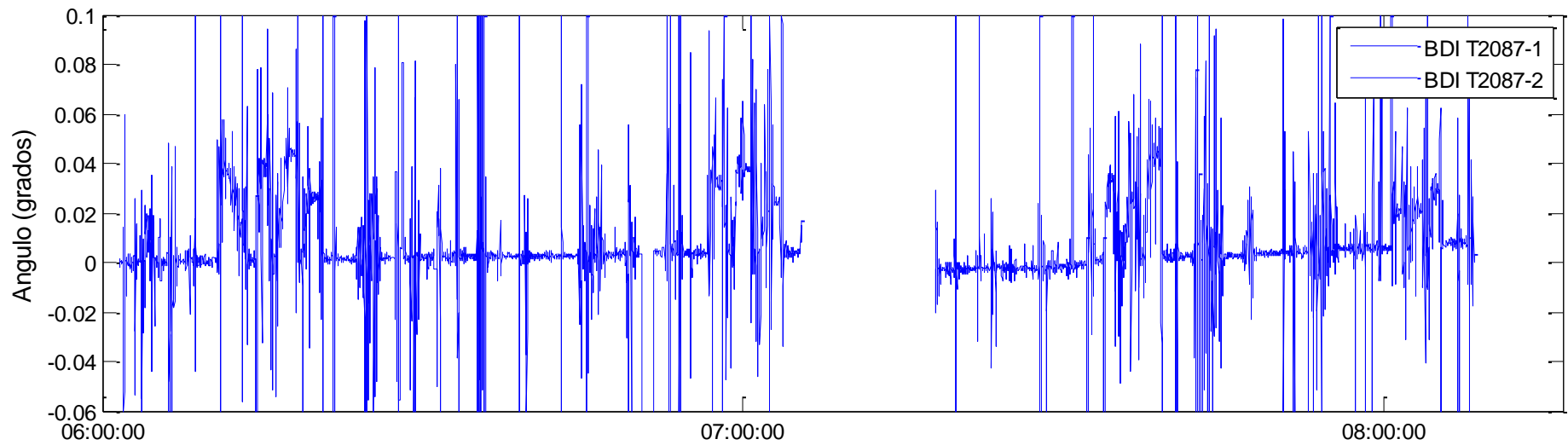
<b>Configuración</b>	<b>Medida utilizada (rad)</b>	<b>Configuración</b>	<b>Medida utilizada (rad)</b>
Etapa 1 Flexión 1 Objetivo 1	0.038	Etapa 1 Torsión 1 Objetivo 1	0.039
Etapa 1 Torsión 2 Objetivo 1	0.023	Etapa 2 Flexión 2 Objetivo 2	0.036
Etapa 2 Torsión 3 Objetivo 2	0.037	Etapa 2 Torsión 4 Objetivo 2	0.024

Medición de rotación BDI T2086

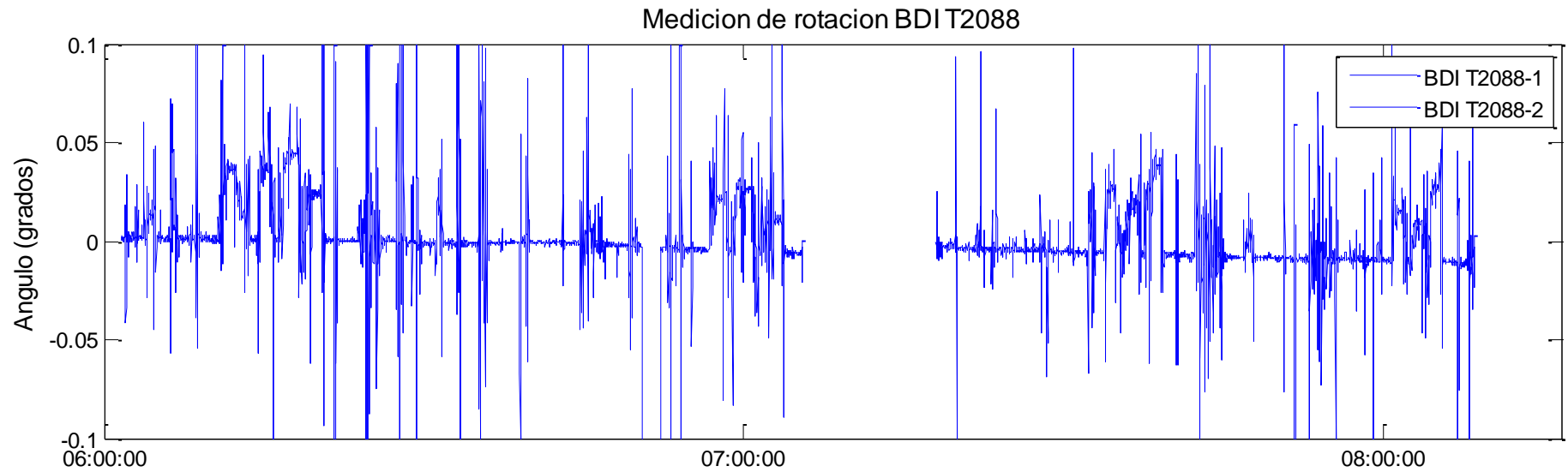


Configuración	Medida utilizada (rad)	Configuración	Medida utilizada (rad)
Etapa 1 Flexión 1 Objetivo 1	0.035	Etapa 1 Torsión 1 Objetivo 1	0.042
Etapa 1 Torsión 2 Objetivo 1	0.021	Etapa 2 Flexión 2 Objetivo 2	0.026
Etapa 2 Torsión 3 Objetivo 2	0.034	Etapa 2 Torsión 4 Objetivo 2	0.018

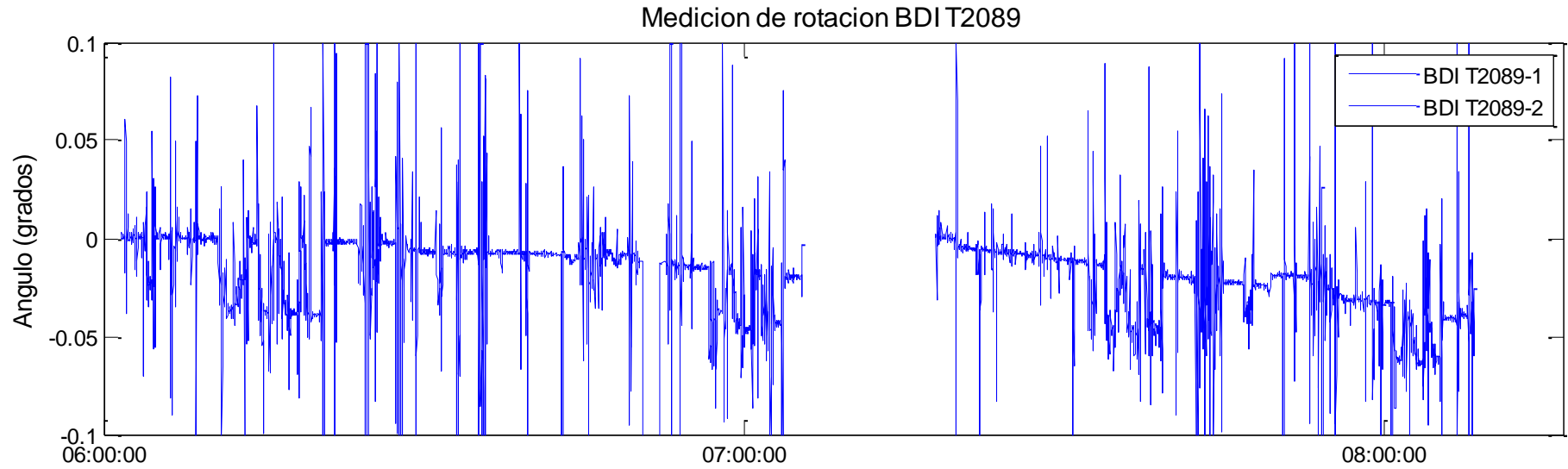
Medición de rotación BDI T2087



Configuración	Medida utilizada (rad)	Configuración	Medida utilizada (rad)
Etapa 1 Flexión 1 Objetivo 1	0.039	Etapa 1 Torsión 1 Objetivo 1	0.045
Etapa 1 Torsión 2 Objetivo 1	0.027	Etapa 2 Flexión 2 Objetivo 2	0.032
Etapa 2 Torsión 3 Objetivo 2	0.040	Etapa 2 Torsión 4 Objetivo 2	0.026



Configuración	Medida utilizada (rad)	Configuración	Medida utilizada (rad)
Etapa 1 Flexión 1 Objetivo 1	0.037	Etapa 1 Torsión 1 Objetivo 1	0.045
Etapa 1 Torsión 2 Objetivo 1	0.026	Etapa 2 Flexión 2 Objetivo 2	0.023
Etapa 2 Torsión 3 Objetivo 2	0.026	Etapa 2 Torsión 4 Objetivo 2	0.013



Configuración	Medida utilizada (rad)	Configuración	Medida utilizada (rad)
Etapa 1 Flexión 1 Objetivo 1	0.035	Etapa 1 Torsión 1 Objetivo 1	0.042
Etapa 1 Torsión 2 Objetivo 1	0.043	Etapa 2 Flexión 2 Objetivo 2	0.037
Etapa 2 Torsión 3 Objetivo 2	0.045	Etapa 2 Torsión 4 Objetivo 2	0.038

### 7.3. ANEXO 3. CURVATURA DE UNA CURVA PLANA EN COORDENADAS CARTESIANAS

G. SERRANO SOTELO

#### 1. INTRODUCCIÓN

Se adapta la teoría clásica del triedro de Frenet al caso de una curva plana y se calcula explícitamente la curvatura de la curva plana en cartesianas,  $y = f(x)$ , comprobando que tanto su interpretación como la fórmula de cálculo obtenida coincide con la de Newton.

Newton basa su definición y cálculo de la curvatura de una curva plana en cartesianas en las siguientes afirmaciones:

- Un círculo tiene curvatura constante que es inversamente proporcional a su radio.
- El "círculo más grande" que es tangente a la curva (por su lado cóncavo) en un punto tiene la misma curvatura que la curva en el punto.

Newton define el centro de este círculo como el punto de intersección de las rectas normales a la curva en puntos de ella arbitrariamente próximos. Ello le permite calcular el centro y el radio del círculo y por tanto el centro y el radio de curvatura de la curva. Veremos que el "círculo más grande" de Newton es el círculo osculador.

#### 2. CURVATURA DE UNA CURVA PLANA EN COORDENADAS CARTESIANAS

Consideremos una curva plana en coordenadas cartesianas parametrizada por su longitud de arco  $s$

$$\sigma(s) = (x(s), y(s))$$

El *vector tangente unitario* a la curva en un punto genérico  $P$  es

$$\frac{d\sigma}{ds} = (x'(s), y'(s))$$

Intuitivamente podemos imaginar que la curvatura de la curva mide la variación de su vector tangente en su traslado a lo largo de ella, lo que conduce a las siguientes definiciones:

Se llama *vector de curvatura* en  $P$  al vector

$$\frac{d^2\sigma}{ds^2} = (x''(s), y''(s))$$

Se define la curvatura  $\kappa$  en el punto  $P$  como el módulo del vector de curvatura en  $P$ .

Demostremos que *el vector de curvatura es ortogonal al vector tangente*:

Como  $\frac{d\sigma}{ds}$  es unitario, derivando en la expresión  $\frac{d\sigma}{ds} \cdot \frac{d\sigma}{ds} = 1$  se obtiene que  $\frac{d^2\sigma}{ds^2} \cdot \frac{d\sigma}{ds} = 0$ , es decir ambos vectores son ortogonales.

Se deduce que  $\frac{d^2\sigma}{ds^2} = \kappa N$  siendo  $N$  el vector normal unitario en  $P$ .

Por tanto, el *centro de curvatura de la curva en  $P$*  es el punto  $C$  situado sobre la normal en  $P$  a una distancia  $\frac{1}{\kappa}$  de  $P$ , esto es

$$OC = OP + \frac{1}{\kappa}N$$

Además, el círculo de centro  $C$  y radio  $\frac{1}{\kappa}$  está contenido en *plano osculador*  $\pi$  de la curva, que es el plano que pasa por tres puntos próximos de la curva cuando dos de ellos tienden a confundirse con el tercero ( $P$  en este caso), esto es

$$\pi \equiv OX = OP + \left\langle \frac{d\sigma}{ds}, \frac{d^2\sigma}{ds^2} \right\rangle$$

Así pues, el centro de curvatura  $C$  es el punto de intersección de las rectas normales a la curva en puntos arbitrariamente próximos de ella (Newton).

Por razones claras, el círculo de centro  $C$  y radio  $\frac{1}{\kappa}$  se llama *círculo osculador*.

*Remark 2.1.*  $N$  es la normal principal a la curva y  $\frac{d^2\sigma}{ds^2} = \kappa N$  es la primera fórmula de Frenet, que para una curva no necesariamente plana y en coordenadas arbitrarias se escribe  $D^\nabla D = \kappa N$ , siendo  $D$  y  $N$  los vectores tangente unitario y normal principal y  $\nabla$  la conexión del espacio en el que vive la curva. El plano osculador en un punto viene determinado por los vectores  $D$  y  $N$ .

En el caso de las coordenadas cartesianas  $D^\nabla D$  consiste en derivar respecto del parámetro  $s$  de la curva, pues los coeficientes de la conexión  $\nabla$  en cartesianas son nulos.

### 3. CÁLCULO DE LA CURVATURA DE LA CURVA $y = f(x)$

Una parametrización de la curva es  $\sigma(x) = (x, f(x))$ .

La métrica sobre la curva se escribe  $ds^2 = dx^2 + f'(x)^2 dx^2 = (1 + f'(x)^2) dx^2$ , esto es, la diferencial de arco se expresa como  $ds = \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$ .

El vector tangente es  $\frac{d\sigma}{dx} = (1, f'(x))$  y *el vector tangente unitario* es

$$\frac{d\sigma}{ds} = \frac{1}{\sqrt{1 + f'(x)^2}} (1, f'(x)) = ((1 + y'^2)^{-1/2}, y'(1 + y'^2)^{-1/2})$$

Se obtiene la siguiente expresión para *el vector de curvatura*

$$\frac{d^2\sigma}{ds^2} = \left( \frac{d(1 + y'^2)^{-1/2}}{dx} \frac{dx}{ds}, \frac{d(y'(1 + y'^2)^{-1/2})}{dx} \frac{dx}{ds} \right) = y''(1 + y'^2)^{-2} (-y', 1)$$

Calculando el módulo de este vector se obtiene la expresión de *la curvatura*

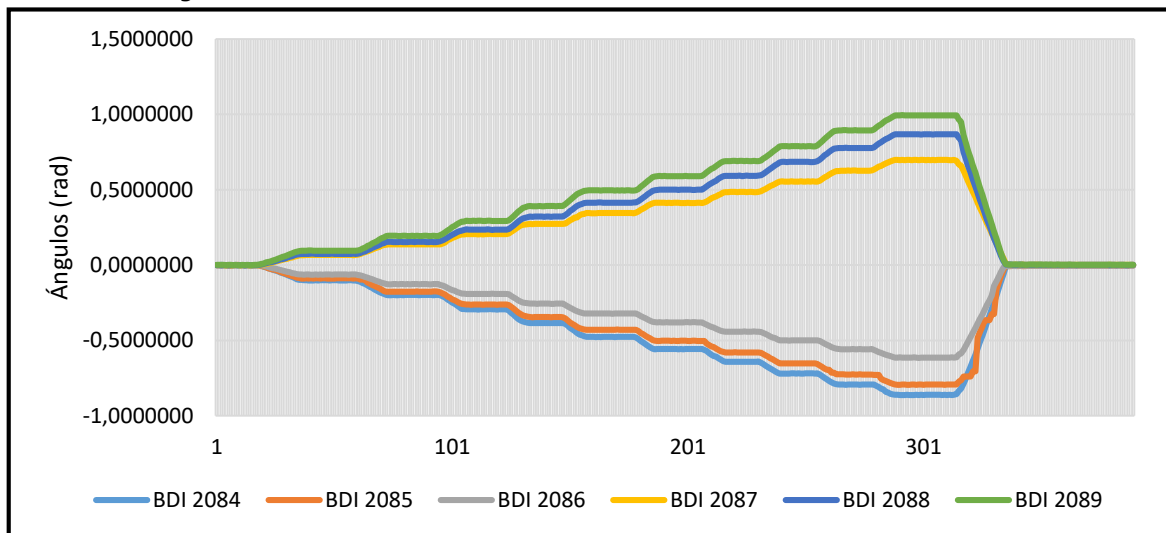
$$\kappa = \frac{y''}{(1 + y'^2)^{-3/2}}$$

*E-mail address:* laina@usal.es

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS, UNIVERSIDAD DE SALAMANCA, PLAZA DE LA MERCED 1-4, 37008 SALAMANCA, SPAIN

## 7.4. ANEXO 4. DATOS INCLINÓMETROS PRUEBA DE CARGA LABORATORIO

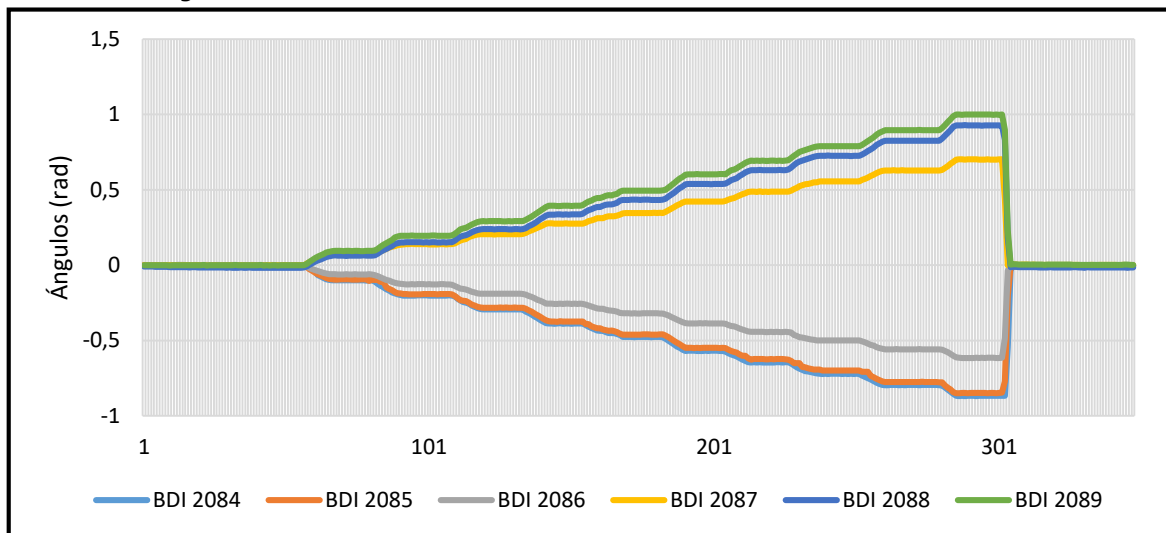
Datos de la configuración 1



Carga	Dato	BDI 2084	BDI 2085	BDI 2086	BDI 2087	BDI 2088	BDI 2089
100	<i>Prom</i>	-0.10099	-0.08852	-0.06301	0.06715	0.07432	0.09529
	<i>Desv. Est.</i>	0.00145	0.00112	0.00082	0.00094	0.00079	0.00095
200	<i>Prom</i>	-0.19899	-0.17655	-0.12661	0.13725	0.15305	0.19341
	<i>Desv. Est.</i>	0.00058	0.00057	0.00050	0.00057	0.00064	0.00052
300	<i>Prom</i>	-0.29352	-0.26194	-0.19111	0.20496	0.23527	0.29296
	<i>Desv. Est.</i>	0.00099	0.00103	0.00063	0.00085	0.00083	0.00110
400	<i>Prom</i>	-0.38332	-0.34359	-0.25475	0.27231	0.31978	0.38999
	<i>Desv. Est.</i>	0.00306	0.00287	0.00213	0.00199	0.00349	0.00340
500	<i>Prom</i>	-0.47636	-0.42914	-0.32144	0.34522	0.41417	0.49528
	<i>Desv. Est.</i>	0.00066	0.00084	0.00050	0.00047	0.00055	0.00055
600	<i>Prom</i>	-0.55698	-0.50249	-0.37939	0.41204	0.49921	0.58982
	<i>Desv. Est.</i>	0.00100	0.00148	0.00117	0.00097	0.00183	0.00185
700	<i>Prom</i>	-0.64086	-0.57973	-0.44132	0.48401	0.59187	0.69028
	<i>Desv. Est.</i>	0.00126	0.00127	0.00065	0.00104	0.00105	0.00106
800	<i>Prom</i>	-0.71886	-0.65289	-0.49967	0.55415	0.68477	0.78878
	<i>Desv. Est.</i>	0.00070	0.00104	0.00069	0.00043	0.00139	0.00144
900	<i>Prom</i>	-0.79302	-0.72596	-0.55860	0.62643	0.77698	0.89390
	<i>Desv. Est.</i>	0.00060	0.00074	0.00078	0.00073	0.00053	0.00050
1000	<i>Prom</i>	-0.86146	-0.79281	-0.61364	0.69687	0.86772	0.99308
	<i>Desv. Est.</i>	0.00060	0.00065	0.00060	0.00079	0.00060	0.00058

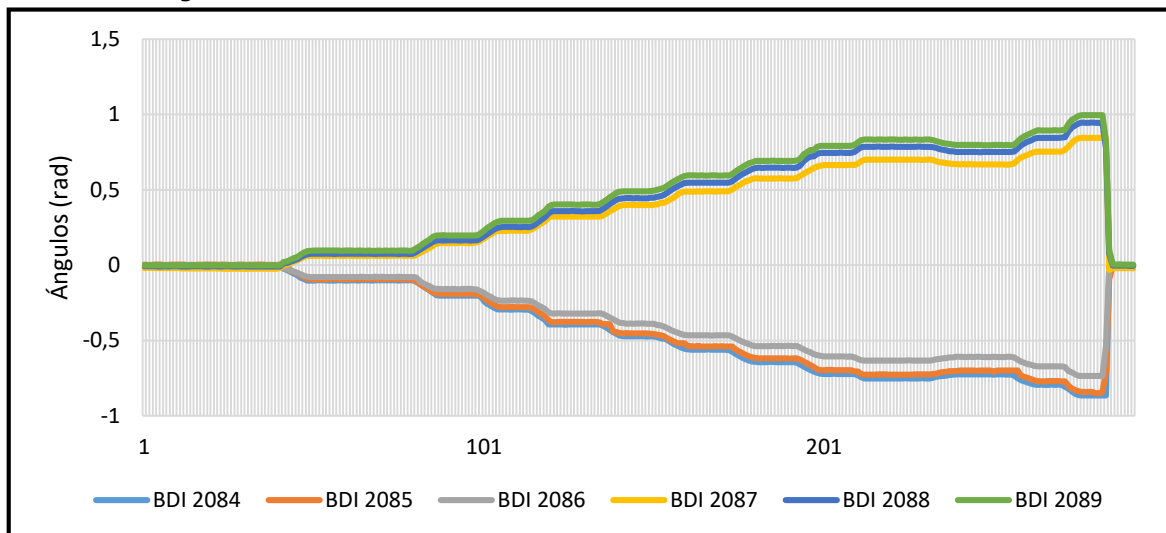


## Datos de la configuración 2



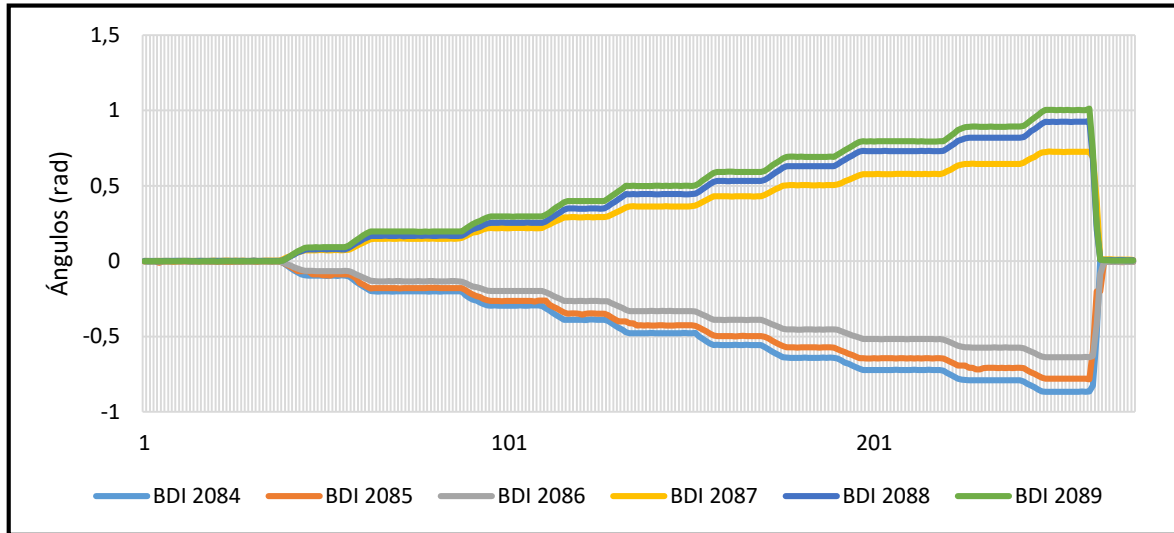
Carga	Dato	BDI 2084	BDI 2085	BDI 2086	BDI 2087	BDI 2088	BDI 2089
100	<i>Prom</i>	-0.10061	-0.09525	-0.06166	0.06684	0.06313	0.09405
	<i>Desv. Est.</i>	0.00051	0.00045	0.00065	0.00061	0.00076	0.00074
200	<i>Prom</i>	-0.20093	-0.19195	-0.12665	0.13867	0.15100	0.19426
	<i>Desv. Est.</i>	0.00230	0.00222	0.00186	0.00190	0.00160	0.00139
300	<i>Prom</i>	-0.29355	-0.28197	-0.18964	0.20495	0.23814	0.29164
	<i>Desv. Est.</i>	0.00052	0.00070	0.00049	0.00053	0.00051	0.00079
400	<i>Prom</i>	-0.38714	-0.37338	-0.25663	0.27570	0.33517	0.39287
	<i>Desv. Est.</i>	0.00099	0.00258	0.00108	0.00073	0.00208	0.00240
500	<i>Prom</i>	-0.47568	-0.46027	-0.31990	0.34485	0.43292	0.49351
	<i>Desv. Est.</i>	0.00332	0.00159	0.00081	0.00298	0.00174	0.00191
600	<i>Prom</i>	-0.56824	-0.54918	-0.38654	0.42149	0.53801	0.60255
	<i>Desv. Est.</i>	0.00043	0.00062	0.00057	0.00056	0.00072	0.00078
700	<i>Prom</i>	-0.64519	-0.62356	-0.44283	0.48749	0.63058	0.69289
	<i>Desv. Est.</i>	0.00052	0.00033	0.00051	0.00094	0.00072	0.00084
800	<i>Prom</i>	-0.72114	-0.69850	-0.49947	0.55534	0.72502	0.78876
	<i>Desv. Est.</i>	0.00050	0.00153	0.00069	0.00049	0.00067	0.00044
900	<i>Prom</i>	-0.41832	-0.40467	-0.28889	0.32458	0.42512	0.46905
	<i>Desv. Est.</i>	0.00059	0.00131	0.00100	0.00087	0.00152	0.00178
1000	<i>Prom</i>	-0.86654	-0.84813	-0.61409	0.70010	0.92610	0.99802
	<i>Desv. Est.</i>	0.00337	0.00161	0.00374	0.00403	0.00212	0.00246

Datos de la configuración 3



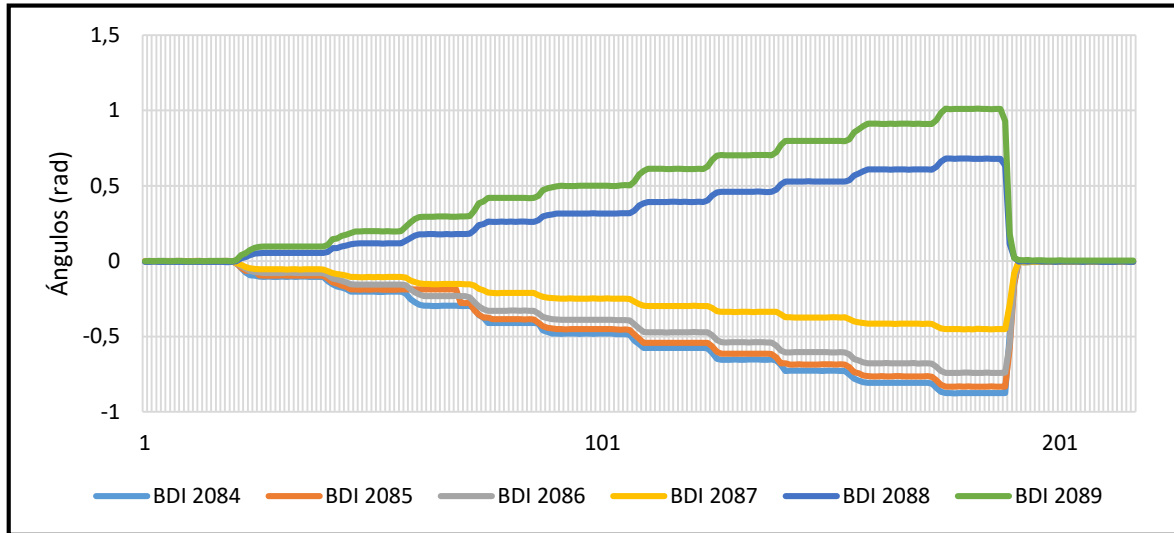
Carga	Dato	BDI 2084	BDI 2085	BDI 2086	BDI 2087	BDI 2088	BDI 2089
100	<i>Prom</i>	-0.10159	-0.09310	-0.07888	0.06177	0.07552	0.09584
	<i>Desv. Est.</i>	0.00067	0.00061	0.00057	0.00058	0.00056	0.00069
200	<i>Prom</i>	-0.20245	-0.19032	-0.15872	0.14673	0.16456	0.19730
	<i>Desv. Est.</i>	0.00033	0.00086	0.00089	0.00068	0.00056	0.00044
300	<i>Prom</i>	-0.29445	-0.27884	-0.23553	0.22790	0.25285	0.29405
	<i>Desv. Est.</i>	0.00057	0.00078	0.00054	0.00054	0.00033	0.00048
400	<i>Prom</i>	-0.39351	-0.37678	-0.32098	0.32226	0.35770	0.40180
	<i>Desv. Est.</i>	0.00062	0.00049	0.00050	0.00036	0.00082	0.00045
500	<i>Prom</i>	-0.47245	-0.45421	-0.38849	0.39934	0.44528	0.49153
	<i>Desv. Est.</i>	0.00139	0.00275	0.00309	0.00123	0.00294	0.00294
600	<i>Prom</i>	-0.56085	-0.53841	-0.46537	0.48891	0.54718	0.59489
	<i>Desv. Est.</i>	0.18787	0.18061	0.15862	0.18802	0.20349	0.21186
700	<i>Prom</i>	-0.64296	-0.61865	-0.53671	0.57494	0.64623	0.69218
	<i>Desv. Est.</i>	0.00048	0.00070	0.00054	0.00070	0.00064	0.00039
800	<i>Prom</i>	-0.72160	-0.69677	-0.60575	0.66357	0.74556	0.79160
	<i>Desv. Est.</i>	0.00054	0.00260	0.00236	0.00124	0.00206	0.00196
900	<i>Prom</i>	-0.79420	-0.76809	-0.67077	0.75309	0.84279	0.89201
	<i>Desv. Est.</i>	0.00476	0.00410	0.00349	0.00529	0.00571	0.00607
1000	<i>Prom</i>	-0.86407	-0.84264	-0.73575	0.84410	0.94410	0.99428
	<i>Desv. Est.</i>	0.00063	0.00441	0.00051	0.00134	0.00199	0.00200

Datos de la configuración 4



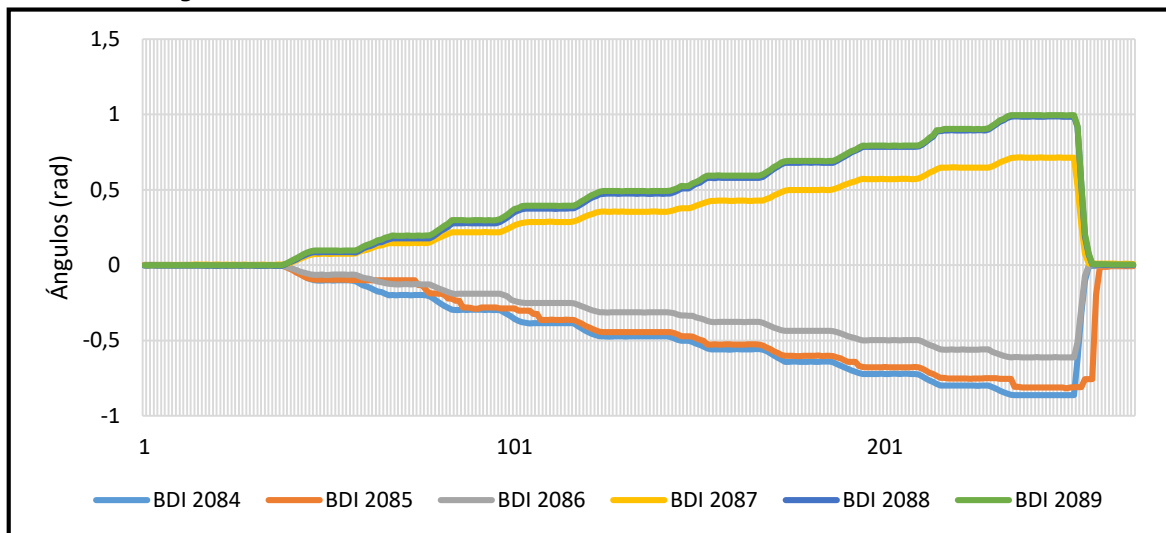
Carga	Dato	BDI 2084	BDI 2085	BDI 2086	BDI 2087	BDI 2088	BDI 2089
100	<i>Prom</i>	-0.09632	-0.08580	-0.06544	0.07257	0.07837	0.09163
	<i>Desv. Est.</i>	0.00084	0.01056	0.00076	0.00105	0.00125	0.00124
200	<i>Prom</i>	-0.20065	-0.17862	-0.13358	0.14877	0.16775	0.19629
	<i>Desv. Est.</i>	0.00063	0.00079	0.00064	0.00060	0.00068	0.00067
300	<i>Prom</i>	-0.29525	-0.26424	-0.19781	0.21909	0.25423	0.29609
	<i>Desv. Est.</i>	0.00059	0.00108	0.00047	0.00062	0.00084	0.00054
400	<i>Prom</i>	-0.38899	-0.34773	-0.26471	0.29153	0.34827	0.39768
	<i>Desv. Est.</i>	0.00080	0.00327	0.00077	0.00054	0.00217	0.00242
500	<i>Prom</i>	-0.47817	-0.42512	-0.33110	0.36277	0.44433	0.49936
	<i>Desv. Est.</i>	0.21363	0.18920	0.15508	0.17786	0.23138	0.24933
600	<i>Prom</i>	-0.55645	-0.49667	-0.38994	0.42952	0.53110	0.59169
	<i>Desv. Est.</i>	0.00064	0.00144	0.00058	0.00054	0.00169	0.00175
700	<i>Prom</i>	-0.64113	-0.57239	-0.45369	0.50389	0.62989	0.69239
	<i>Desv. Est.</i>	0.00078	0.00083	0.00051	0.00099	0.00042	0.00067
800	<i>Prom</i>	-0.72188	-0.64486	-0.51718	0.57782	0.72992	0.79453
	<i>Desv. Est.</i>	0.27520	0.24294	0.19613	0.22372	0.29020	0.31594
900	<i>Prom</i>	-0.78885	-0.70699	-0.57207	0.64432	0.81677	0.88954
	<i>Desv. Est.</i>	0.00257	0.00723	0.00322	0.00275	0.00586	0.00599
1000	<i>Prom</i>	-0.51730	-0.46020	-0.38839	0.43645	0.53433	0.57904
	<i>Desv. Est.</i>	0.00075	0.00210	0.00104	0.00129	0.00330	0.00338

Datos de la configuración 5



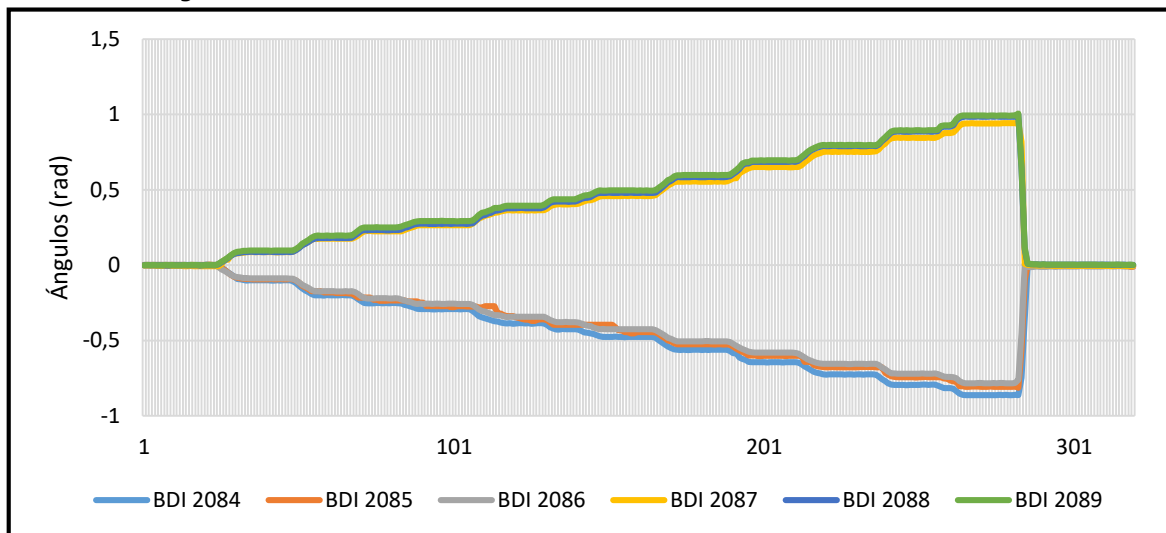
Carga	Dato	BDI 2084	BDI 2085	BDI 2086	BDI 2087	BDI 2088	BDI 2089
100	<i>Prom</i>	-0.10372	-0.09550	-0.07849	-0.05426	0.05447	0.09732
	<i>Desv. Est.</i>	0.00077	0.00071	0.00103	0.00064	0.00065	0.00098
200	<i>Prom</i>	-0.20292	-0.18898	-0.15556	-0.10517	0.11729	0.19722
	<i>Desv. Est.</i>	0.28121	0.27092	0.23810	0.14390	0.21878	0.32202
300	<i>Prom</i>	-0.29676	-0.27732	-0.23453	-0.15220	0.18029	0.29645
	<i>Desv. Est.</i>	0.00075	0.00075	0.00544	0.00075	0.00134	0.00150
400	<i>Prom</i>	-0.41011	-0.38536	-0.32893	-0.21138	0.26159	0.41940
	<i>Desv. Est.</i>	0.00043	0.00060	0.00043	0.00066	0.00062	0.00072
500	<i>Prom</i>	-0.48189	-0.45169	-0.38943	-0.24844	0.31581	0.49978
	<i>Desv. Est.</i>	0.00135	0.00124	0.00101	0.00079	0.00093	0.00155
600	<i>Prom</i>	-0.57585	-0.54222	-0.47191	-0.29723	0.39249	0.61177
	<i>Desv. Est.</i>	0.00061	0.00039	0.00072	0.00050	0.00079	0.00076
700	<i>Prom</i>	-0.65365	-0.61458	-0.53878	-0.33663	0.45964	0.70291
	<i>Desv. Est.</i>	0.00096	0.00034	0.00079	0.00072	0.00088	0.00044
800	<i>Prom</i>	-0.72738	-0.68502	-0.60437	-0.37347	0.52813	0.79716
	<i>Desv. Est.</i>	0.00064	0.00223	0.00069	0.00084	0.00051	0.00054
900	<i>Prom</i>	-0.80669	-0.76441	-0.67752	-0.41479	0.60818	0.91090
	<i>Desv. Est.</i>	0.00042	0.00101	0.00069	0.00050	0.00070	0.00071
1000	<i>Prom</i>	-0.87561	-0.83196	-0.74081	-0.45104	0.67678	1.00405
	<i>Desv. Est.</i>	0.00059	0.00044	0.00070	0.00079	0.01213	0.02184

Datos de la configuración 6



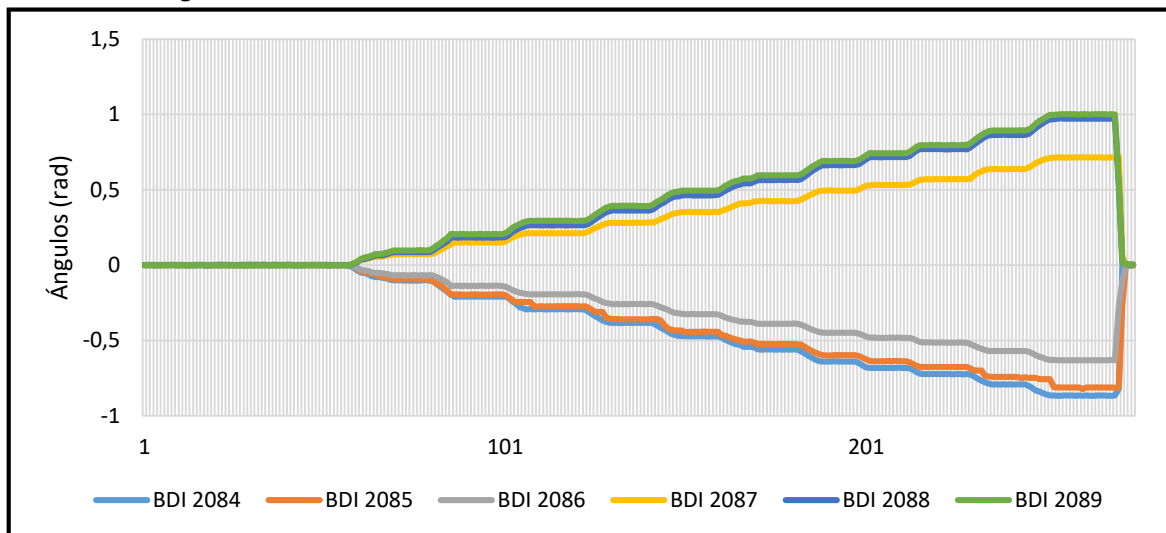
Carga	Dato	BDI 2084	BDI 2085	BDI 2086	BDI 2087	BDI 2088	BDI 2089
100	<i>Prom</i>	-0.10143	-0.09679	-0.06343	0.07487	0.08555	0.09676
	<i>Desv. Est.</i>	0.00076	0.00074	0.00088	0.00066	0.00039	0.00072
200	<i>Prom</i>	-0.19899	-0.11238	-0.12670	0.14653	0.17736	0.19531
	<i>Desv. Est.</i>	0.00053	0.02277	0.00060	0.00063	0.00056	0.00081
300	<i>Prom</i>	-0.29684	-0.27064	-0.18987	0.21854	0.27790	0.29788
	<i>Desv. Est.</i>	0.00050	0.02328	0.00111	0.00078	0.00049	0.00078
400	<i>Prom</i>	-0.38527	-0.35131	-0.25129	0.28606	0.37520	0.39385
	<i>Desv. Est.</i>	0.00080	0.02180	0.00047	0.00070	0.00070	0.00065
500	<i>Prom</i>	-0.47268	-0.44455	-0.31302	0.35488	0.47414	0.49197
	<i>Desv. Est.</i>	0.00120	0.00046	0.00068	0.00076	0.00071	0.00079
600	<i>Prom</i>	-0.55875	-0.52623	-0.37660	0.42718	0.57878	0.59407
	<i>Desv. Est.</i>	0.00083	0.00073	0.00066	0.00067	0.00069	0.00043
700	<i>Prom</i>	-0.64090	-0.60187	-0.43642	0.49858	0.67978	0.69110
	<i>Desv. Est.</i>	0.00132	0.00109	0.00050	0.00101	0.00053	0.00064
800	<i>Prom</i>	-0.72153	-0.67731	-0.49809	0.57110	0.78498	0.79290
	<i>Desv. Est.</i>	0.00066	0.00076	0.00073	0.00039	0.00064	0.00070
900	<i>Prom</i>	-0.79889	-0.75142	-0.55979	0.64742	0.89379	0.90352
	<i>Desv. Est.</i>	0.00090	0.00136	0.00063	0.00054	0.00199	0.00167
1000	<i>Prom</i>	-0.86242	-0.80679	-0.61159	0.71291	0.98501	0.99459
	<i>Desv. Est.</i>	0.00064	0.01471	0.00067	0.00088	0.00053	0.00040

Datos de la configuración 7



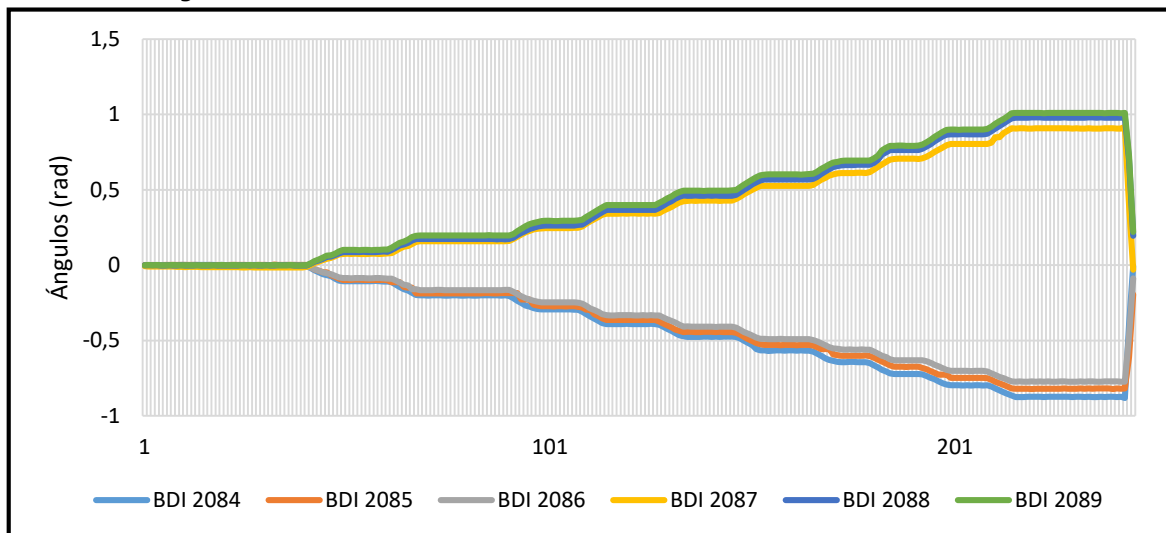
Carga	Dato	BDI 2084	BDI 2085	BDI 2086	BDI 2087	BDI 2088	BDI 2089
100	<i>Prom</i>	-0.10148	-0.09370	-0.08777	0.08589	0.08766	0.09693
	<i>Desv. Est.</i>	0.00056	0.00058	0.00054	0.00060	0.00081	0.00063
200	<i>Prom</i>	-0.19987	-0.18187	-0.17342	0.17502	0.17986	0.19565
	<i>Desv. Est.</i>	0.00072	0.00464	0.00076	0.00053	0.00064	0.00070
300	<i>Prom</i>	-0.29207	-0.27169	-0.25685	0.26496	0.27408	0.29235
	<i>Desv. Est.</i>	0.00057	0.00698	0.00062	0.00052	0.00075	0.00055
400	<i>Prom</i>	-0.38649	-0.35481	-0.34234	0.36330	0.37757	0.39441
	<i>Desv. Est.</i>	0,00106	0,01235	0,00047	0,00046	0,00062	0,00047
500	<i>Prom</i>	-0.47581	-0.43039	-0.42521	0.45860	0.47959	0.49520
	<i>Desv. Est.</i>	0.00065	0.02230	0.00060	0.00054	0.00068	0.00067
600	<i>Prom</i>	-0.56208	-0.52548	-0.50512	0.55424	0.58401	0.59726
	<i>Desv. Est.</i>	0.00059	0.00043	0.00054	0.00077	0.00051	0.00050
700	<i>Prom</i>	-0.64454	-0.60211	-0.58044	0.65005	0.68500	0.69466
	<i>Desv. Est.</i>	0.00088	0.00098	0.00042	0.00076	0.00043	0.00093
800	<i>Prom</i>	-0.72560	-0.67715	-0.65472	0.75179	0.78965	0.79672
	<i>Desv. Est.</i>	0.00061	0.00057	0.00072	0.00073	0.00071	0.00074
900	<i>Prom</i>	-0.79437	-0.74327	-0.72004	0.84532	0.88600	0.89419
	<i>Desv. Est.</i>	0.00078	0.00073	0.00053	0.00045	0.00082	0.00053
1000	<i>Prom</i>	-0.86226	-0.80671	-0.78321	0.94050	0.98451	0.99228
	<i>Desv. Est.</i>	0.00067	0.00058	0.00055	0.00070	0.00077	0.00076

Datos de la configuración 8



Carga	Dato	BDI 2084	BDI 2085	BDI 2086	BDI 2087	BDI 2088	BDI 2089
100	<i>Prom</i>	-0.10193	-0.09454	-0.06757	0.07246	0.08622	0.09803
	<i>Desv. Est.</i>	0.00054	0.00047	0.00068	0.00057	0.00054	0.00054
200	<i>Prom</i>	-0.20874	-0.19476	-0.13725	0.15033	0.18308	0.20643
	<i>Desv. Est.</i>	0.00054	0.00053	0.00045	0.00061	0.00070	0.00093
300	<i>Prom</i>	-0.29242	-0.27284	-0.19372	0.21199	0.26411	0.29374
	<i>Desv. Est.</i>	0.00062	0.00089	0.00050	0.00056	0.00051	0.00052
400	<i>Prom</i>	-0.38362	-0.35886	-0.25861	0.28146	0.36251	0.39318
	<i>Desv. Est.</i>	0.00078	0.00022	0.00047	0.00092	0.00045	0.00080
500	<i>Prom</i>	-0.47245	-0.44074	-0.32400	0.35180	0.46257	0.49347
	<i>Desv. Est.</i>	0.00153	0.00373	0.00164	0.00162	0.00206	0.00181
600	<i>Prom</i>	-0.55955	-0.52370	-0.38902	0.42490	0.56459	0.59601
	<i>Desv. Est.</i>	0.00073	0.00051	0.00060	0.00057	0.00078	0.00045
700	<i>Prom</i>	-0.63947	-0.59790	-0.44850	0.49421	0.66314	0.69064
	<i>Desv. Est.</i>	0.00063	0.00069	0.00000	0.00068	0.00072	0.00073
800	<i>Prom</i>	-0.72272	-0.67562	-0.51323	0.57010	0.76886	0.79578
	<i>Desv. Est.</i>	0.00060	0.00073	0.00077	0.00051	0.00088	0.00088
900	<i>Prom</i>	-0.79093	-0.74299	-0.56951	0.63725	0.86378	0.89354
	<i>Desv. Est.</i>	0.00071	0.00293	0.00047	0.00068	0.00045	0.00066
1000	<i>Prom</i>	-0.86541	-0.81242	-0.63084	0.71415	0.97195	1.00085
	<i>Desv. Est.</i>	0.00058	0.00247	0.00055	0.00058	0.00068	0.00053

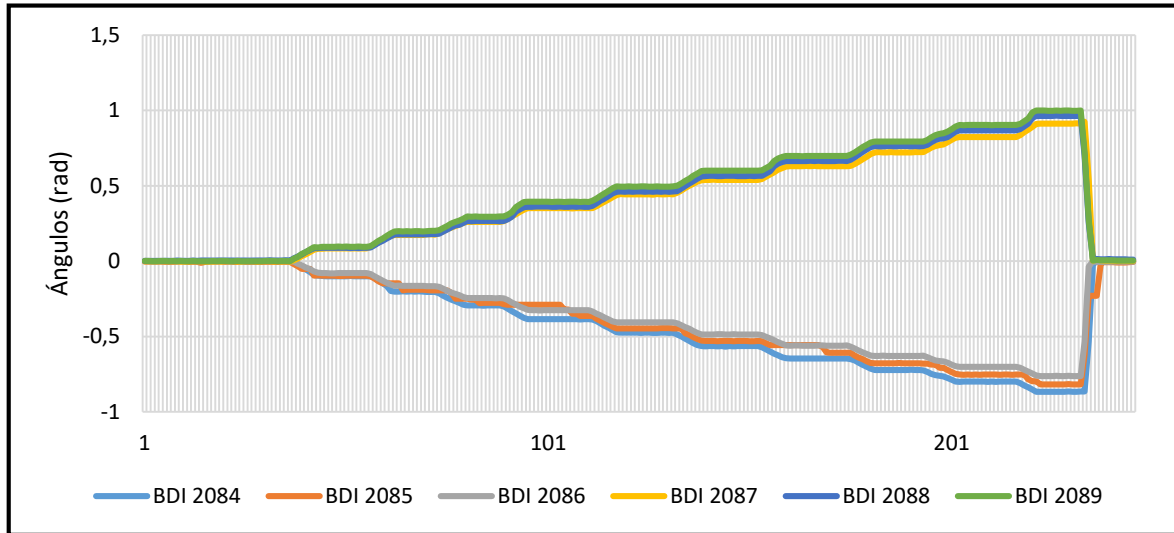
Datos de la configuración 9



Carga	Dato	BDI 2084	BDI 2085	BDI 2086	BDI 2087	BDI 2088	BDI 2089
100	<i>Prom</i>	-0.10689	-0.09797	-0.08680	0.07487	0.08783	0.10112
	<i>Desv. Est.</i>	0.00140	0.00092	0.00113	0.00113	0.00112	0.00126
200	<i>Prom</i>	-0.20102	-0.18707	-0.16585	0.15845	0.17338	0.19675
	<i>Desv. Est.</i>	0.00059	0.00086	0.00053	0.00043	0.00053	0.00078
300	<i>Prom</i>	-0.29360	-0.27284	-0.24671	0.24523	0.26280	0.29350
	<i>Desv. Est.</i>	0.00103	0.00071	0.00051	0.00092	0.00068	0.00043
400	<i>Prom</i>	-0.39003	-0.36288	-0.33207	0.34125	0.36546	0.39761
	<i>Desv. Est.</i>	0.00145	0.00304	0.00239	0.00208	0.00427	0.00401
500	<i>Prom</i>	-0.47515	-0.44293	-0.40820	0.42750	0.46064	0.49377
	<i>Desv. Est.</i>	0.15977	0.14190	0.14000	0.18791	0.19414	0.19347
600	<i>Prom</i>	-0.56625	-0.52913	-0.49029	0.52541	0.56815	0.60155
	<i>Desv. Est.</i>	0.00086	0.00131	0.00068	0.00049	0.00169	0.00191
700	<i>Prom</i>	-0.64219	-0.59949	-0.55855	0.60990	0.66171	0.69107
	<i>Desv. Est.</i>	0.00233	0.00313	0.00298	0.00325	0.00512	0.00462
800	<i>Prom</i>	-0.80544	-0.76246	-0.71316	0.82187	0.89649	0.92687
	<i>Desv. Est.</i>	0.00082	0.00292	0.00063	0.00087	0.00303	0.00321
900	<i>Prom</i>	-0.79744	-0.74779	-0.70183	0.80397	0.86823	0.89921
	<i>Desv. Est.</i>	0.00068	0.00103	0.00159	0.00041	0.00126	0.00161
1000	<i>Prom</i>	-0.87422	-0.81998	-0.77235	0.90716	0.97904	1.00990
	<i>Desv. Est.</i>	0.00047	0.00086	0.00083	0.00056	0.00049	0.00048

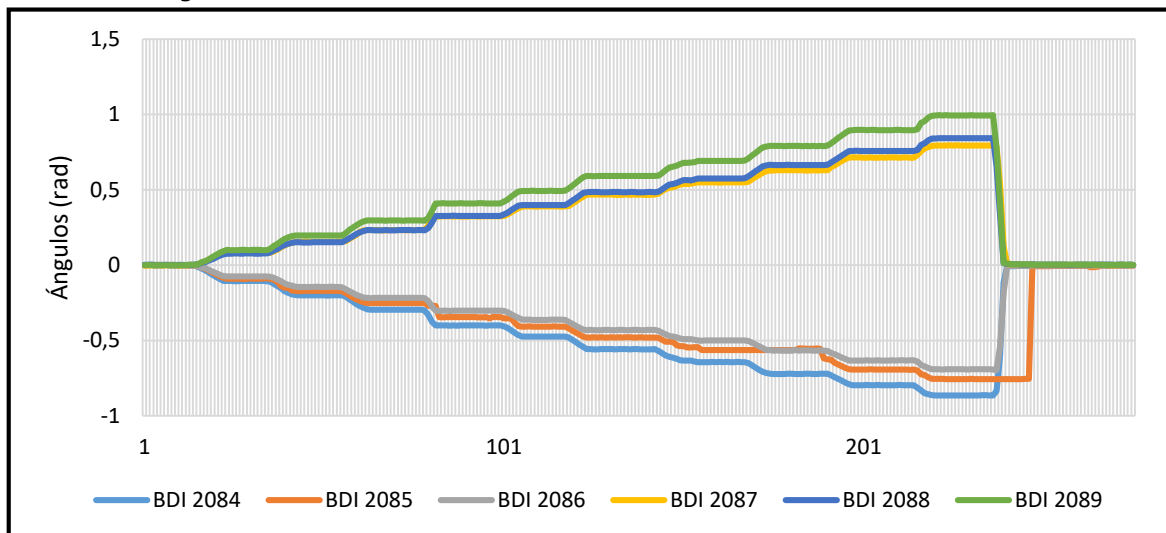


Datos de la configuración 10



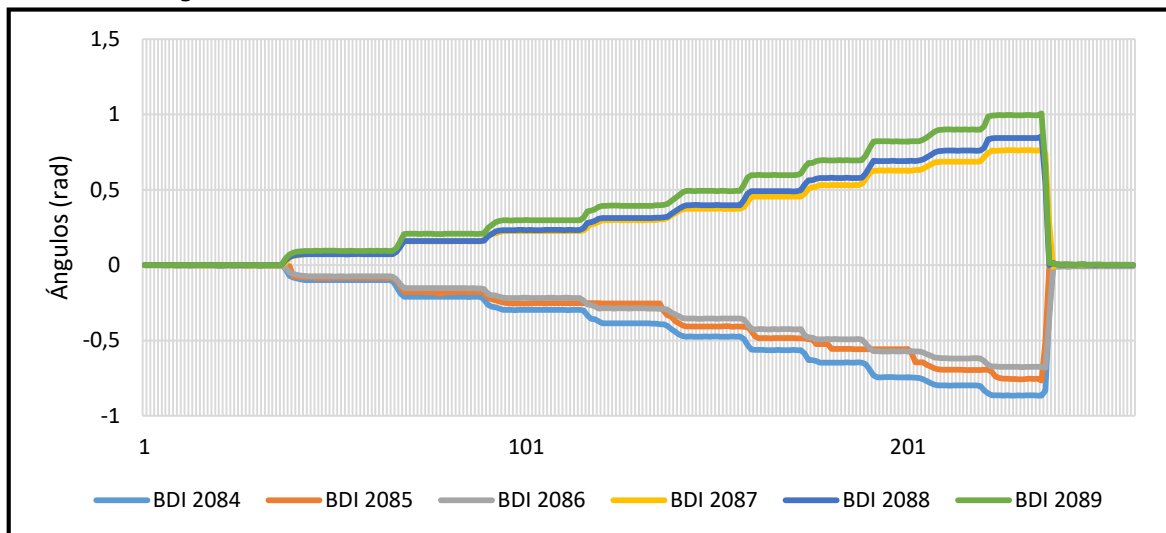
Carga	Dato	BDI 2084	BDI 2085	BDI 2086	BDI 2087	BDI 2088	BDI 2089
100	<i>Prom</i>	-0.09949	-0.09649	-0.07966	0.08426	0.08806	0.09535
	<i>Desv. Est.</i>	0.00065	0.00073	0.00059	0.00097	0.00045	0.00061
200	<i>Prom</i>	-0.20278	-0.19142	-0.16454	0.17472	0.17834	0.19876
	<i>Desv. Est.</i>	0.00148	0.00151	0.00085	0.00135	0.00141	0.00143
300	<i>Prom</i>	-0.29439	-0.27754	-0.24513	0.26024	0.26605	0.29451
	<i>Desv. Est.</i>	0.00078	0.00082	0.00053	0.00053	0.00048	0.00067
400	<i>Prom</i>	-0.38586	-0.36366	-0.32794	0.35204	0.36246	0.39493
	<i>Desv. Est.</i>	0.00097	0.00037	0.00425	0.00092	0.00337	0.00387
500	<i>Prom</i>	-0.47506	-0.44573	-0.40626	0.44312	0.46093	0.49469
	<i>Desv. Est.</i>	0.00067	0.00076	0.00049	0.00085	0.00077	0.00045
600	<i>Prom</i>	-0.56372	-0.52968	-0.48623	0.53836	0.56469	0.59973
	<i>Desv. Est.</i>	0.00106	0.00103	0.00059	0.00064	0.00086	0.00082
700	<i>Prom</i>	-0.64662	-0.60726	-0.56116	0.63040	0.66531	0.69841
	<i>Desv. Est.</i>	0.27755	0.25050	0.24991	0.28825	0.30332	0.31763
800	<i>Prom</i>	-0.72236	-0.67745	-0.62835	0.72179	0.76232	0.79331
	<i>Desv. Est.</i>	0.00061	0.00066	0.00054	0.00088	0.00071	0.00039
900	<i>Prom</i>	-0.79988	-0.75288	-0.70098	0.82303	0.86797	0.90319
	<i>Desv. Est.</i>	0.00057	0.00063	0.00049	0.00048	0.00060	0.00047
1000	<i>Prom</i>	-0.86590	-0.81726	-0.76199	0.91184	0.96292	0.99810
	<i>Desv. Est.</i>	0.00046	0.00060	0.00049	0.00054	0.00077	0.00057

Datos de la configuración 11



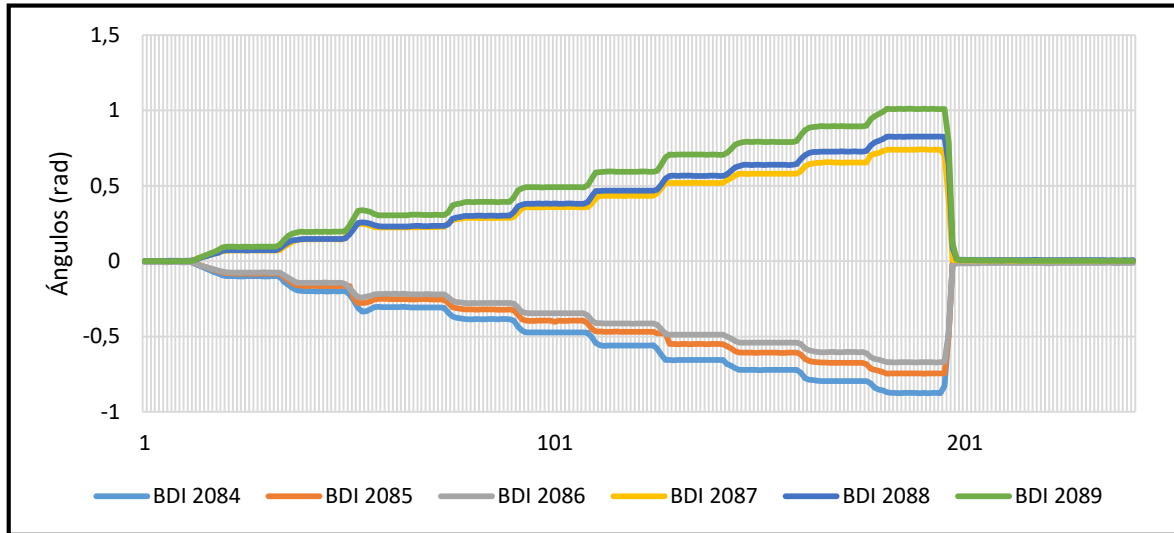
Carga	Dato	BDI 2084	BDI 2085	BDI 2086	BDI 2087	BDI 2088	BDI 2089
100	Prom	-0.10496	-0.08895	-0.07429	0.08039	0.07644	0.09948
	Desv. Est.	0.00077	0.00154	0.00082	0.00076	0.00144	0.00192
200	Prom	-0.20028	-0.17049	-0.14424	0.15503	0.15175	0.19666
	Desv. Est.	0.00079	0.00062	0.00054	0.00067	0.00065	0.00056
300	Prom	-0.29590	-0.25154	-0.21768	0.23178	0.23145	0.29589
	Desv. Est.	0.00037	0.00046	0.00042	0.00036	0.00066	0.00050
400	Prom	-0.40053	-0.34540	-0.30292	0.32327	0.32704	0.41017
	Desv. Est.	0.00132	0.00293	0.00064	0.00075	0.00253	0.00294
500	Prom	-0.47427	-0.40783	-0.36235	0.38941	0.39862	0.49265
	Desv. Est.	0.00054	0.00053	0.00051	0.00067	0.00044	0.00071
600	Prom	-0.55769	-0.47961	-0.43063	0.46745	0.48468	0.59152
	Desv. Est.	0.00063	0.00078	0.00055	0.00044	0.00062	0.00066
700	Prom	-0.64330	-0.56223	-0.50024	0.54903	0.57630	0.69272
	Desv. Est.	0.00182	0.00000	0.00090	0.00152	0.00408	0.00477
800	Prom	-0.72425	-0.62354	-0.57247	0.63609	0.66999	0.79710
	Desv. Est.	0.00559	0.00456	0.00798	0.01275	0.00899	0.00992
900	Prom	-0.79626	-0.69278	-0.63214	0.71347	0.75748	0.89619
	Desv. Est.	0.00068	0.00054	0.00097	0.00081	0.00055	0.00069
1000	Prom	-0.86355	-0.75482	-0.69027	0.79270	0.84106	0.99210
	Desv. Est.	0.00215	0.00311	0.00225	0.00278	0.00372	0.00385

Datos de la configuración 12



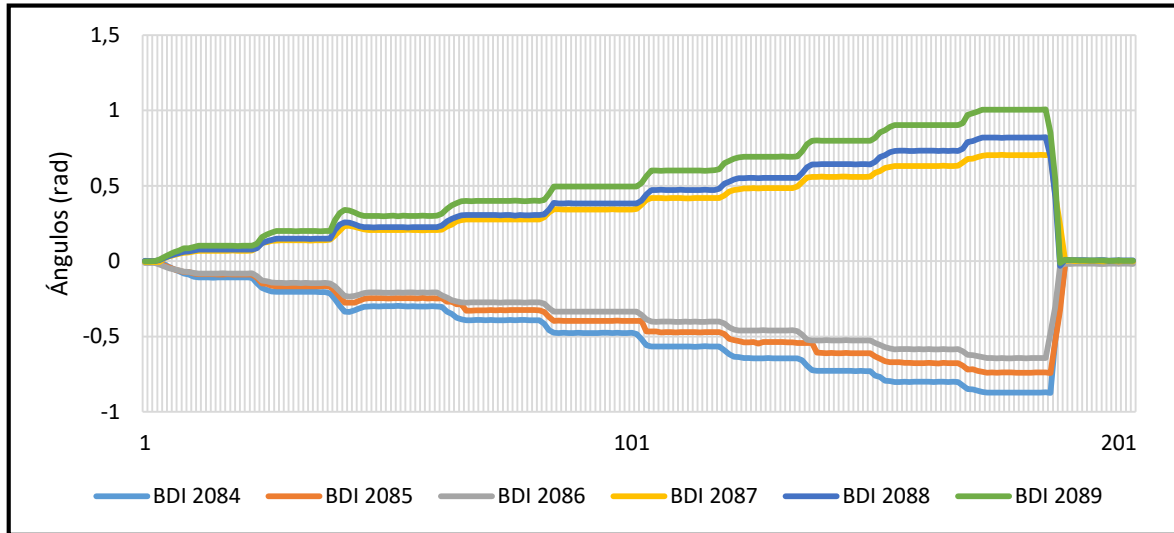
Carga	Dato	BDI 2084	BDI 2085	BDI 2086	BDI 2087	BDI 2088	BDI 2089
100	<i>Prom</i>	-0.09940	-0.08409	-0.07424	0.07327	0.07274	0.09495
	<i>Desv. Est.</i>	0.00047	0.00119	0.00052	0.00057	0.00067	0.00064
200	<i>Prom</i>	-0.21028	-0.17989	-0.15274	0.15845	0.15964	0.20731
	<i>Desv. Est.</i>	0.00044	0.00277	0.00083	0.00063	0.00052	0.00053
300	<i>Prom</i>	-0.29753	-0.25315	-0.21740	0.22586	0.23284	0.29764
	<i>Desv. Est.</i>	0.00054	0.00070	0.00051	0.00048	0.00058	0.00062
400	<i>Prom</i>	-0.40681	-0.32607	-0.29986	0.31523	0.32632	0.41011
	<i>Desv. Est.</i>	0.01700	0.01942	0.01141	0.01354	0.01251	0.01335
500	<i>Prom</i>	-0.47413	-0.40701	-0.35482	0.37408	0.39827	0.49213
	<i>Desv. Est.</i>	0.00069	0.00096	0.00063	0.00071	0.00042	0.00074
600	<i>Prom</i>	-0.56322	-0.48363	-0.42553	0.45481	0.49077	0.59841
	<i>Desv. Est.</i>	0.00047	0.00298	0.00068	0.00047	0.00180	0.00256
700	<i>Prom</i>	-0.64621	-0.55688	-0.49199	0.53174	0.57849	0.69540
	<i>Desv. Est.</i>	0.00078	0.00116	0.00138	0.00283	0.00102	0.00071
800	<i>Prom</i>	-0.75073	-0.64412	-0.57528	0.63328	0.69505	0.82540
	<i>Desv. Est.</i>	0.00563	0.00000	0.00375	0.00563	0.00463	0.00602
900	<i>Prom</i>	-0.79825	-0.69417	-0.61790	0.68595	0.75934	0.89891
	<i>Desv. Est.</i>	0.00060	0.00174	0.00105	0.00068	0.00120	0.00133
1000	<i>Prom</i>	-0.86434	-0.74987	-0.67457	0.76119	0.84274	0.99427
	<i>Desv. Est.</i>	0.00105	0.01295	0.00114	0.00117	0.00081	0.00115

Datos de la configuración 13



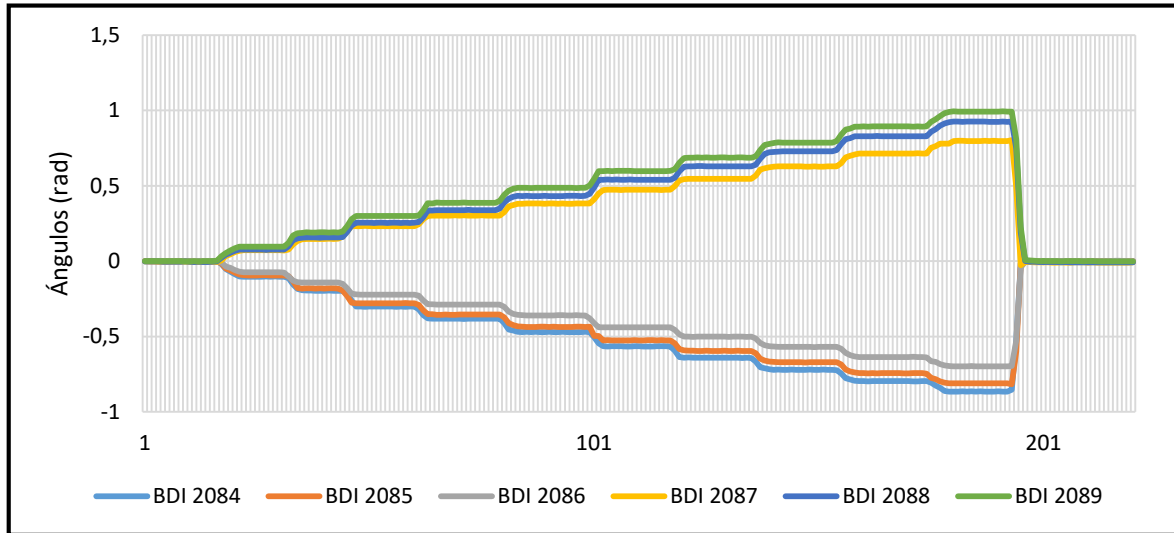
Carga	Dato	BDI 2084	BDI 2085	BDI 2086	BDI 2087	BDI 2088	BDI 2089
100	<i>Prom</i>	-0.10049	-0.08278	-0.07582	0.07121	0.07346	0.09641
	<i>Desv. Est.</i>	0.00088	0.00067	0.00070	0.00073	0.00380	0.00443
200	<i>Prom</i>	-0.19964	-0.16444	-0.14356	0.14496	0.14669	0.19517
	<i>Desv. Est.</i>	0.00087	0.00142	0.00064	0.00100	0.00087	0.00079
300	<i>Prom</i>	-0.30607	-0.25275	-0.21869	0.22439	0.23160	0.30592
	<i>Desv. Est.</i>	0.30291	0.25627	0.22700	0.25065	0.27805	0.34262
400	<i>Prom</i>	-0.38546	-0.32169	-0.27844	0.28709	0.30285	0.39467
	<i>Desv. Est.</i>	0.00302	0.00131	0.00103	0.00219	0.00689	0.00865
500	<i>Prom</i>	-0.47287	-0.39563	-0.34580	0.35803	0.38108	0.49050
	<i>Desv. Est.</i>	0.00049	0.00255	0.00039	0.00066	0.00065	0.00072
600	<i>Prom</i>	-0.56024	-0.46848	-0.41345	0.43328	0.46730	0.59327
	<i>Desv. Est.</i>	0.00064	0.00060	0.00059	0.00072	0.00050	0.00054
700	<i>Prom</i>	-0.65599	-0.54997	-0.48777	0.51832	0.56625	0.70642
	<i>Desv. Est.</i>	0.00054	0.00080	0.00061	0.00062	0.00060	0.00089
800	<i>Prom</i>	-0.72208	-0.60754	-0.54117	0.58002	0.63879	0.79120
	<i>Desv. Est.</i>	0.39973	0.33910	0.29987	0.33170	0.36759	0.45396
900	<i>Prom</i>	-0.79448	-0.67291	-0.60181	0.65244	0.72597	0.89339
	<i>Desv. Est.</i>	0.00288	0.00350	0.00339	0.00339	0.00240	0.00284
1000	<i>Prom</i>	-0.87478	-0.74508	-0.67107	0.73953	0.82545	1.00939
	<i>Desv. Est.</i>	0.00062	0.00064	0.00051	0.00070	0.00039	0.00054

Datos de la configuración 14



Carga	Dato	BDI 2084	BDI 2085	BDI 2086	BDI 2087	BDI 2088	BDI 2089
100	<i>Prom</i>	-0.10784	-0.08693	-0.08189	0.06842	0.07585	0.10150
	<i>Desv. Est.</i>	0.00131	0.00169	0.00138	0.00115	0.00189	0.00242
200	<i>Prom</i>	-0.20369	-0.16692	-0.14462	0.13758	0.14780	0.19847
	<i>Desv. Est.</i>	0.00087	0.00156	0.00115	0.00119	0.00245	0.00316
300	<i>Prom</i>	-0.29982	-0.24617	-0.20861	0.20637	0.22530	0.29965
	<i>Desv. Est.</i>	0.00075	0.00076	0.00048	0.00079	0.00062	0.00102
400	<i>Prom</i>	-0.38489	-0.31517	-0.27103	0.27105	0.30087	0.39408
	<i>Desv. Est.</i>	0.01592	0.02077	0.00813	0.01272	0.01103	0.01357
500	<i>Prom</i>	-0.47663	-0.39613	-0.33509	0.34286	0.38281	0.49503
	<i>Desv. Est.</i>	0.00057	0.00054	0.00046	0.00034	0.00057	0.00053
600	<i>Prom</i>	-0.56660	-0.47084	-0.40207	0.41760	0.47240	0.60129
	<i>Desv. Est.</i>	0.00077	0.00215	0.00069	0.00052	0.00200	0.00217
700	<i>Prom</i>	-0.64369	-0.53808	-0.45993	0.48419	0.55190	0.69205
	<i>Desv. Est.</i>	0.00208	0.00390	0.00131	0.00366	0.00101	0.00114
800	<i>Prom</i>	-0.72801	-0.60994	-0.52520	0.55913	0.64318	0.79877
	<i>Desv. Est.</i>	0.00110	0.00125	0.00047	0.00072	0.00056	0.00056
900	<i>Prom</i>	-0.80001	-0.67437	-0.58311	0.62943	0.72935	0.89930
	<i>Desv. Est.</i>	0.00230	0.00379	0.00390	0.00372	0.00805	0.00919
1000	<i>Prom</i>	-0.87160	-0.73902	-0.64272	0.70308	0.81932	1.00449
	<i>Desv. Est.</i>	0.00125	0.00164	0.00188	0.00160	0.00050	0.00042


Datos de la configuración 15




Carga	Dato	BDI 2084	BDI 2085	BDI 2086	BDI 2087	BDI 2088	BDI 2089
100	<i>Prom</i>	-0.10294	-0.09446	-0.07378	0.07238	0.07630	0.09594
	<i>Desv. Est.</i>	0.00072	0.00073	0.00046	0.00047	0.00062	0.00046
200	<i>Prom</i>	-0.19485	-0.18076	-0.14130	0.14562	0.15629	0.18954
	<i>Desv. Est.</i>	0.00391	0.00112	0.00092	0.00405	0.00179	0.00225
300	<i>Prom</i>	-0.51040	-0.47583	-0.40055	0.43744	0.50541	0.55497
	<i>Desv. Est.</i>	0.00069	0.00054	0.00039	0.00043	0.00075	0.00033
400	<i>Prom</i>	-0.38198	-0.35454	-0.28803	0.30241	0.33815	0.38771
	<i>Desv. Est.</i>	0.00090	0.00110	0.00078	0.00080	0.00273	0.00312
500	<i>Prom</i>	-0.47018	-0.43581	-0.36067	0.38204	0.43324	0.48677
	<i>Desv. Est.</i>	0.00102	0.00041	0.00494	0.00068	0.00360	0.00418
600	<i>Prom</i>	-0.56547	-0.52497	-0.43885	0.47289	0.54023	0.59782
	<i>Desv. Est.</i>	0.00083	0.00070	0.00071	0.00050	0.00052	0.00044
700	<i>Prom</i>	-0.64099	-0.59537	-0.50103	0.54587	0.62879	0.68651
	<i>Desv. Est.</i>	0.00071	0.00051	0.00054	0.00066	0.00066	0.00078
800	<i>Prom</i>	-0.71972	-0.66947	-0.56770	0.62682	0.72694	0.78488
	<i>Desv. Est.</i>	0.00280	0.00300	0.00294	0.00322	0.00490	0.00499
900	<i>Prom</i>	-0.79607	-0.74364	-0.63615	0.71378	0.82873	0.89321
	<i>Desv. Est.</i>	0.00108	0.00175	0.00143	0.00174	0.00064	0.00071
1000	<i>Prom</i>	-0.86464	-0.81041	-0.69679	0.79466	0.92378	0.99118
	<i>Desv. Est.</i>	0.00116	0.00143	0.00154	0.00650	0.00329	0.00320

## 7.5. ANEXO 5. PORCENTAJES DE ERROR POR CONFIGURACIÓN


Configuración 1 (mm)								
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-15,27%	-1,16%	-0,82%	4,73%	4,43%	13,35%	11,00%	2,32%
200 kN	-12,00%	-0,35%	-0,22%	4,30%	4,62%	11,79%	9,90%	2,58%
300 kN	-8,85%	-2,23%	1,30%	4,66%	4,61%	8,96%	7,75%	2,31%
400 kN	-5,84%	1,79%	2,72%	5,05%	4,70%	7,22%	6,39%	3,15%
500 kN	-4,22%	2,18%	3,25%	4,56%	3,63%	5,60%	4,55%	2,79%
600 kN	-2,63%	3,56%	4,34%	4,73%	3,24%	4,46%	3,75%	3,07%
700 kN	-1,13%	4,22%	4,85%	4,62%	2,90%	3,72%	3,25%	3,20%
800 kN	0,23%	5,29%	6,20%	4,84%	2,44%	1,90%	2,44%	3,34%
900 kN	1,74%	6,56%	7,15%	5,28%	2,20%	0,82%	1,70%	3,63%
1000 kN	3,36%	8,09%	8,24%	5,75%	2,11%	-0,02%	1,43%	4,14%
	-4,46%	2,80%	3,70%	4,85%	3,49%	5,78%	5,22%	



Configuración 2 (mm)								
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-8,88%	1,17%	2,43%	8,31%	10,92%	23,38%	22,39%	8,53%
200 kN	-5,78%	3,20%	3,32%	6,51%	7,07%	15,83%	14,61%	6,39%
300 kN	-4,00%	3,52%	3,74%	5,80%	6,01%	10,26%	10,67%	5,14%
400 kN	-1,80%	5,03%	4,61%	5,62%	5,12%	8,31%	7,96%	4,98%
500 kN	-0,06%	5,57%	5,60%	5,60%	4,44%	6,63%	6,12%	4,84%
600 kN	1,62%	6,84%	6,56%	5,46%	3,43%	4,46%	4,55%	4,70%
700 kN	2,98%	7,88%	7,45%	5,49%	2,93%	3,46%	3,36%	4,79%
800 kN	4,41%	8,86%	8,43%	5,70%	2,55%	2,09%	2,53%	4,94%
900 kN	6,15%	10,50%	9,55%	6,12%	2,21%	0,82%	1,69%	5,29%
1000 kN	7,91%	12,24%	10,76%	6,65%	1,95%	-0,31%	1,01%	5,75%
	0,26%	6,48%	6,25%	6,13%	4,66%	7,49%	7,49%	

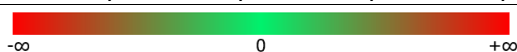


Configuración 3 (mm)								
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-4,67%	4,58%	8,75%	16,09%	18,35%	22,30%	14,01%	11,35%
200 kN	-3,61%	5,83%	7,00%	10,68%	10,56%	13,15%	9,40%	7,57%
300 kN	-1,99%	3,73%	6,46%	8,92%	7,54%	10,18%	7,53%	6,05%
400 kN	-0,28%	6,04%	7,02%	8,09%	6,64%	6,56%	5,21%	5,61%
500 kN	0,93%	6,98%	7,53%	7,64%	5,87%	5,22%	3,70%	5,41%
600 kN	2,97%	8,19%	8,34%	7,57%	5,43%	4,60%	2,62%	5,68%
700 kN	4,28%	8,70%	9,06%	7,69%	5,17%	3,66%	1,63%	5,74%
800 kN	5,67%	10,29%	10,80%	8,53%	6,04%	3,27%	0,71%	6,47%
900 kN	7,56%	11,30%	10,83%	7,92%	4,35%	1,53%	0,27%	6,25%
1000 kN	8,92%	12,31%	11,61%	8,23%	3,93%	0,32%	-0,65%	6,38%
	1,98%	7,80%	8,74%	9,14%	7,39%	7,08%	4,44%	



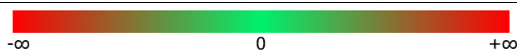
## Configuración 4 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-3,45%	1,65%	0,37%	1,66%	-1,32%	9,41%	8,70%	2,43%
200 kN	-2,20%	2,15%	1,93%	2,69%	0,60%	6,29%	8,75%	2,89%
300 kN	-0,92%	2,53%	3,35%	3,48%	1,38%	6,24%	6,95%	3,29%
400 kN	1,61%	5,55%	4,69%	3,77%	1,67%	4,27%	6,06%	3,95%
500 kN	3,33%	7,31%	5,83%	3,94%	1,35%	2,71%	3,80%	4,04%
600 kN	4,57%	8,08%	6,70%	3,90%	1,15%	2,59%	3,07%	4,29%
700 kN	5,93%	9,20%	7,60%	4,02%	0,79%	1,13%	2,43%	4,44%
800 kN	7,53%	10,54%	8,54%	4,29%	0,43%	0,14%	1,61%	4,72%
900 kN	9,17%	12,01%	9,67%	4,85%	-0,52%	-0,37%	1,21%	5,15%
1000 kN	10,80%	13,28%	10,65%	5,16%	0,13%	-1,43%	0,59%	5,60%
	3,64%	7,23%	5,94%	3,78%	0,57%	3,10%	4,32%	



## Configuración 5 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-9,69%	-13,38%	-7,94%	-11,54%	-12,98%	-16,44%	-22,71%	-13,53%
200 kN	-6,36%	-7,73%	-6,13%	-5,70%	-5,53%	-7,19%	-9,75%	-6,91%
300 kN	-1,37%	-5,88%	-3,54%	-1,45%	4,81%	7,72%	2,91%	0,46%
400 kN	2,34%	-1,28%	-1,00%	2,71%	10,23%	15,15%	11,54%	5,67%
500 kN	4,49%	0,76%	0,29%	4,40%	14,00%	20,12%	16,65%	8,67%
600 kN	7,04%	2,62%	2,38%	7,42%	18,87%	27,07%	23,56%	12,71%
700 kN	9,01%	4,75%	3,90%	9,88%	22,66%	32,82%	29,25%	16,04%
800 kN	11,03%	5,99%	5,50%	12,34%	26,72%	38,55%	34,88%	19,29%
900 kN	13,28%	8,38%	7,47%	14,87%	30,65%	44,27%	40,35%	22,75%
1000 kN	15,24%	9,98%	9,01%	16,95%	33,51%	48,30%	44,31%	25,33%
	4,50%	0,42%	1,00%	4,99%	14,30%	21,04%	17,10%	



## Configuración 6 (mm)

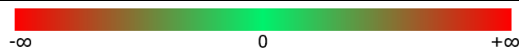
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-4,56%	5,91%	4,95%	4,53%	-0,17%	10,55%	3,65%	3,55%
200 kN	36,01%	40,57%	25,00%	11,49%	1,46%	5,49%	3,61%	17,66%
300 kN	4,80%	10,04%	9,05%	5,63%	0,62%	3,81%	6,64%	5,80%
400 kN	6,75%	13,64%	9,90%	5,73%	0,67%	1,12%	-0,36%	5,35%
500 kN	5,72%	11,14%	9,32%	5,19%	0,30%	0,45%	-2,02%	4,30%
600 kN	6,81%	12,35%	10,09%	4,99%	0,00%	-0,64%	-3,00%	4,37%
700 kN	8,83%	13,79%	11,01%	5,17%	-0,49%	-1,66%	-3,79%	4,69%
800 kN	10,57%	14,66%	11,90%	5,43%	-0,72%	-2,91%	-4,77%	4,88%
900 kN	12,54%	16,25%	13,01%	5,76%	-1,04%	-4,11%	-5,06%	5,33%
1000 kN	14,50%	17,87%	14,15%	6,22%	-1,21%	-4,79%	-5,28%	5,92%
	10,20%	15,62%	11,84%	6,01%	-0,06%	0,73%	-1,04%	





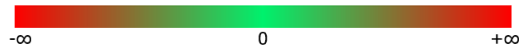
## Configuración 7 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-0,89%	5,38%	0,19%	0,08%	-2,55%	6,06%	4,54%	1,83%
200 kN	2,60%	3,93%	-0,98%	-1,39%	-2,55%	3,49%	2,04%	1,02%
300 kN	-13,37%	4,06%	2,91%	1,80%	0,03%	3,35%	-15,83%	-2,43%
400 kN	5,24%	6,72%	1,61%	0,53%	-0,44%	1,75%	-0,47%	2,13%
500 kN	6,83%	4,87%	-0,25%	-1,54%	-1,13%	1,96%	-0,95%	1,40%
600 kN	6,96%	8,70%	6,63%	5,18%	3,73%	3,00%	-1,88%	4,62%
700 kN	8,38%	9,78%	7,36%	5,58%	3,83%	2,91%	-2,81%	5,00%
800 kN	9,83%	10,15%	7,82%	5,34%	3,28%	1,32%	-3,23%	4,93%
900 kN	11,39%	11,42%	8,50%	5,30%	2,75%	0,44%	-3,81%	5,14%
1000 kN	13,04%	12,47%	9,31%	5,67%	2,58%	-0,35%	-4,05%	5,52%
	5,00%	7,75%	4,31%	2,65%	0,95%	2,39%	-2,65%	



## Configuración 8 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-6,21%	6,63%	2,54%	4,52%	1,98%	10,26%	7,22%	3,85%
200 kN	0,77%	6,11%	4,33%	4,78%	2,14%	6,39%	4,55%	4,15%
300 kN	1,62%	6,20%	5,42%	4,88%	2,32%	5,69%	3,69%	4,26%
400 kN	3,02%	9,11%	6,41%	4,87%	2,10%	2,37%	2,05%	4,28%
500 kN	5,15%	9,74%	7,50%	4,90%	1,76%	2,07%	0,58%	4,53%
600 kN	6,41%	10,14%	9,19%	4,66%	1,22%	0,71%	-0,57%	4,54%
700 kN	7,65%	11,66%	9,10%	4,76%	0,65%	-0,01%	-1,92%	4,56%
800 kN	9,41%	12,46%	10,09%	4,93%	0,30%	-1,37%	-2,43%	4,77%
900 kN	10,88%	13,66%	10,97%	5,18%	-0,03%	-2,34%	-3,33%	5,00%
1000 kN	12,86%	15,54%	12,17%	5,34%	-0,38%	-3,58%	-3,54%	5,49%
	5,16%	10,13%	7,77%	4,88%	1,21%	2,02%	0,63%	



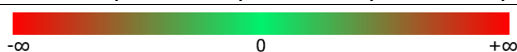
## Configuración 9 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-4,95%	8,64%	10,26%	17,09%	14,65%	16,55%	6,88%	9,88%
200 kN	-0,72%	7,68%	8,48%	10,47%	8,67%	9,46%	4,81%	6,98%
300 kN	0,61%	5,76%	6,79%	7,07%	5,58%	7,59%	3,73%	5,31%
400 kN	3,14%	8,79%	7,16%	6,54%	5,02%	4,95%	2,11%	5,39%
500 kN	4,03%	8,59%	7,61%	6,40%	4,60%	4,51%	0,73%	5,21%
600 kN	6,12%	9,56%	8,45%	6,58%	4,65%	3,50%	-0,58%	5,47%
700 kN	7,51%	10,71%	9,26%	6,99%	4,71%	3,33%	-1,10%	5,91%
800 kN	8,84%	11,00%	9,69%	6,74%	4,05%	1,72%	-2,28%	5,68%
900 kN	10,65%	12,38%	10,39%	6,74%	3,50%	0,58%	-3,07%	5,88%
1000 kN	12,55%	13,89%	11,38%	7,14%	3,31%	-0,40%	-3,35%	6,36%
	4,78%	9,70%	8,95%	8,18%	5,87%	5,18%	0,79%	



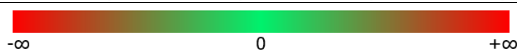
## Configuración 10 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-9,79%	9,59%	15,56%	15,56%	8,38%	7,07%	-1,48%	6,41%
200 kN	-5,01%	6,84%	10,46%	9,15%	4,04%	2,98%	1,93%	4,34%
300 kN	-1,84%	5,99%	8,98%	7,38%	3,43%	3,29%	1,57%	4,11%
400 kN	0,15%	8,78%	8,12%	6,10%	2,55%	1,09%	0,58%	3,91%
500 kN	2,56%	9,10%	8,96%	6,52%	3,24%	1,81%	-0,57%	4,52%
600 kN	4,28%	9,50%	9,70%	6,92%	3,60%	1,54%	-1,52%	4,86%
700 kN	5,68%	10,53%	10,18%	7,14%	3,65%	1,03%	9,80%	6,86%
800 kN	7,24%	10,99%	10,95%	7,34%	3,53%	0,30%	1,53%	5,98%
900 kN	9,15%	12,37%	11,63%	7,35%	3,02%	-0,79%	-3,47%	5,61%
1000 kN	10,83%	13,86%	12,57%	7,88%	3,07%	-0,65%	-3,88%	6,24%
	2,32%	9,75%	10,71%	8,13%	3,85%	1,77%	0,45%	



## Configuración 11 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-22,91%	-14,21%	0,92%	2,72%	9,59%	17,16%	23,60%	2,41%
200 kN	-18,91%	-9,60%	2,31%	3,95%	8,99%	12,21%	18,47%	2,49%
300 kN	-13,49%	-7,43%	3,28%	3,77%	8,00%	12,05%	14,74%	2,99%
400 kN	-9,65%	-3,92%	4,08%	4,29%	7,05%	9,20%	11,46%	3,21%
500 kN	-6,82%	-0,70%	4,84%	3,87%	6,18%	6,85%	9,37%	3,37%
600 kN	-3,37%	1,83%	5,99%	4,42%	5,45%	5,01%	6,53%	3,69%
700 kN	-4,14%	1,69%	6,32%	4,87%	4,86%	3,59%	4,19%	3,05%
800 kN	1,93%	5,47%	7,36%	4,32%	3,27%	1,34%	1,98%	3,67%
900 kN	3,03%	6,73%	8,97%	5,78%	3,81%	0,77%	1,05%	4,30%
1000 kN	4,72%	8,03%	9,88%	6,37%	3,78%	4,84%	1,42%	5,58%
	-6,96%	-1,21%	5,39%	4,44%	6,10%	7,30%	9,28%	



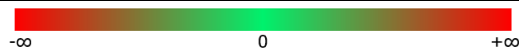
## Configuración 12 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-7,82%	-5,50%	-0,97%	1,20%	7,61%	12,49%	14,69%	3,10%
200 kN	-8,29%	4,76%	0,94%	3,46%	7,38%	1,29%	12,80%	3,19%
300 kN	-5,48%	-4,15%	2,37%	3,57%	6,98%	10,43%	10,46%	3,46%
400 kN	-0,44%	1,77%	1,56%	-0,21%	1,75%	4,48%	6,53%	2,20%
500 kN	-1,80%	1,64%	4,38%	4,14%	5,60%	6,00%	6,60%	3,79%
600 kN	0,60%	3,93%	5,77%	3,82%	4,74%	4,00%	4,37%	3,89%
700 kN	1,97%	5,41%	6,43%	4,66%	4,26%	3,32%	3,00%	4,15%
800 kN	3,98%	6,64%	7,37%	4,67%	3,13%	1,33%	1,23%	4,05%
900 kN	5,33%	7,97%	8,58%	5,57%	3,43%	0,65%	0,52%	4,58%
1000 kN	7,75%	10,03%	9,77%	6,08%	3,22%	0,10%	0,50%	5,35%
	-0,42%	3,25%	4,62%	3,69%	4,81%	4,41%	6,07%	



Configuración 13 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-0,11%	-6,21%	-0,74%	-0,03%	5,07%	13,49%	7,09%	2,65%
200 kN	-5,95%	-3,86%	0,50%	2,66%	7,56%	11,56%	14,29%	3,82%
300 kN	-4,13%	-3,70%	2,06%	3,66%	7,66%	14,02%	12,92%	4,64%
400 kN	-3,86%	-0,70%	2,66%	3,61%	6,49%	9,33%	9,20%	3,82%
500 kN	-1,18%	0,78%	3,80%	4,03%	6,42%	8,24%	8,17%	4,32%
600 kN	1,17%	3,80%	5,02%	3,75%	5,94%	6,41%	7,63%	4,82%
700 kN	2,98%	5,31%	6,13%	4,72%	4,70%	4,57%	5,61%	4,86%
800 kN	4,41%	6,16%	6,97%	4,76%	4,23%	3,96%	4,84%	5,05%
900 kN	6,05%	7,85%	8,19%	5,27%	3,85%	2,50%	3,13%	5,26%
1000 kN	8,15%	9,62%	9,16%	5,64%	3,30%	1,49%	2,46%	5,69%
	0,75%	1,90%	4,38%	3,81%	5,52%	7,56%	7,53%	



Configuración 14 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	0,50%	3,03%	2,90%	1,62%	7,29%	7,09%	1,62%	3,44%
200 kN	4,63%	-0,52%	2,29%	1,64%	8,46%	9,09%	12,08%	5,38%
300 kN	-2,26%	-1,50%	3,16%	4,50%	8,43%	9,38%	6,47%	4,03%
400 kN	2,17%	5,27%	6,45%	5,75%	8,55%	9,63%	6,98%	6,40%
500 kN	1,10%	3,38%	4,67%	3,86%	6,57%	7,32%	6,31%	4,74%
600 kN	2,31%	5,15%	5,81%	4,35%	5,66%	5,62%	4,41%	4,76%
700 kN	3,42%	6,09%	6,33%	4,48%	5,05%	4,78%	4,00%	4,88%
800 kN	5,05%	7,06%	7,37%	4,81%	4,57%	3,62%	3,17%	5,09%
900 kN	5,95%	8,78%	8,57%	5,35%	4,31%	2,68%	1,77%	5,35%
1000 kN	7,91%	9,86%	9,31%	5,62%	3,68%	1,72%	2,04%	5,74%
	3,08%	4,66%	5,68%	4,20%	6,26%	6,09%	4,89%	



Configuración 15 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-10,95%	-3,09%	3,88%	5,65%	8,30%	15,75%	11,18%	4,39%
200 kN	-3,57%	0,75%	5,54%	4,63%	7,52%	8,04%	11,05%	4,85%
300 kN	-5,45%	1,55%	5,78%	4,60%	6,00%	6,72%	4,81%	3,43%
400 kN	0,39%	4,64%	6,23%	4,81%	5,19%	4,40%	6,14%	4,54%
500 kN	3,32%	4,73%	6,52%	4,53%	4,31%	3,19%	5,55%	4,59%
600 kN	2,19%	6,98%	7,26%	4,77%	3,75%	1,88%	1,46%	4,04%
700 kN	5,25%	7,81%	7,89%	4,86%	3,35%	1,25%	2,63%	4,72%
800 kN	6,76%	8,94%	8,75%	5,26%	3,14%	0,35%	1,70%	4,99%
900 kN	8,31%	10,39%	9,60%	5,41%	2,60%	-0,54%	0,38%	5,16%
1000 kN	10,09%	11,68%	10,48%	5,85%	2,40%	-1,13%	0,05%	5,63%
	1,64%	5,44%	7,19%	5,04%	4,65%	3,99%	4,49%	



## 7.6. ANEXO 6. PORCENTAJES DE ERROR POR CONFIGURACIÓN NORMALIZADOS

Configuración 1 (mm)								
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-19,10%	-4,52%	-4,17%	1,57%	1,26%	10,47%	8,04%	7,02%
200 kN	-15,80%	-3,76%	-3,63%	1,05%	1,38%	8,80%	6,84%	5,89%
300 kN	-12,44%	-5,60%	-1,95%	1,52%	1,47%	5,96%	4,71%	4,81%
400 kN	-10,23%	-2,28%	-1,31%	1,12%	0,75%	3,38%	2,52%	3,08%
500 kN	-8,12%	-1,47%	-0,37%	1,00%	0,03%	2,07%	0,99%	2,01%
600 kN	-6,75%	-0,31%	0,50%	0,91%	-0,64%	0,62%	-0,11%	1,41%
700 kN	-5,23%	0,34%	1,00%	0,76%	-1,03%	-0,18%	-0,67%	1,31%
800 kN	-3,99%	1,29%	2,23%	0,82%	-1,69%	-2,25%	-1,69%	1,99%
900 kN	-2,75%	2,29%	2,91%	0,95%	-2,26%	-3,71%	-2,79%	2,52%
1000 kN	-1,54%	3,43%	3,58%	0,97%	-2,85%	-5,09%	-3,56%	3,01%
	8,59%	2,53%	2,17%	1,07%	1,34%	4,25%	3,19%	

-∞ 0 +∞

Configuración 2 (mm)								
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-18,67%	-7,71%	-6,34%	0,07%	2,91%	16,49%	15,42%	9,66%
200 kN	-13,14%	-3,52%	-3,40%	0,01%	0,61%	9,98%	8,68%	5,62%
300 kN	-10,01%	-2,06%	-1,83%	0,35%	0,58%	5,07%	5,51%	3,63%
400 kN	-7,58%	-0,37%	-0,81%	0,25%	-0,27%	3,10%	2,73%	2,16%
500 kN	-5,66%	0,28%	0,31%	0,32%	-0,91%	1,40%	0,87%	1,39%
600 kN	-3,71%	1,79%	1,49%	0,33%	-1,80%	-0,72%	-0,62%	1,50%
700 kN	-2,38%	2,80%	2,34%	0,27%	-2,42%	-1,87%	-1,97%	2,01%
800 kN	-1,01%	3,69%	3,24%	0,35%	-2,98%	-3,46%	-3,00%	2,53%
900 kN	0,48%	5,09%	4,08%	0,45%	-3,70%	-5,18%	-4,26%	3,32%
1000 kN	1,90%	6,50%	4,94%	0,56%	-4,45%	-6,85%	-5,45%	4,38%
	6,45%	3,38%	2,88%	0,30%	2,06%	5,41%	4,85%	

-∞ 0 +∞

Configuración 3 (mm)								
Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-20,85%	-10,17%	-5,36%	3,12%	5,73%	10,29%	0,72%	8,03%
200 kN	-13,83%	-3,47%	-2,18%	1,87%	1,73%	4,58%	0,45%	4,02%
300 kN	-9,88%	-3,72%	-0,77%	1,88%	0,39%	3,23%	0,38%	2,89%
400 kN	-7,49%	-0,72%	0,33%	1,48%	-0,07%	-0,16%	-1,61%	1,69%
500 kN	-5,93%	0,54%	1,12%	1,24%	-0,65%	-1,35%	-2,98%	1,97%
600 kN	-3,93%	1,66%	1,82%	1,00%	-1,30%	-2,18%	-4,31%	2,31%
700 kN	-2,61%	2,13%	2,52%	1,05%	-1,65%	-3,27%	-5,45%	2,67%
800 kN	-2,13%	2,87%	3,42%	0,97%	-1,73%	-4,73%	-7,50%	3,34%
900 kN	0,53%	4,55%	4,05%	0,93%	-2,92%	-5,96%	-7,32%	3,75%
1000 kN	1,87%	5,52%	4,77%	1,12%	-3,51%	-7,40%	-8,45%	4,66%
	6,90%	3,54%	2,64%	1,46%	1,97%	4,32%	3,92%	

-∞ 0 +∞

## Configuración 4 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-5,34%	-0,16%	-1,45%	-0,14%	-3,18%	7,75%	7,03%	3,58%
200 kN	-4,82%	-0,37%	-0,58%	0,20%	-1,95%	3,88%	6,41%	2,60%
300 kN	-4,26%	-0,69%	0,15%	0,29%	-1,88%	3,14%	3,87%	2,04%
400 kN	-2,29%	1,81%	0,92%	-0,04%	-2,22%	0,48%	2,34%	1,44%
500 kN	-0,72%	3,43%	1,89%	-0,09%	-2,78%	-1,37%	-0,24%	1,50%
600 kN	0,34%	4,01%	2,57%	-0,36%	-3,22%	-1,72%	-1,22%	1,92%
700 kN	1,65%	5,07%	3,40%	-0,34%	-3,72%	-3,36%	-2,01%	2,79%
800 kN	3,09%	6,24%	4,15%	-0,31%	-4,36%	-4,66%	-3,12%	3,70%
900 kN	4,47%	7,46%	5,00%	-0,07%	-5,72%	-5,56%	-3,90%	4,60%
1000 kN	5,75%	8,36%	5,59%	-0,21%	-5,53%	-7,17%	-5,04%	5,38%
	3,27%	3,76%	2,57%	0,20%	3,46%	3,91%	3,52%	



## Configuración 5 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	2,31%	-0,97%	3,87%	0,66%	-0,62%	-3,70%	-9,29%	3,06%
200 kN	0,00%	-1,29%	0,21%	0,61%	0,78%	-0,79%	-3,19%	0,98%
300 kN	-1,51%	-6,03%	-3,68%	-1,59%	4,68%	7,59%	2,78%	3,98%
400 kN	-2,47%	-6,26%	-5,98%	-2,08%	5,81%	10,97%	7,18%	5,82%
500 kN	-2,94%	-6,97%	-7,47%	-3,04%	7,30%	13,91%	10,16%	7,40%
600 kN	-4,12%	-9,08%	-9,34%	-3,69%	9,13%	18,32%	14,39%	9,72%
700 kN	-5,24%	-10,18%	-11,16%	-4,24%	10,54%	22,29%	18,16%	11,69%
800 kN	-6,29%	-12,31%	-12,90%	-4,73%	12,46%	26,59%	22,21%	13,93%
900 kN	-7,35%	-13,42%	-14,55%	-5,39%	14,15%	31,01%	26,16%	16,00%
1000 kN	-7,85%	-14,54%	-15,77%	-5,67%	15,40%	34,21%	29,14%	17,51%
	4,01%	8,10%	8,49%	3,17%	8,09%	16,94%	14,26%	



## Configuración 6 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-9,24%	1,70%	0,70%	0,25%	-4,66%	6,54%	-0,67%	3,39%
200 kN	25,01%	30,36%	12,10%	-3,73%	-15,48%	-10,77%	-12,97%	15,77%
300 kN	-0,81%	4,74%	3,70%	0,07%	-5,23%	-1,86%	1,14%	2,51%
400 kN	1,11%	8,42%	4,45%	0,02%	-5,34%	-4,86%	-6,43%	4,37%
500 kN	0,90%	6,59%	4,68%	0,34%	-4,80%	-4,65%	-7,24%	4,17%
600 kN	2,01%	7,84%	5,46%	0,10%	-5,15%	-5,82%	-8,30%	4,96%
700 kN	3,94%	9,17%	6,24%	0,09%	-5,88%	-7,11%	-9,35%	5,97%
800 kN	5,64%	9,95%	7,04%	0,21%	-6,27%	-8,59%	-10,55%	6,89%
900 kN	7,42%	11,34%	7,91%	0,24%	-6,96%	-10,21%	-11,22%	7,90%
1000 kN	9,07%	12,64%	8,69%	0,26%	-7,64%	-11,45%	-11,98%	8,82%
	6,51%	10,27%	6,10%	0,53%	6,74%	7,18%	7,98%	



Configuración 7 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-2,01%	4,33%	-0,92%	-1,03%	-3,69%	5,02%	3,48%	2,92%
200 kN	2,64%	3,97%	-0,94%	-1,35%	-2,51%	3,53%	2,08%	2,43%
300 kN	-14,78%	2,86%	1,70%	0,57%	-1,21%	2,15%	-17,27%	5,79%
400 kN	3,70%	5,21%	0,01%	-1,08%	-2,07%	0,15%	-2,11%	2,05%
500 kN	6,52%	4,55%	-0,59%	-1,88%	-1,47%	1,63%	-1,30%	2,56%
600 kN	1,91%	3,75%	1,57%	0,04%	-1,49%	-2,26%	-7,41%	2,63%
700 kN	2,99%	4,48%	1,92%	0,03%	-1,83%	-2,79%	-8,86%	3,27%
800 kN	4,75%	5,08%	2,63%	0,00%	-2,17%	-4,24%	-9,05%	3,99%
900 kN	6,31%	6,34%	3,26%	-0,12%	-2,82%	-5,27%	-9,76%	4,84%
1000 kN	7,78%	7,18%	3,83%	-0,03%	-3,32%	-6,42%	-10,34%	5,56%
	5,34%	4,78%	1,74%	0,61%	2,26%	3,35%	7,17%	



Configuración 8 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-11,02%	2,40%	-1,88%	0,19%	-2,46%	6,20%	3,01%	3,88%
200 kN	-3,74%	1,84%	-0,02%	0,46%	-2,31%	2,13%	0,21%	1,53%
300 kN	-3,08%	1,72%	0,90%	0,34%	-2,35%	1,19%	-0,91%	1,50%
400 kN	-1,72%	4,67%	1,83%	0,22%	-2,68%	-2,40%	-2,74%	2,32%
500 kN	0,30%	5,12%	2,77%	0,03%	-3,26%	-2,94%	-4,51%	2,70%
600 kN	1,56%	5,48%	4,49%	-0,27%	-3,89%	-4,43%	-5,77%	3,70%
700 kN	2,94%	7,15%	4,46%	-0,10%	-4,42%	-5,11%	-7,12%	4,47%
800 kN	4,67%	7,88%	5,38%	-0,04%	-4,92%	-6,68%	-7,79%	5,34%
900 kN	6,02%	8,95%	6,12%	0,01%	-5,49%	-7,92%	-8,97%	6,21%
1000 kN	7,80%	10,64%	7,07%	-0,16%	-6,21%	-9,60%	-9,55%	7,29%
	4,29%	5,59%	3,49%	0,18%	3,80%	4,86%	5,06%	



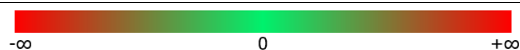
Configuración 9 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-20,37%	-4,78%	-2,93%	4,91%	2,12%	4,29%	-6,80%	6,60%
200 kN	-10,19%	-1,00%	-0,13%	2,06%	0,08%	0,94%	-4,14%	2,65%
300 kN	-6,02%	-0,53%	0,56%	0,87%	-0,73%	1,42%	-2,70%	1,83%
400 kN	-3,22%	2,79%	1,06%	0,40%	-1,22%	-1,30%	-4,32%	2,04%
500 kN	-2,13%	2,72%	1,68%	0,39%	-1,52%	-1,62%	-5,64%	2,24%
600 kN	-0,16%	3,51%	2,33%	0,33%	-1,74%	-2,96%	-7,32%	2,62%
700 kN	0,87%	4,29%	2,74%	0,31%	-2,14%	-3,62%	-8,37%	3,19%
800 kN	2,60%	4,90%	3,51%	0,35%	-2,53%	-5,01%	-9,29%	4,03%
900 kN	4,45%	6,30%	4,18%	0,27%	-3,20%	-6,32%	-10,22%	4,99%
1000 kN	6,11%	7,56%	4,86%	0,31%	-3,80%	-7,79%	-10,96%	5,91%
	5,61%	3,84%	2,40%	1,02%	1,91%	3,53%	6,97%	



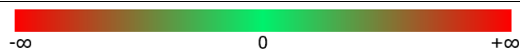
## Configuración 10 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-22,92%	-1,23%	5,46%	5,46%	-2,59%	-4,05%	-13,62%	7,90%
200 kN	-12,33%	0,34%	4,22%	2,81%	-2,65%	-3,79%	-4,91%	4,44%
300 kN	-7,95%	0,35%	3,52%	1,82%	-2,37%	-2,51%	-4,33%	3,26%
400 kN	-5,20%	3,89%	3,19%	1,07%	-2,67%	-4,21%	-4,74%	3,57%
500 kN	-3,30%	3,64%	3,48%	0,90%	-2,58%	-4,09%	-6,62%	3,52%
600 kN	-1,87%	3,69%	3,90%	0,94%	-2,59%	-4,78%	-8,04%	3,69%
700 kN	-1,12%	4,07%	3,70%	0,44%	-3,30%	-6,11%	3,29%	3,15%
800 kN	0,69%	4,71%	4,66%	0,81%	-3,27%	-6,73%	-5,42%	3,76%
900 kN	2,79%	6,24%	5,44%	0,86%	-3,77%	-7,85%	-10,71%	5,38%
1000 kN	4,00%	7,28%	5,88%	0,84%	-4,34%	-8,35%	-11,82%	6,07%
	6,22%	3,54%	4,35%	1,59%	3,01%	5,25%	7,35%	



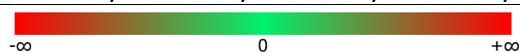
## Configuración 11 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-26,58%	-17,62%	-2,04%	-0,19%	6,88%	14,69%	21,31%	12,76%
200 kN	-23,16%	-13,51%	-1,17%	0,53%	5,75%	9,08%	15,56%	9,82%
300 kN	-18,07%	-11,76%	-0,61%	-0,11%	4,29%	8,51%	11,31%	7,81%
400 kN	-14,35%	-8,38%	-0,03%	0,19%	3,06%	5,31%	7,66%	5,57%
500 kN	-11,46%	-5,07%	0,71%	-0,30%	2,11%	2,81%	5,44%	3,99%
600 kN	-8,27%	-2,83%	1,53%	-0,11%	0,97%	0,50%	2,10%	2,33%
700 kN	-8,79%	-2,71%	2,13%	0,62%	0,60%	-0,72%	-0,10%	2,24%
800 kN	-2,53%	1,17%	3,14%	-0,03%	-1,14%	-3,15%	-2,48%	1,95%
900 kN	-2,36%	1,54%	3,91%	0,54%	-1,54%	-4,75%	-4,46%	2,73%
1000 kN	-1,71%	1,82%	3,81%	0,06%	-2,71%	-1,58%	-5,22%	2,41%
	11,73%	6,64%	1,91%	0,27%	2,91%	5,11%	7,56%	



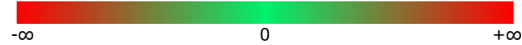
## Configuración 12 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-10,82%	-8,43%	-3,78%	-1,55%	5,04%	10,06%	12,32%	7,43%
200 kN	-12,32%	1,22%	-2,74%	-0,13%	3,93%	-2,38%	9,56%	4,61%
300 kN	-9,67%	-8,29%	-1,51%	-0,26%	3,28%	6,87%	6,90%	5,25%
400 kN	-2,10%	0,15%	-0,07%	-1,87%	0,12%	2,90%	4,98%	1,74%
500 kN	-6,36%	-2,77%	0,09%	-0,16%	1,36%	1,78%	2,42%	2,14%
600 kN	-3,96%	-0,48%	1,45%	-0,59%	0,37%	-0,40%	-0,02%	1,04%
700 kN	-2,90%	0,72%	1,78%	-0,08%	-0,49%	-1,48%	-1,81%	1,32%
800 kN	-0,64%	2,14%	2,91%	0,08%	-1,53%	-3,42%	-3,53%	2,04%
900 kN	0,10%	2,89%	3,52%	0,35%	-1,91%	-4,85%	-4,98%	2,65%
1000 kN	2,04%	4,46%	4,19%	0,26%	-2,77%	-6,09%	-5,66%	3,64%
	5,09%	3,15%	2,20%	0,53%	2,08%	4,02%	5,22%	



## Configuración 13 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-2,27%	-8,51%	-2,92%	-2,19%	3,01%	11,62%	5,08%	5,09%
200 kN	-9,79%	-7,63%	-3,10%	-0,87%	4,20%	8,36%	11,18%	6,45%
300 kN	-9,10%	-8,65%	-2,61%	-0,94%	3,25%	9,92%	8,77%	6,18%
400 kN	-8,28%	-4,99%	-1,48%	-0,50%	2,51%	5,47%	5,34%	4,08%
500 kN	-6,01%	-3,95%	-0,79%	-0,55%	1,96%	3,86%	3,79%	2,99%
600 kN	-3,90%	-1,13%	0,15%	-1,18%	1,12%	1,62%	2,90%	1,71%
700 kN	-2,18%	0,28%	1,14%	-0,34%	-0,37%	-0,50%	0,60%	0,77%
800 kN	-0,81%	1,03%	1,89%	-0,45%	-1,00%	-1,29%	-0,36%	0,98%
900 kN	0,58%	2,48%	2,84%	-0,25%	-1,76%	-3,18%	-2,52%	1,94%
1000 kN	2,48%	4,04%	3,55%	-0,19%	-2,67%	-4,59%	-3,56%	3,01%
	4,54%	4,27%	2,05%	0,75%	2,19%	5,04%	4,41%	



## Configuración 14 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-3,57%	-0,94%	-1,08%	-2,40%	3,50%	3,29%	-2,40%	2,45%
200 kN	0,30%	-5,08%	-2,15%	-2,83%	4,30%	4,96%	8,09%	3,96%
300 kN	-7,36%	-6,57%	-1,68%	-0,26%	3,86%	4,85%	1,79%	3,77%
400 kN	-5,02%	-1,69%	-0,42%	-1,17%	1,84%	2,99%	0,15%	1,90%
500 kN	-4,07%	-1,67%	-0,31%	-1,17%	1,69%	2,47%	1,42%	1,83%
600 kN	-2,98%	0,01%	0,71%	-0,83%	0,55%	0,51%	-0,76%	0,91%
700 kN	-1,87%	0,95%	1,21%	-0,74%	-0,15%	-0,43%	-1,25%	0,94%
800 kN	-0,36%	1,76%	2,09%	-0,61%	-0,86%	-1,87%	-2,34%	1,41%
900 kN	0,16%	3,16%	2,94%	-0,48%	-1,58%	-3,31%	-4,28%	2,27%
1000 kN	2,06%	4,14%	3,55%	-0,37%	-2,43%	-4,51%	-4,18%	3,04%
	2,77%	2,60%	1,61%	1,09%	2,08%	2,92%	2,67%	



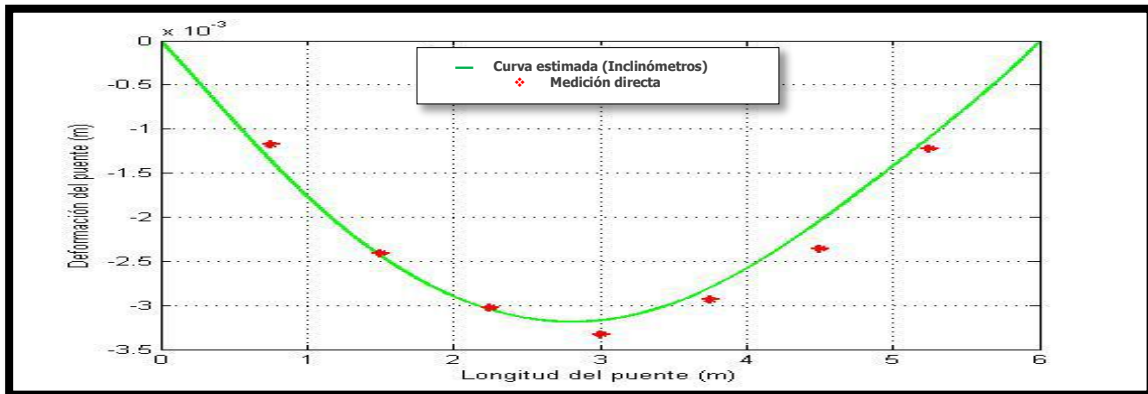
## Configuración 15 (mm)

Carga	Pos 1	Pos 2	Pos 3	Pos 4	Pos 5	Pos 6	Pos 7	
100 kN	-17,59%	-9,26%	-1,88%	0,00%	2,81%	10,71%	5,86%	6,87%
200 kN	-9,37%	-4,82%	0,24%	-0,71%	2,33%	2,88%	6,06%	3,77%
300 kN	-10,66%	-3,32%	1,12%	-0,12%	1,35%	2,11%	0,10%	2,68%
400 kN	-4,88%	-0,40%	1,27%	-0,22%	0,18%	-0,65%	1,18%	1,25%
500 kN	-1,52%	-0,04%	1,84%	-0,25%	-0,48%	-1,65%	0,82%	0,94%
600 kN	-2,73%	2,30%	2,59%	-0,02%	-1,10%	-3,06%	-3,50%	2,19%
700 kN	0,24%	2,93%	3,02%	-0,17%	-1,76%	-3,97%	-2,52%	2,09%
800 kN	1,55%	3,85%	3,65%	-0,03%	-2,27%	-5,22%	-3,79%	2,91%
900 kN	3,02%	5,23%	4,38%	-0,04%	-3,02%	-6,34%	-5,37%	3,91%
1000 kN	4,53%	6,22%	4,95%	0,03%	-3,63%	-7,38%	-6,13%	4,70%
	5,61%	3,84%	2,49%	0,16%	1,89%	4,40%	3,53%	

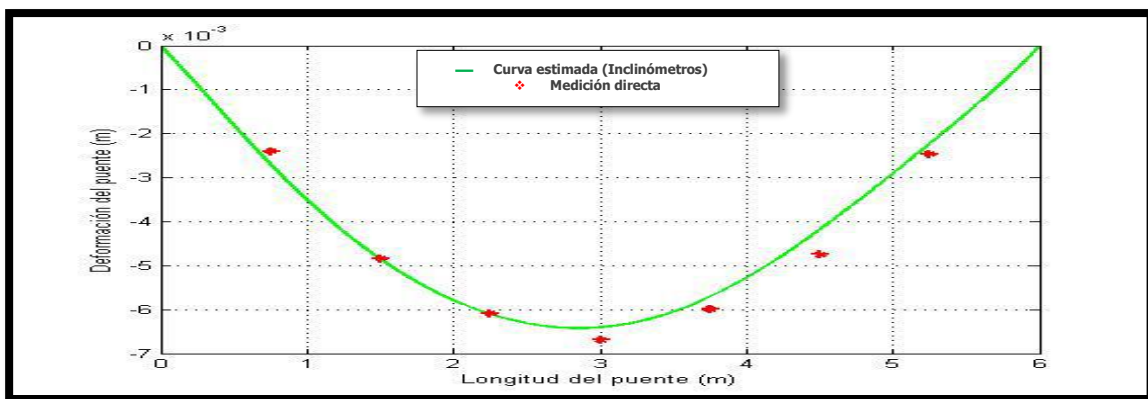




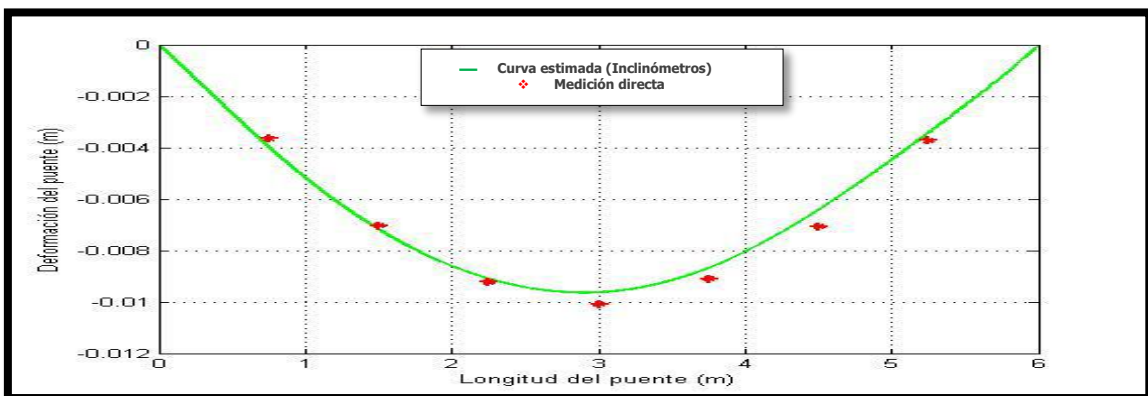
## 7.7. ANEXO 7. CURVAS DE DEFORMACIÓN



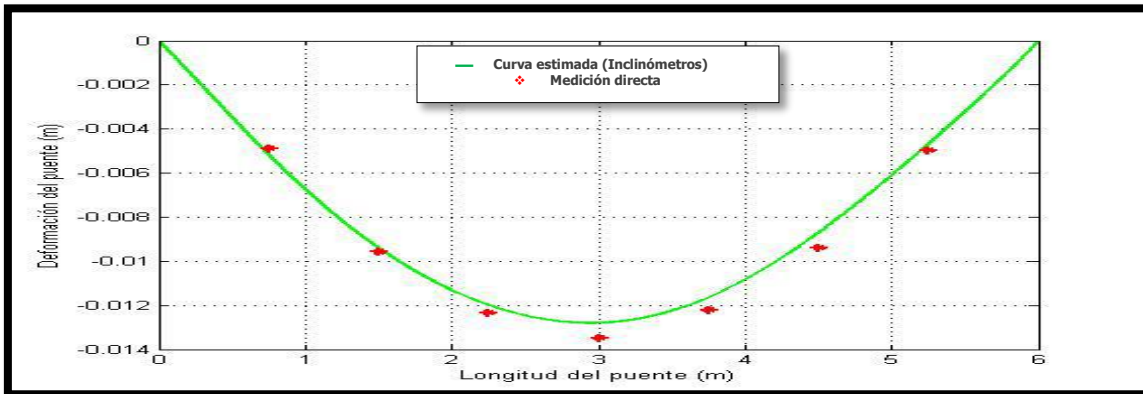
Curva de deformación configuración 1 carga 100 N



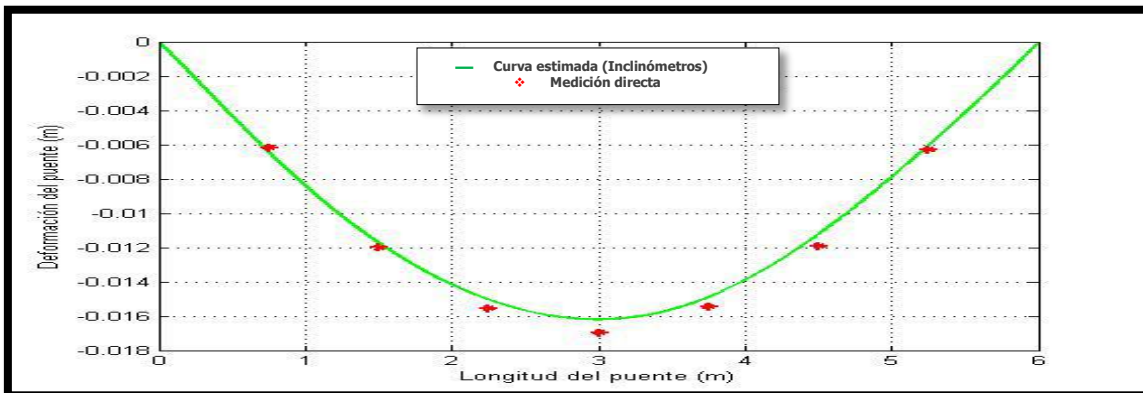
Curva de deformación configuración 1 carga 200 N



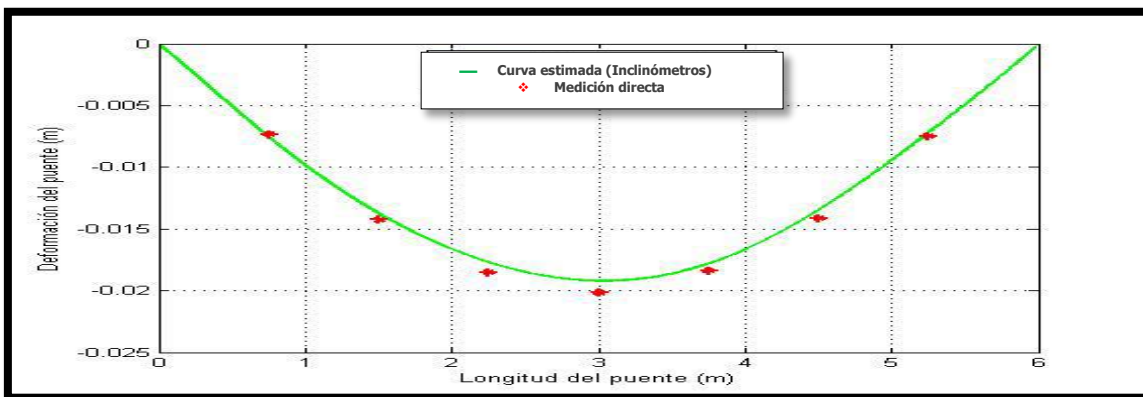
Curva de deformación configuración 1 carga 300 N



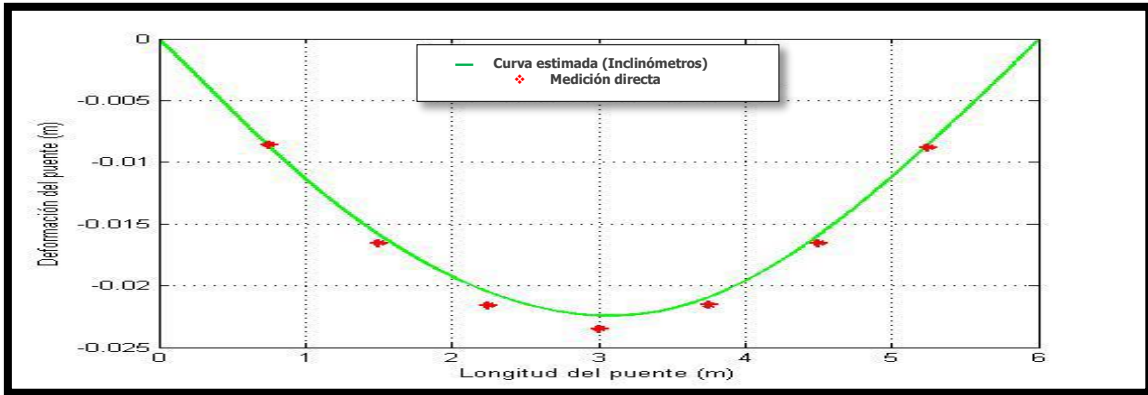
Curva de deformación configuración 1 carga 400 N



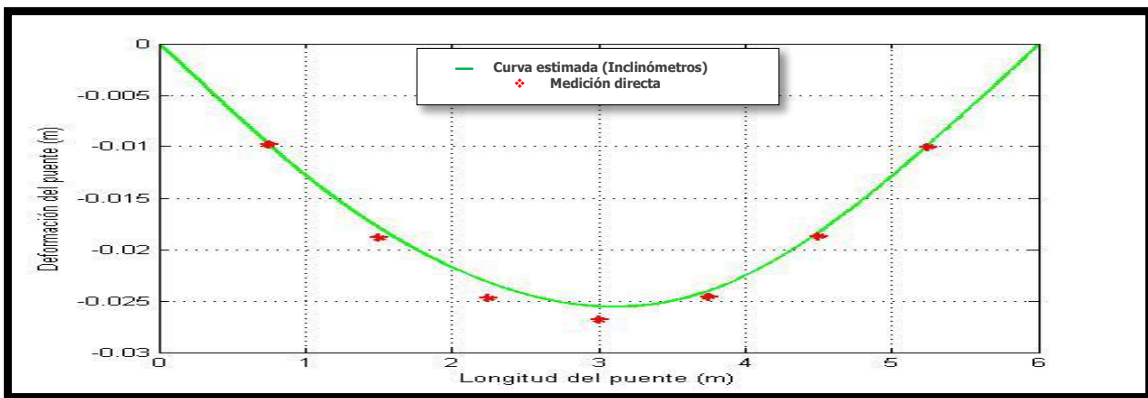
Curva de deformación configuración 1 carga 500 N



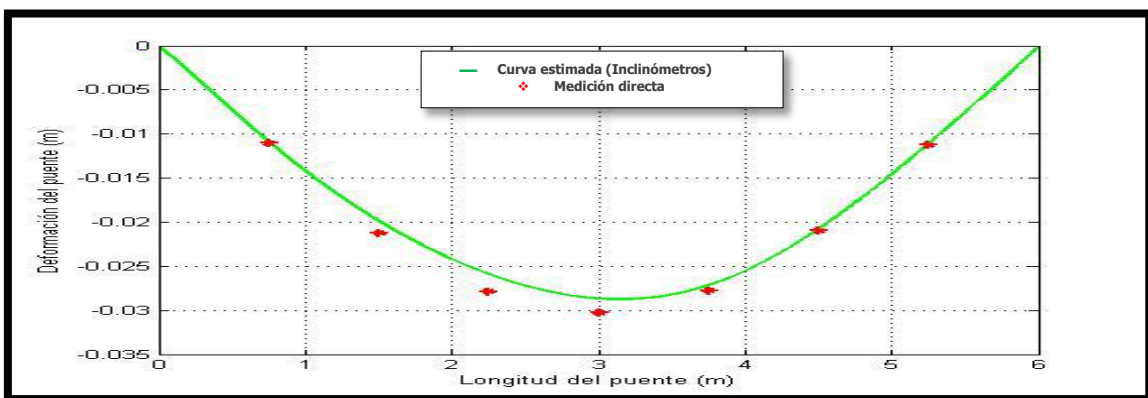
Curva de deformación configuración 1 carga 600 N



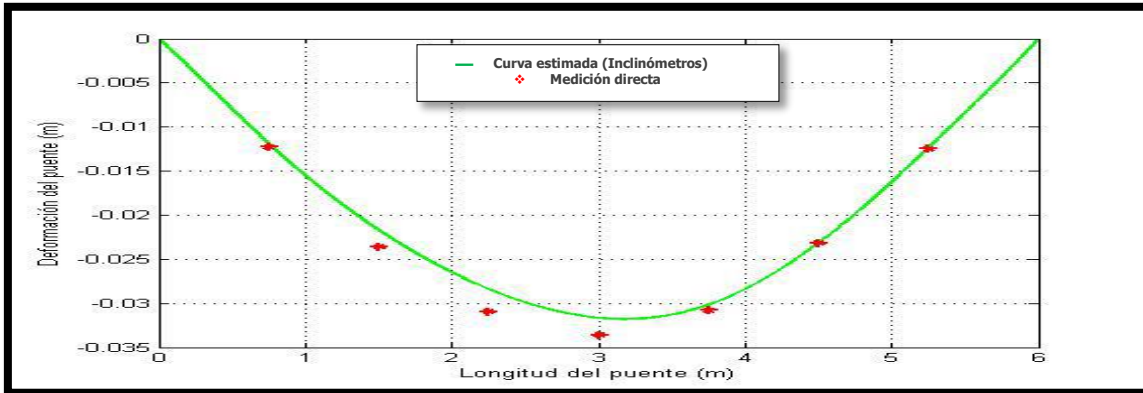
Curva de deformación configuración 1 carga 700 N



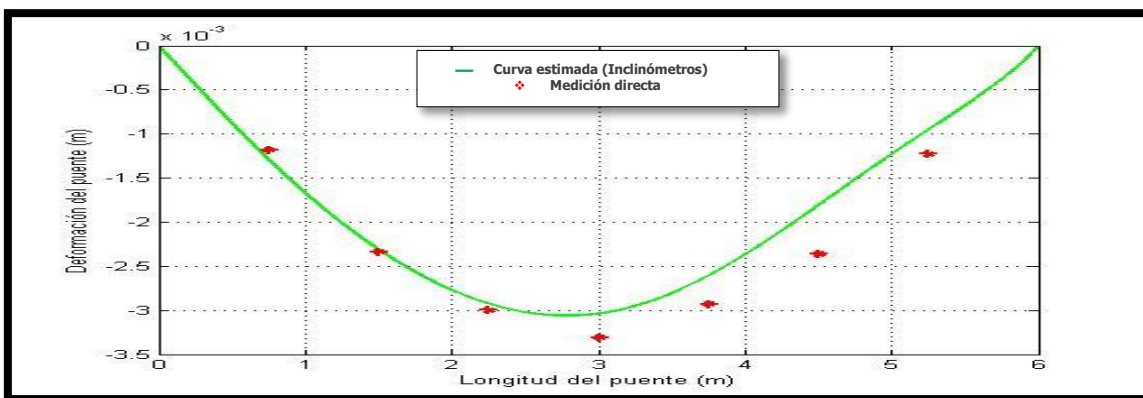
Curva de deformación configuración 1 carga 800 N



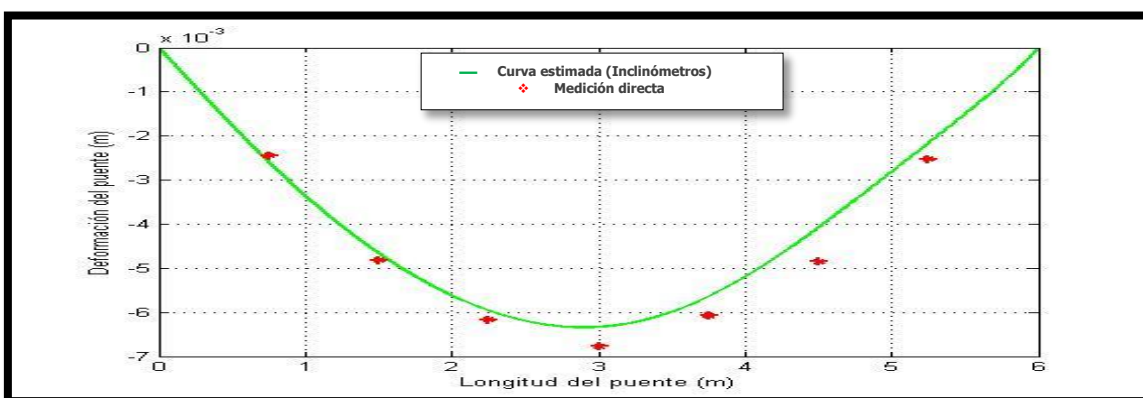
Curva de deformación configuración 1 carga 900 N



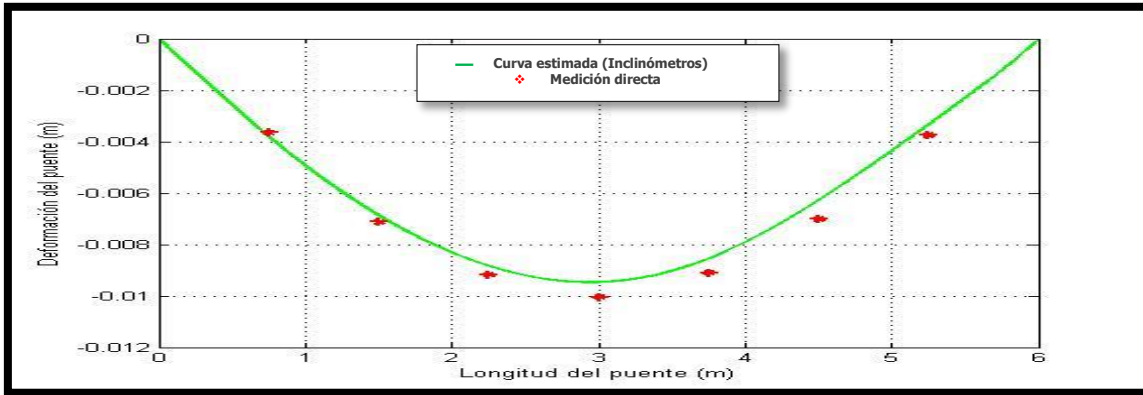
Curva de deformación configuración 1 carga 1000 N



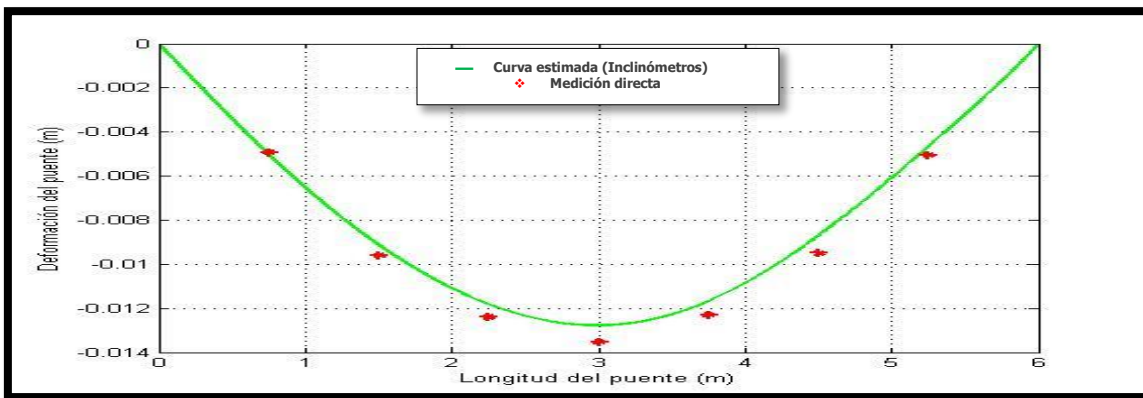
Curva de deformación configuración 2 carga 100 N



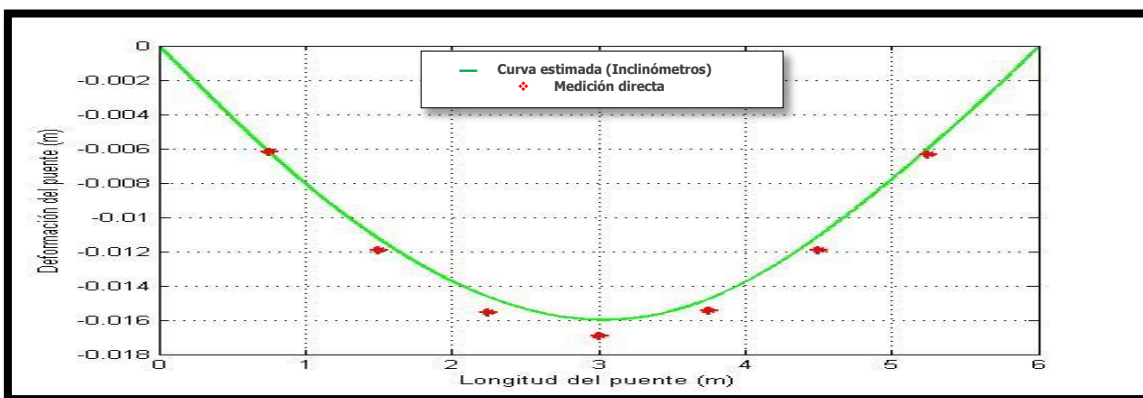
Curva de deformación configuración 2 carga 200 N



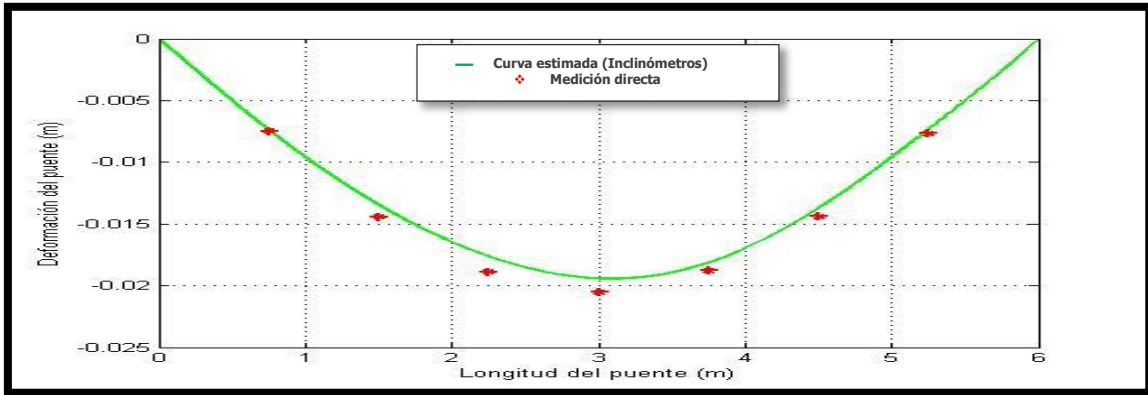
Curva de deformación configuración 2 carga 300 N



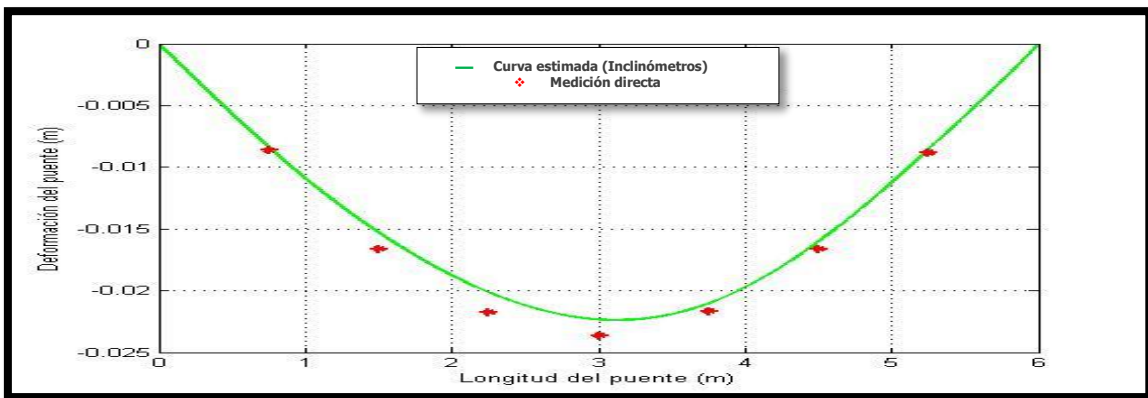
Curva de deformación configuración 2 carga 400 N



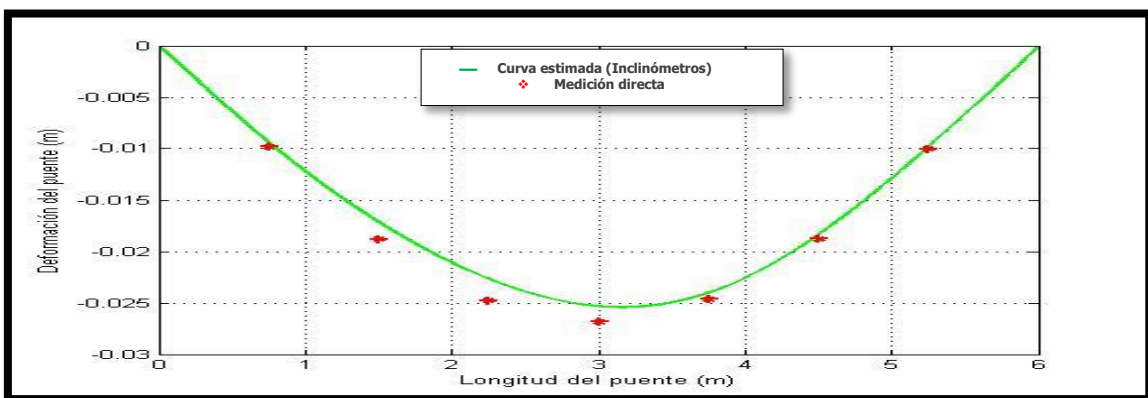
Curva de deformación configuración 2 carga 500 N



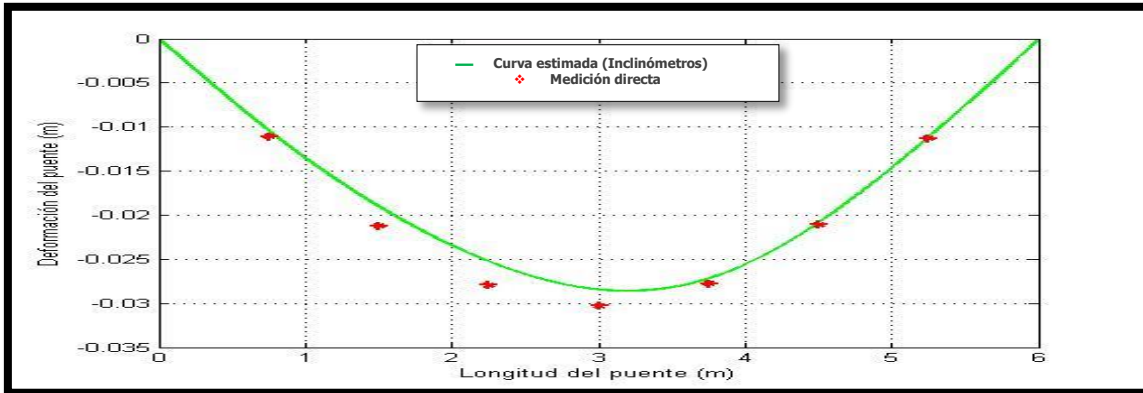
Curva de deformación configuración 2 carga 600 N



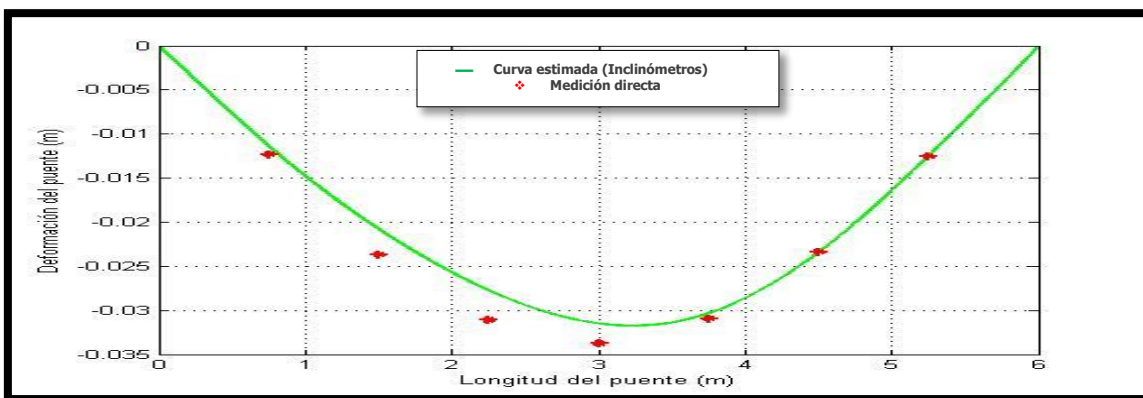
Curva de deformación configuración 2 carga 700 N



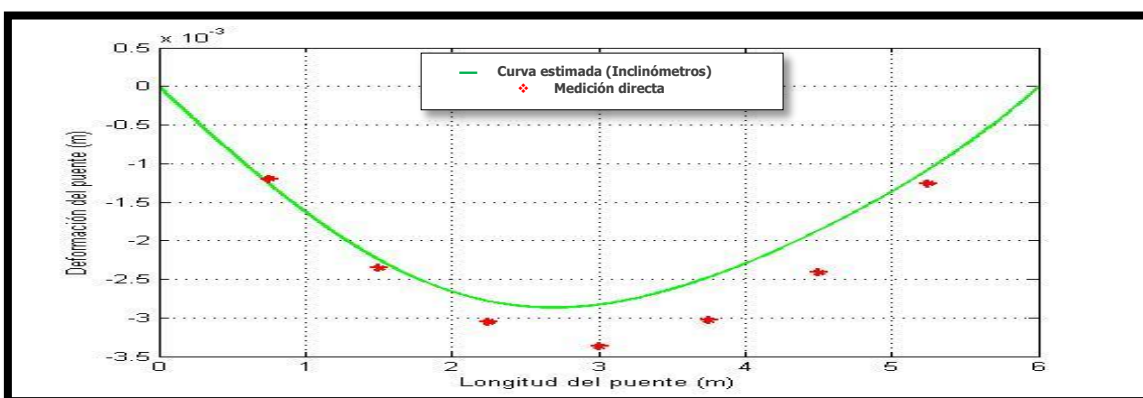
Curva de deformación configuración 2 carga 800 N



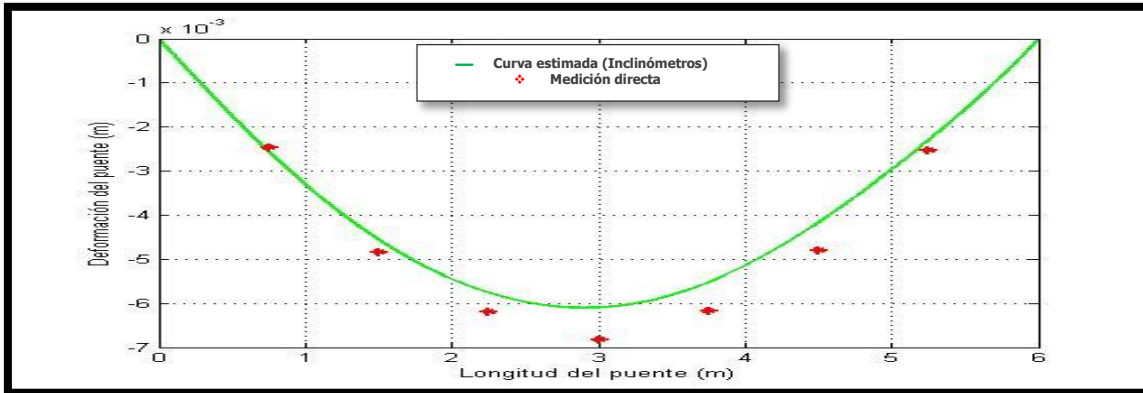
Curva de deformación configuración 2 carga 900 N



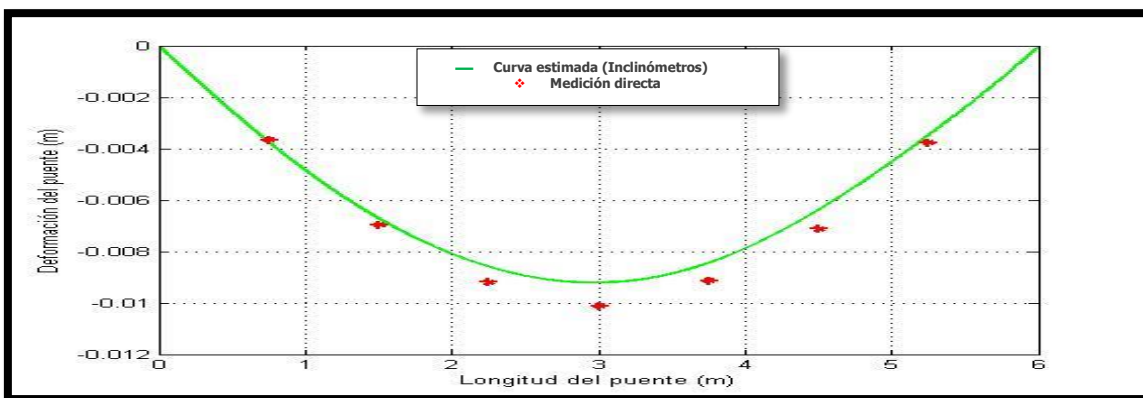
Curva de deformación configuración 2 carga 1000 N



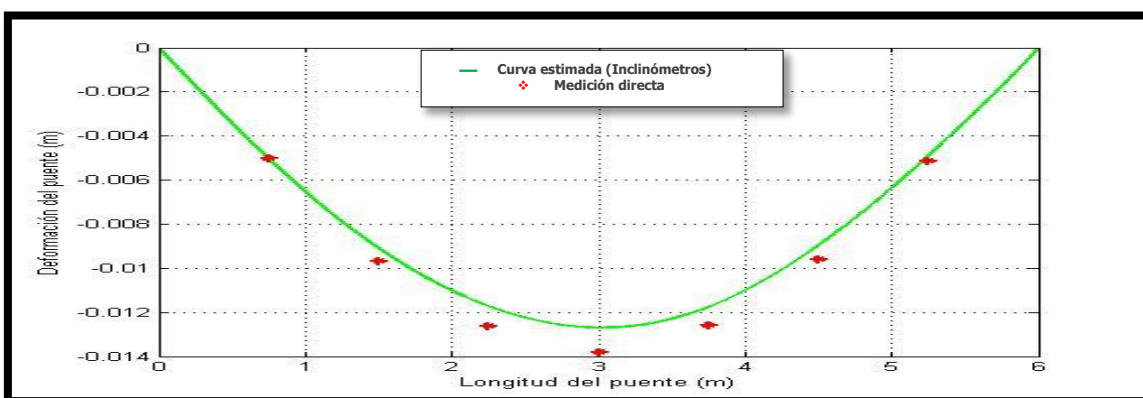
Curva de deformación configuración 3 carga 100 N



Curva de deformación configuración 3 carga 200 N

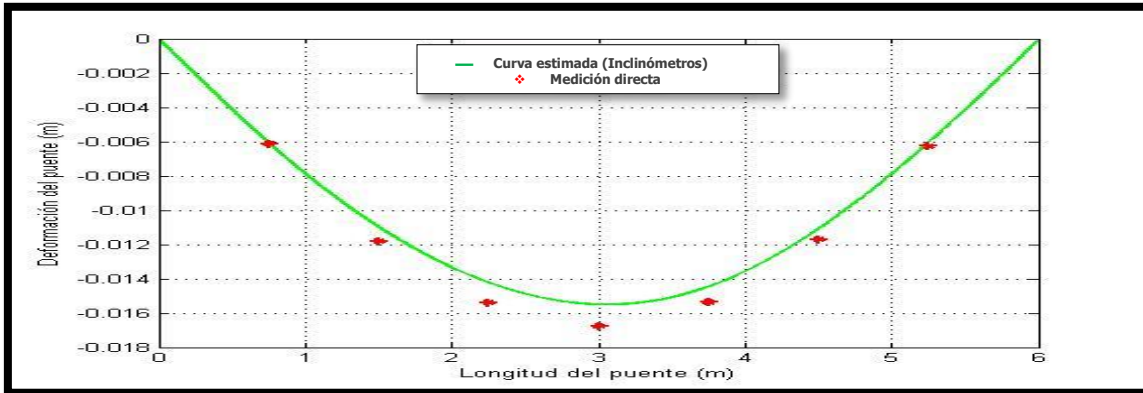


Curva de deformación configuración 3 carga 300 N

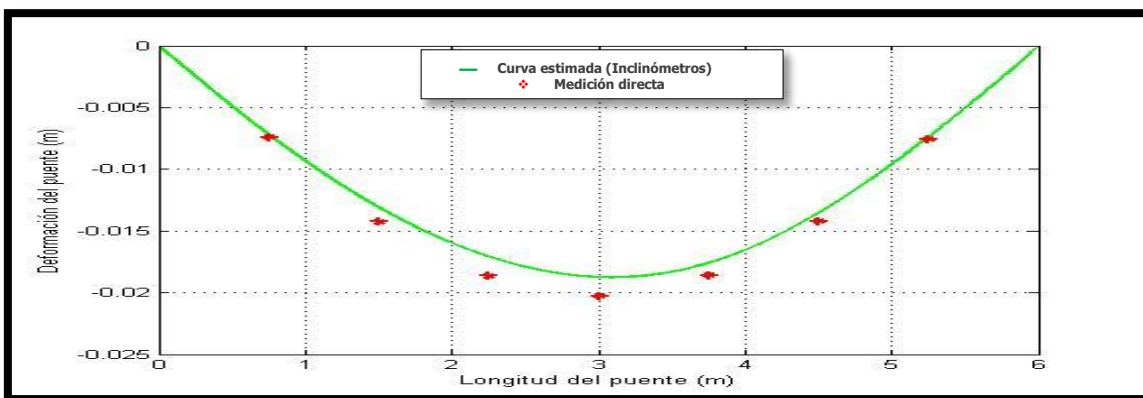


Curva de deformación configuración 3 carga 400 N

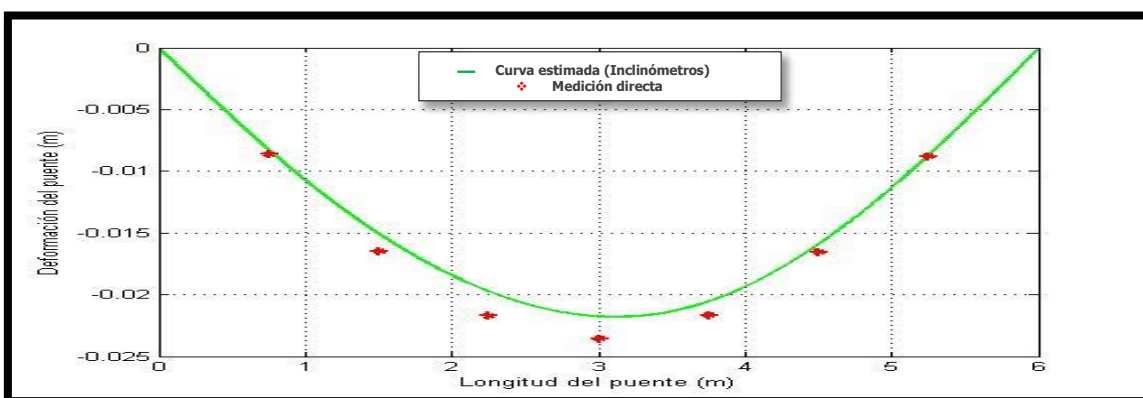




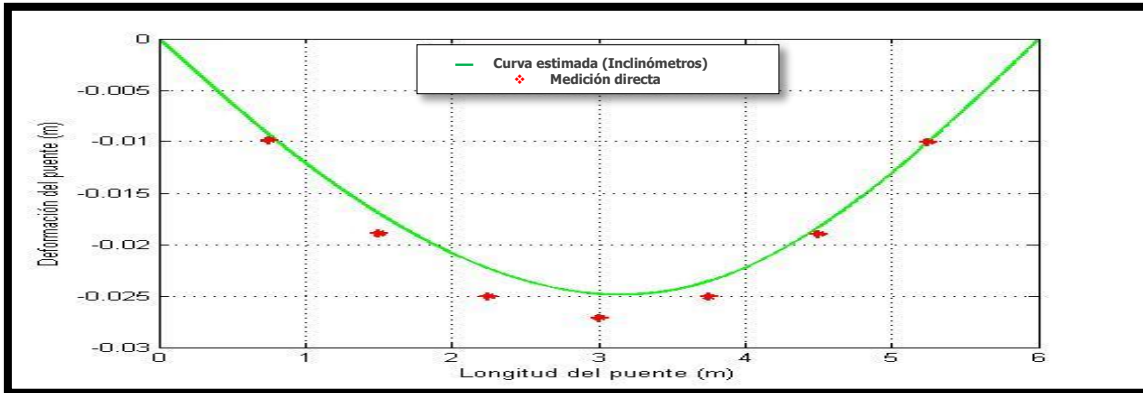
**Curva de deformación configuración 3 carga 500 N**



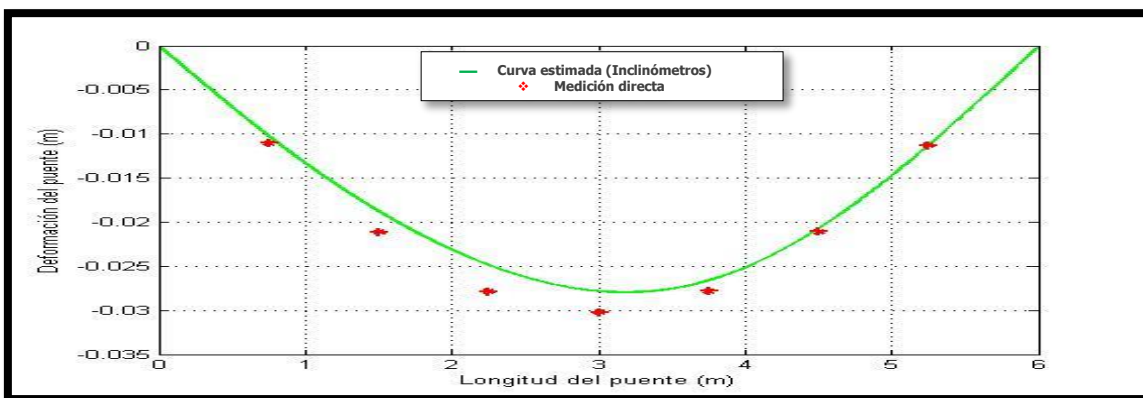
**Curva de deformación configuración 3 carga 600 N**



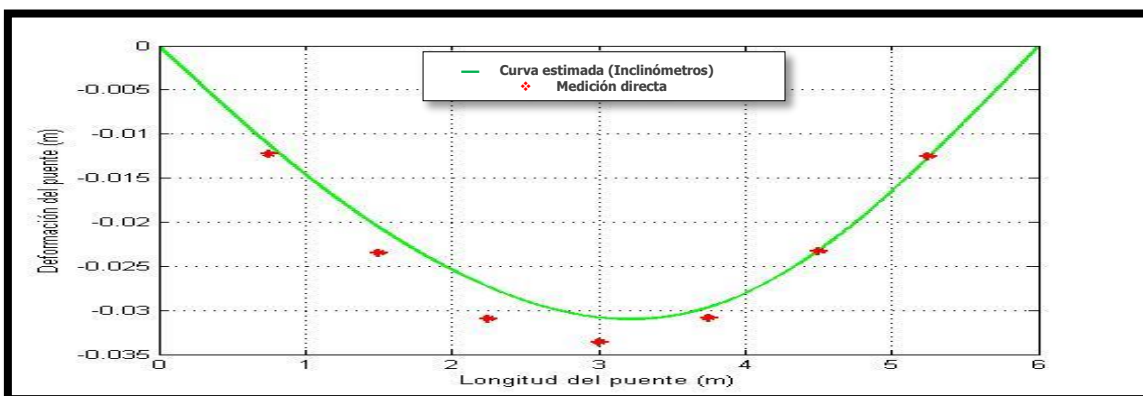
**Curva de deformación configuración 3 carga 700 N**



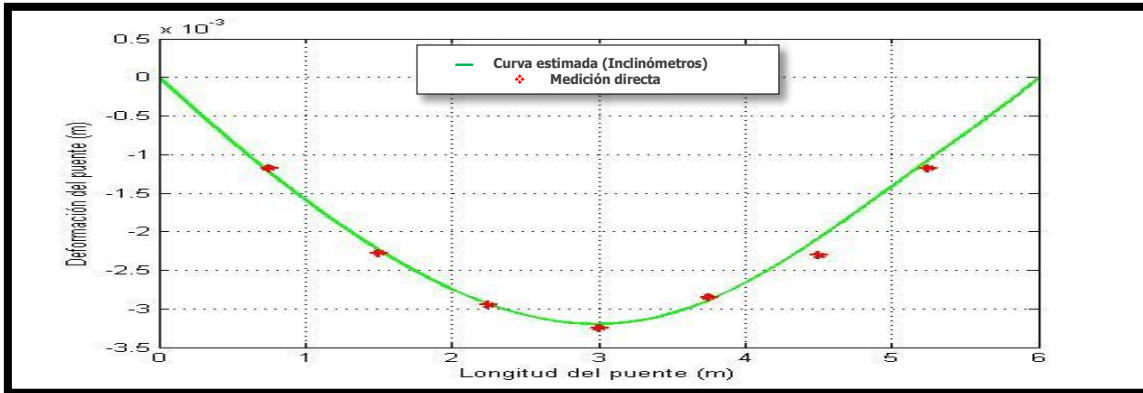
**Curva de deformación configuración 3 carga 800 N**



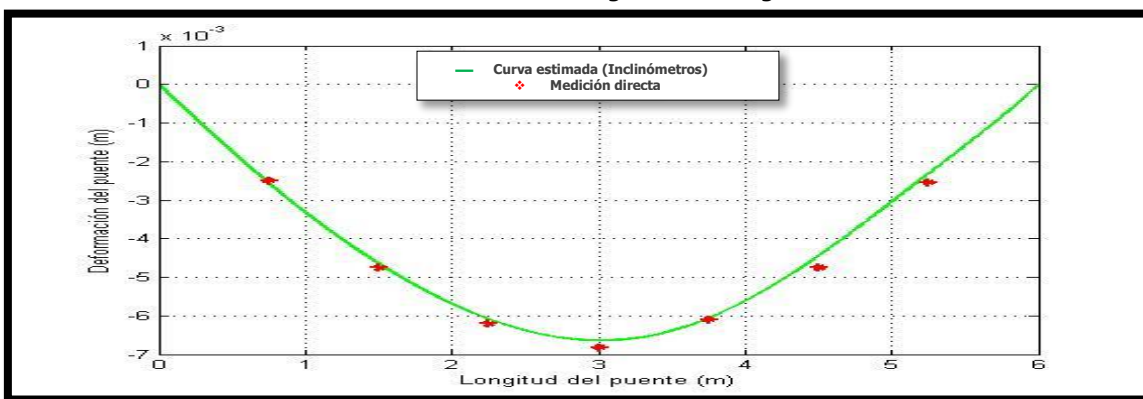
**Curva de deformación configuración 3 carga 900 N**



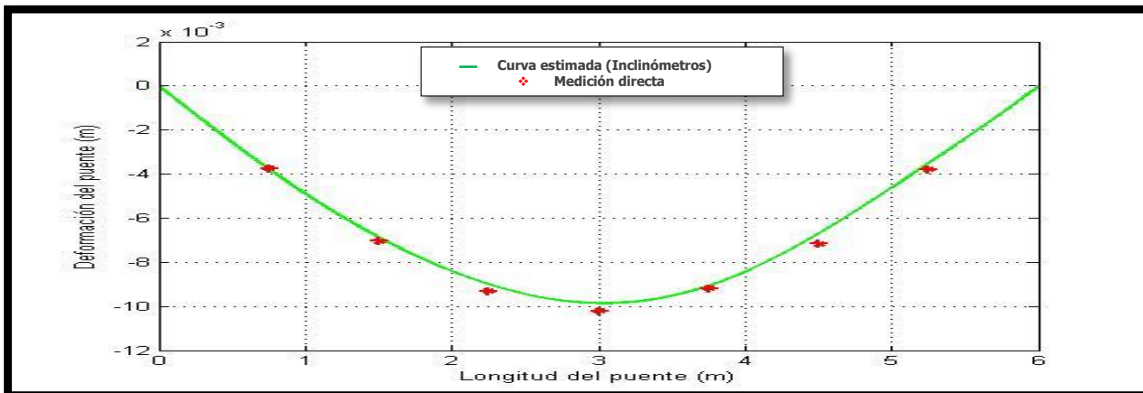
**Curva de deformación configuración 3 carga 1000 N**



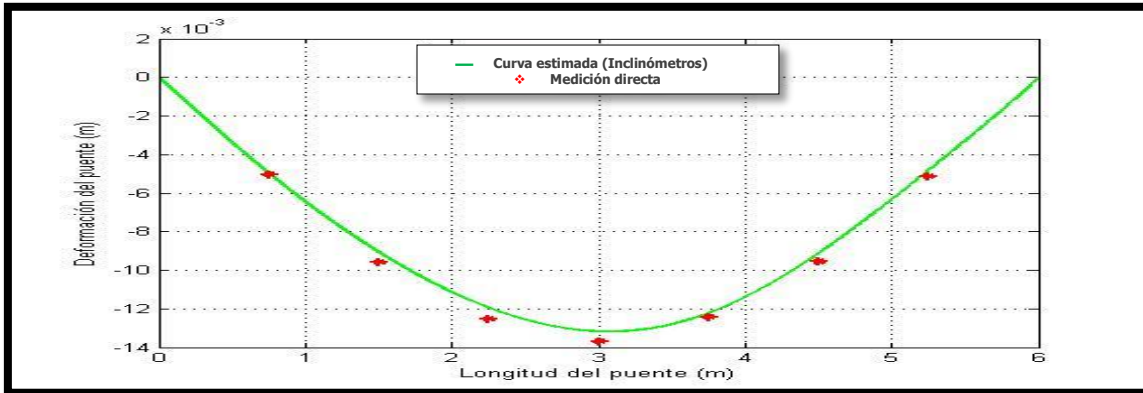
Curva de deformación configuración 4 carga 100 N



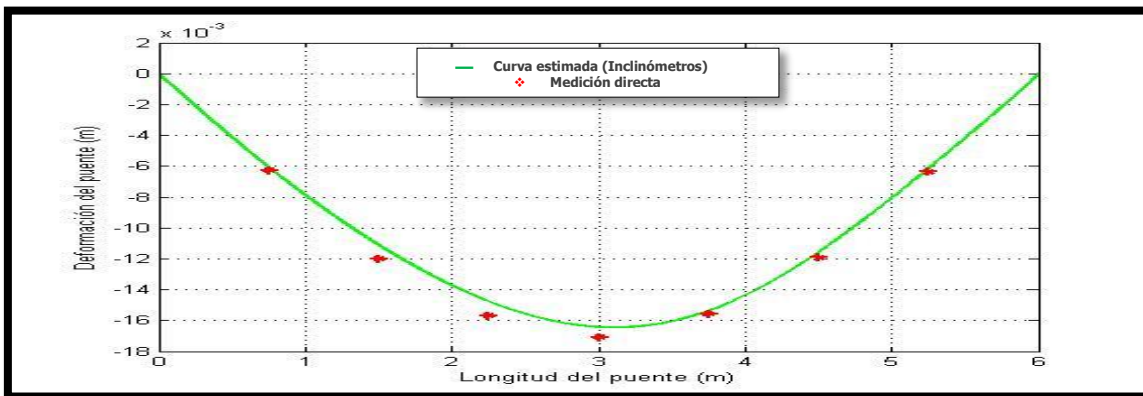
Curva de deformación configuración 4 carga 200 N



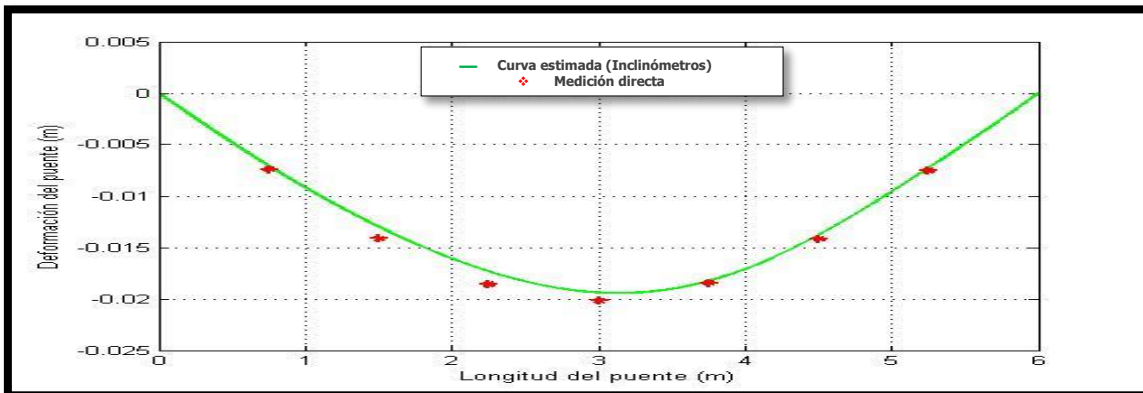
Curva de deformación configuración 4 carga 300 N



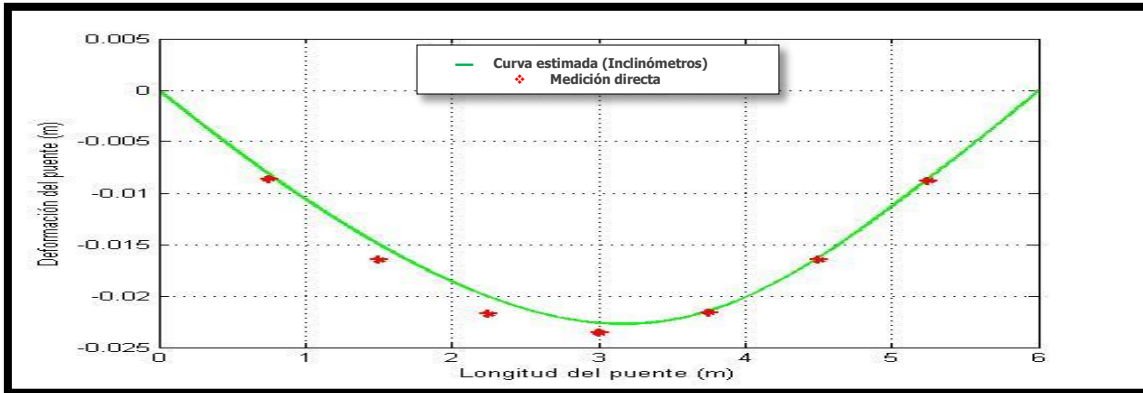
Curva de deformación configuración 4 carga 400 N



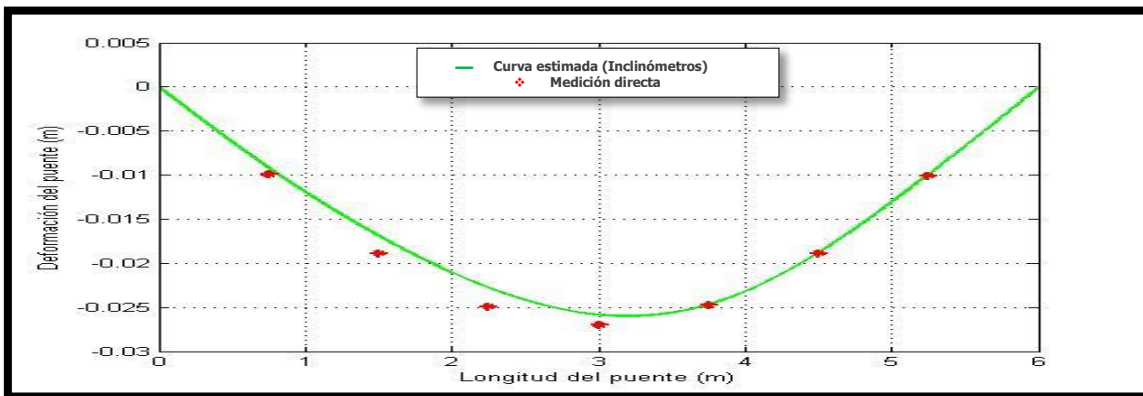
Curva de deformación configuración 4 carga 500 N



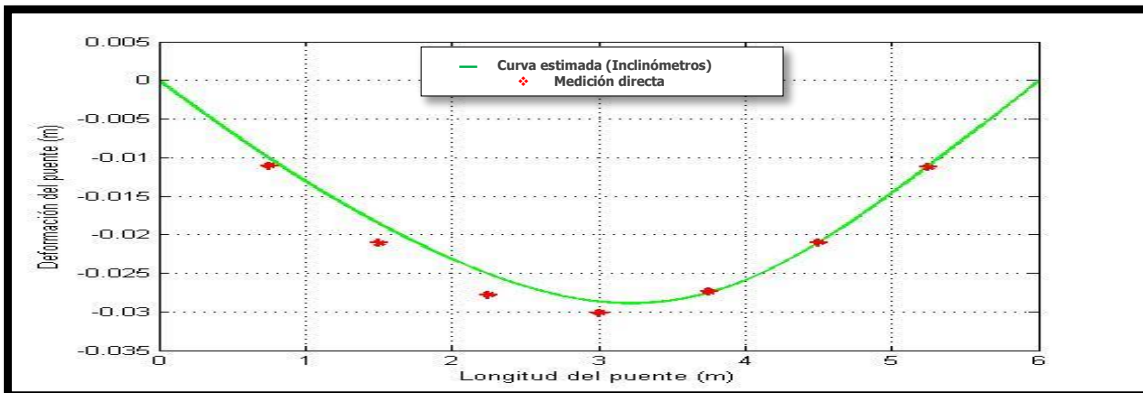
Curva de deformación configuración 4 carga 600 N



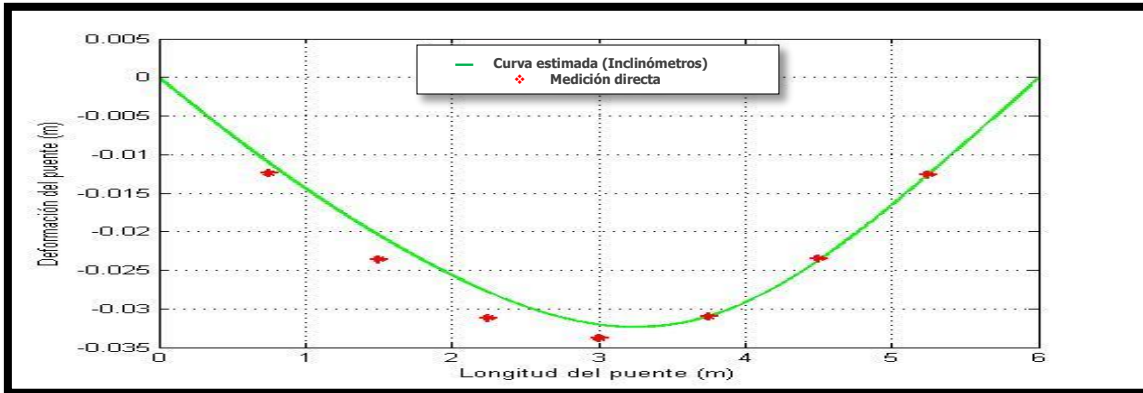
**Curva de deformación configuración 4 carga 700 N**



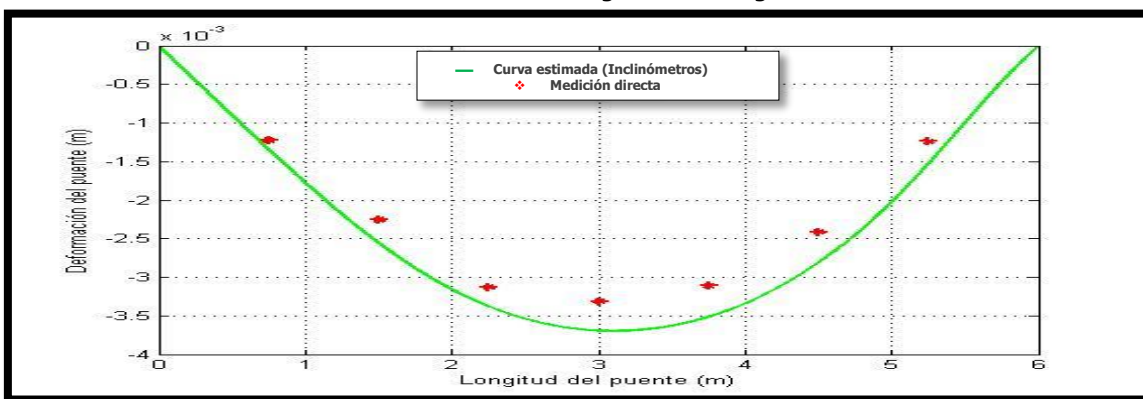
**Curva de deformación configuración 4 carga 800 N**



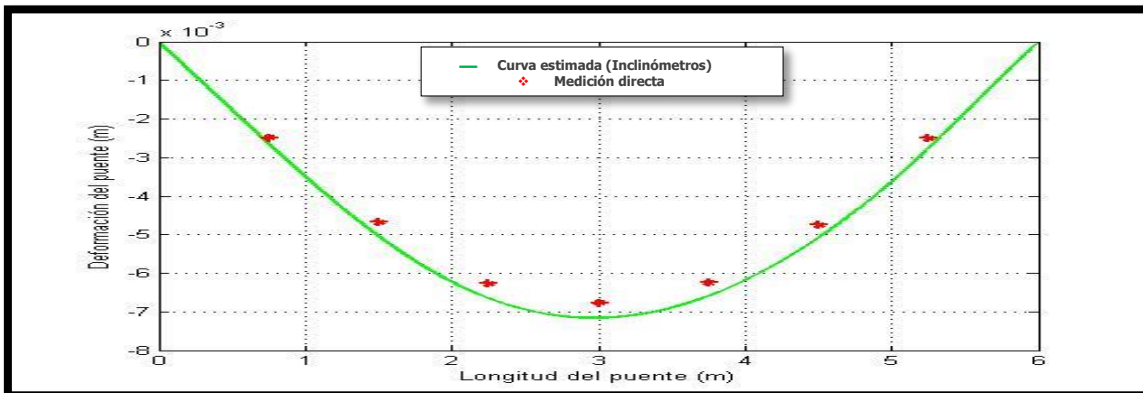
**Curva de deformación configuración 4 carga 900 N**



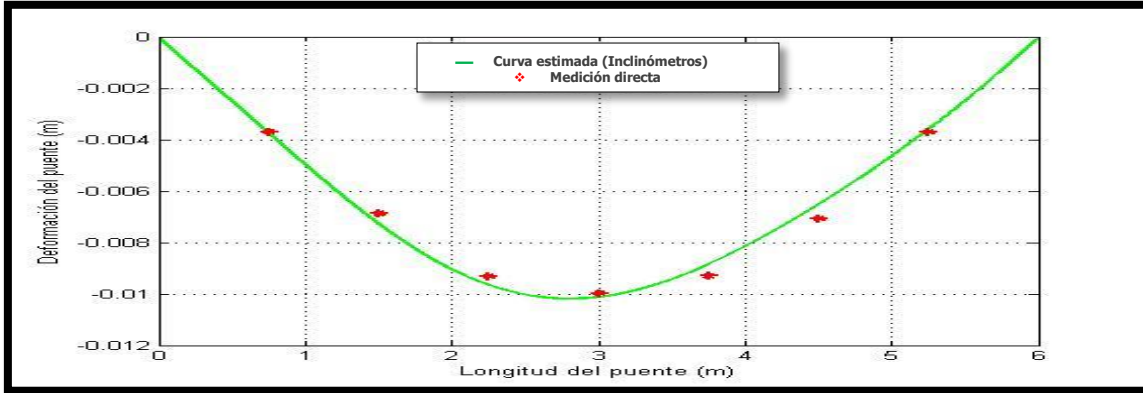
Curva de deformación configuración 4 carga 1000 N



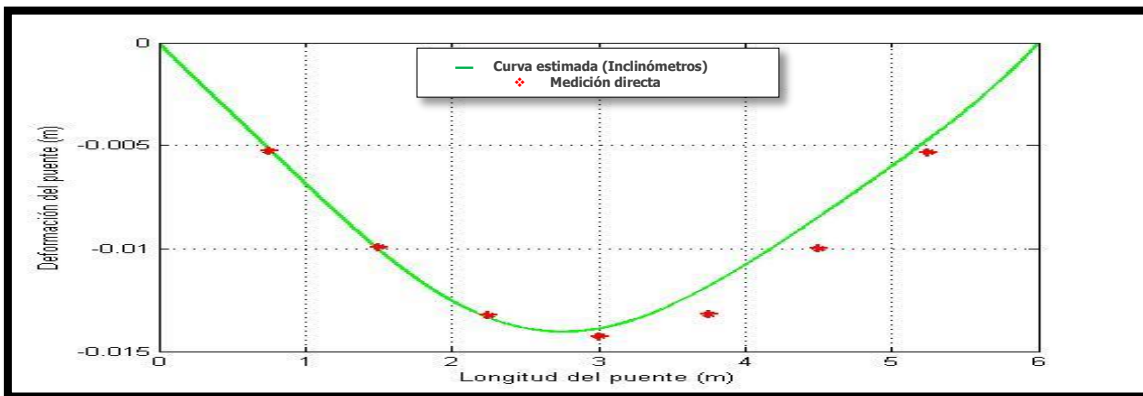
Curva de deformación configuración 5 carga 100 N



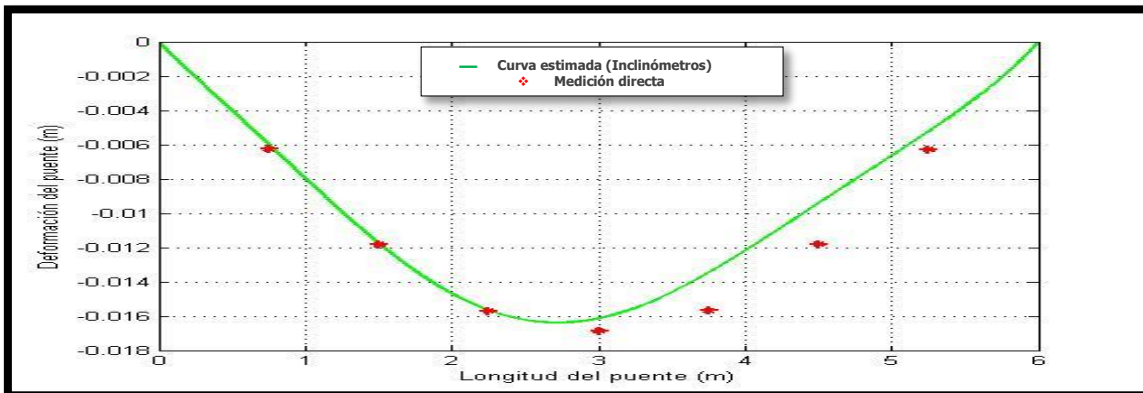
Curva de deformación configuración 5 carga 200 N



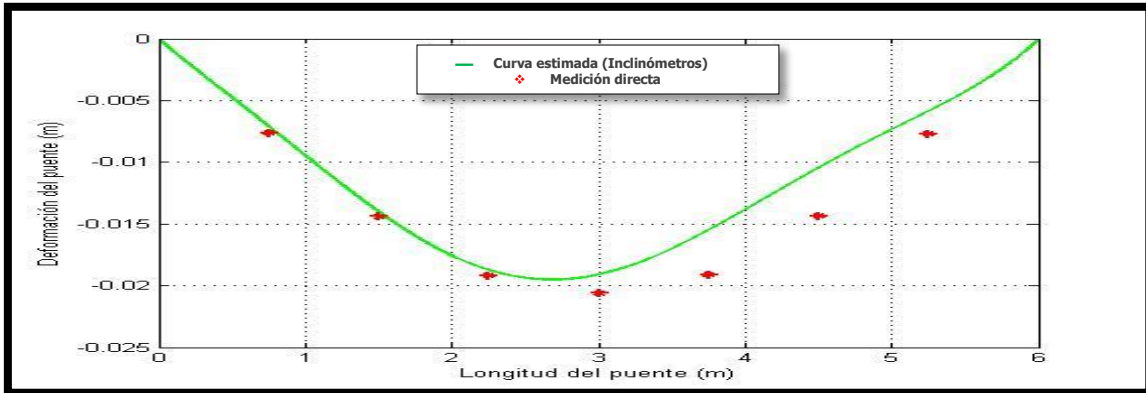
**Curva de deformación configuración 5 carga 300 N**



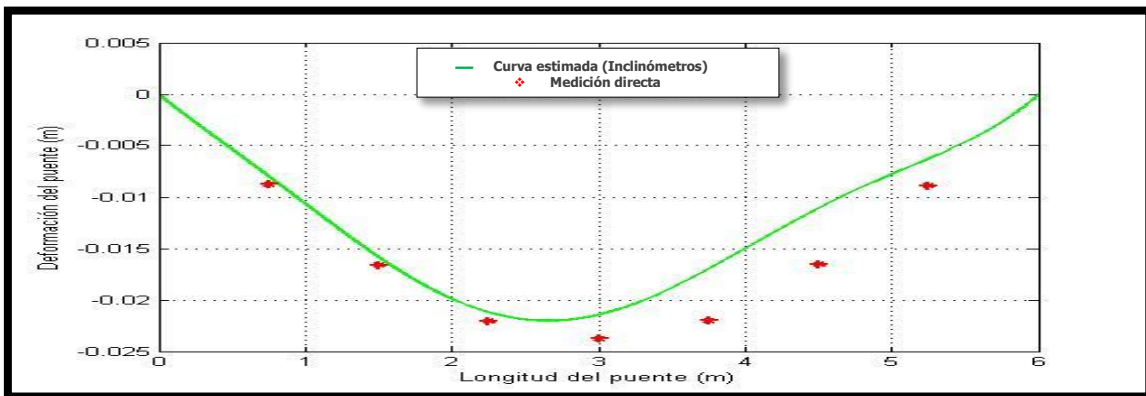
**Curva de deformación configuración 5 carga 400 N**



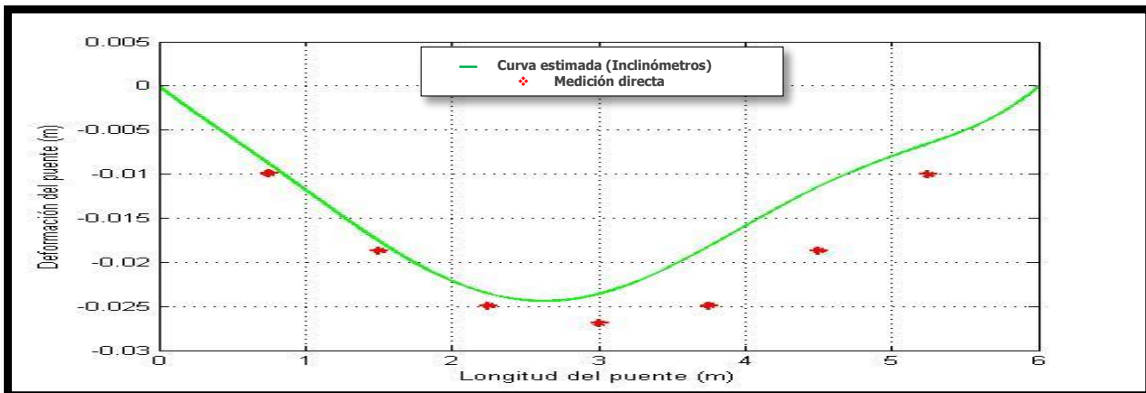
**Curva de deformación configuración 5 carga 500 N**



**Curva de deformación configuración 5 carga 600 N**

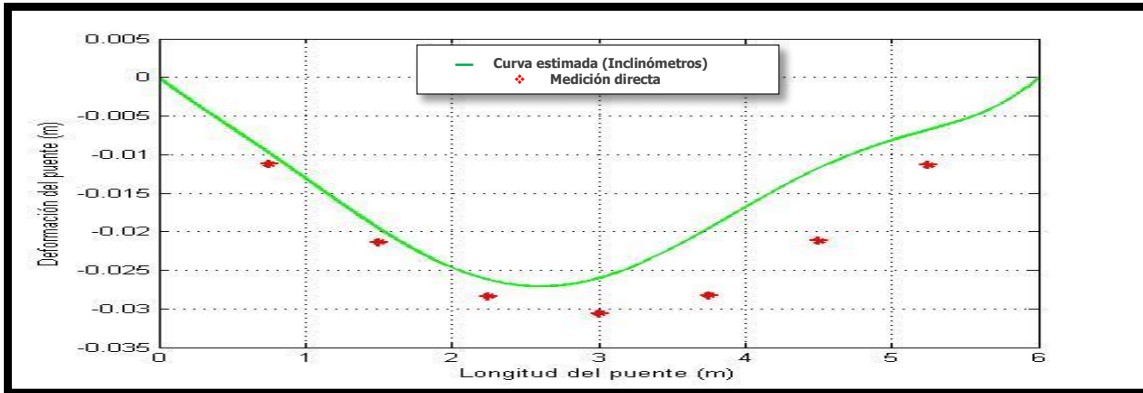


**Curva de deformación configuración 5 carga 700 N**

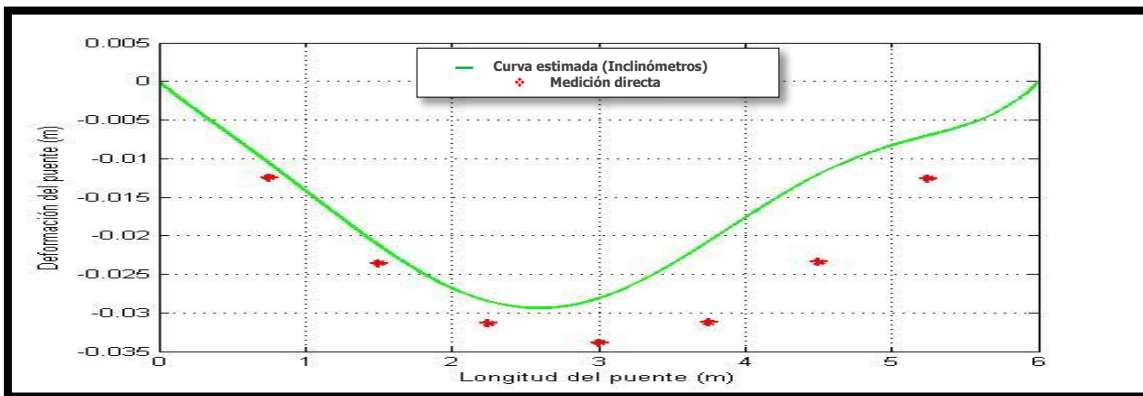


**Curva de deformación configuración 5 carga 800 N**

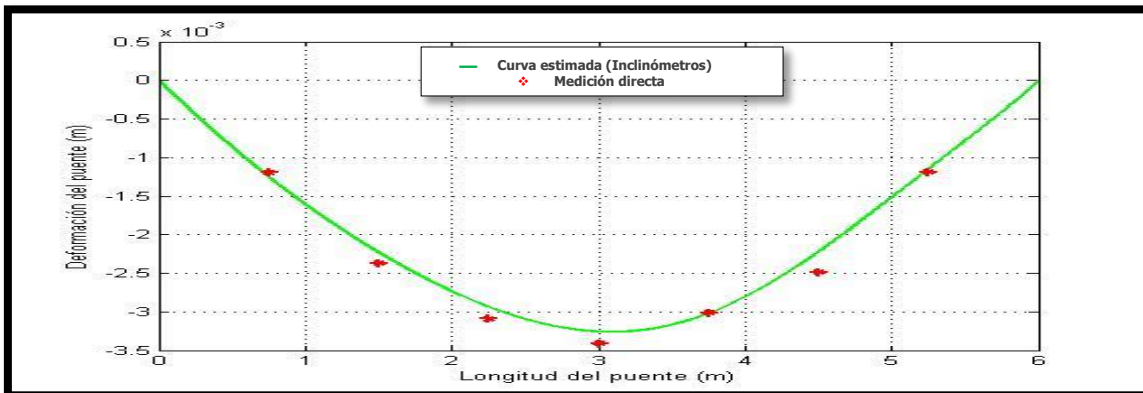




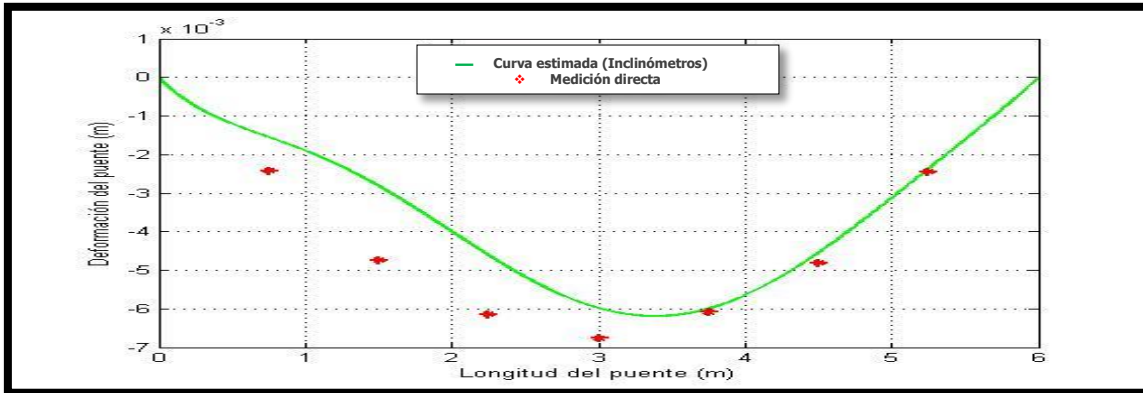
Curva de deformación configuración 5 carga 900 N



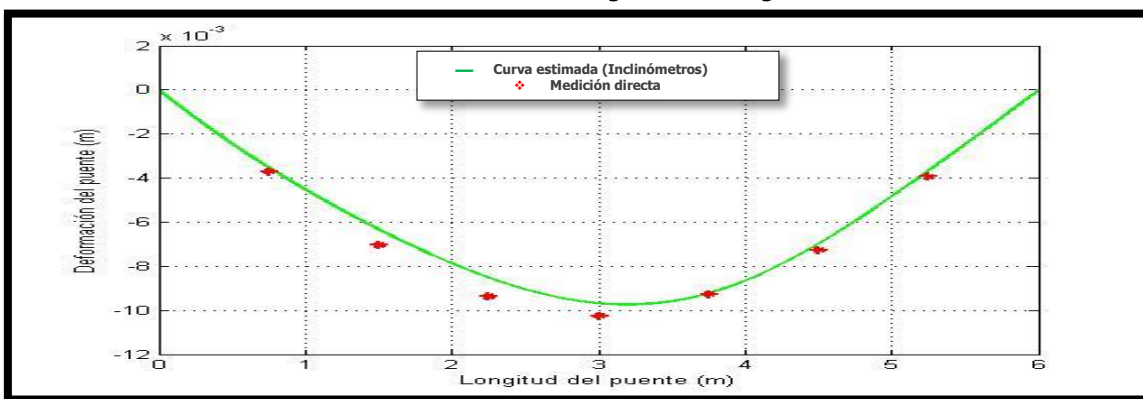
Curva de deformación configuración 5 carga 1000 N



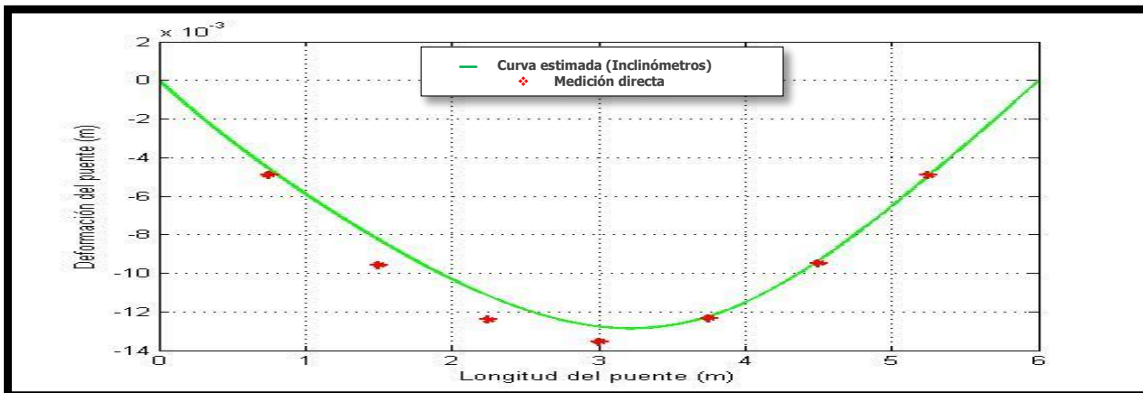
Curva de deformación configuración 6 carga 100 N



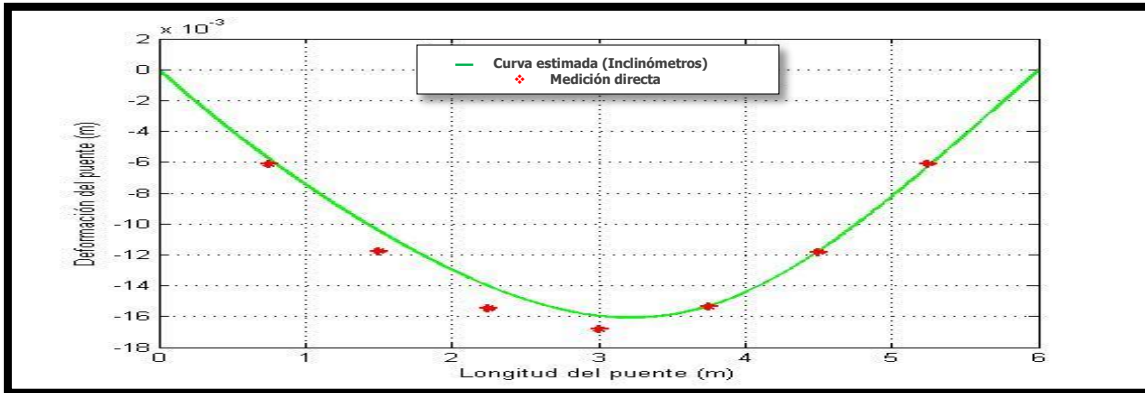
Curva de deformación configuración 6 carga 200 N



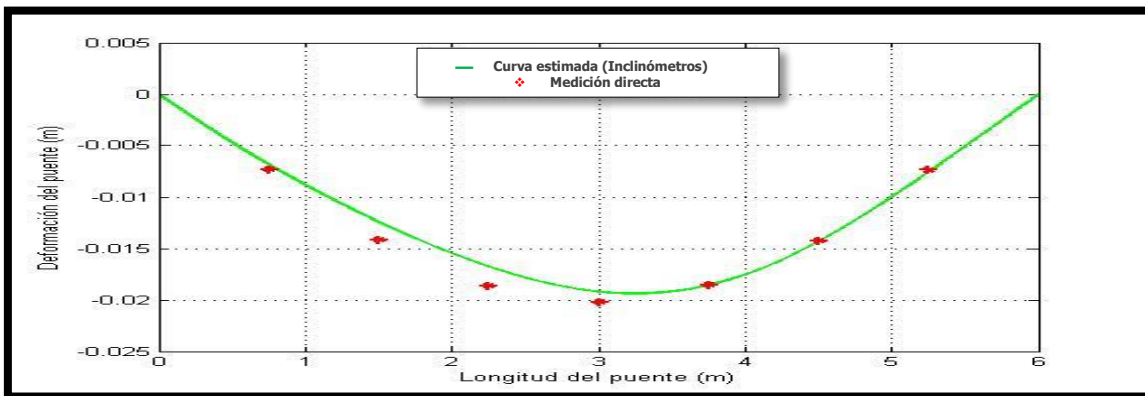
Curva de deformación configuración 6 carga 200 N



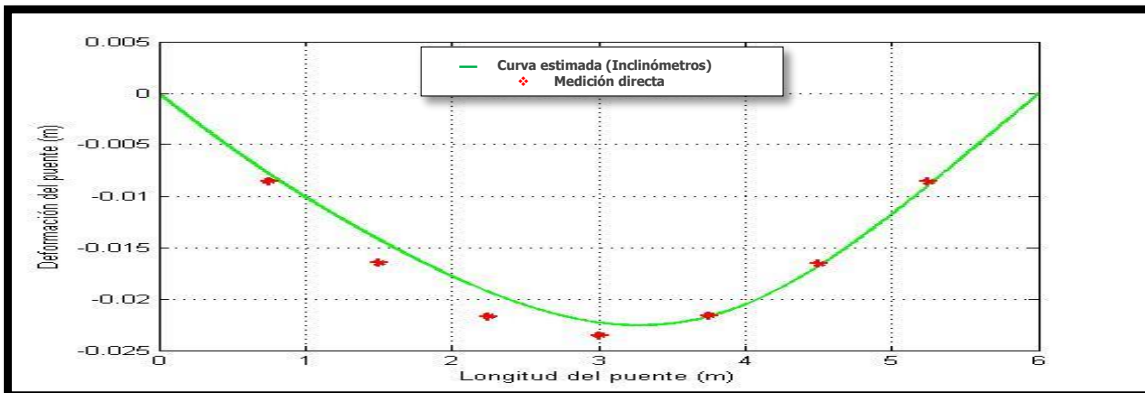
Curva de deformación configuración 6 carga 300 N



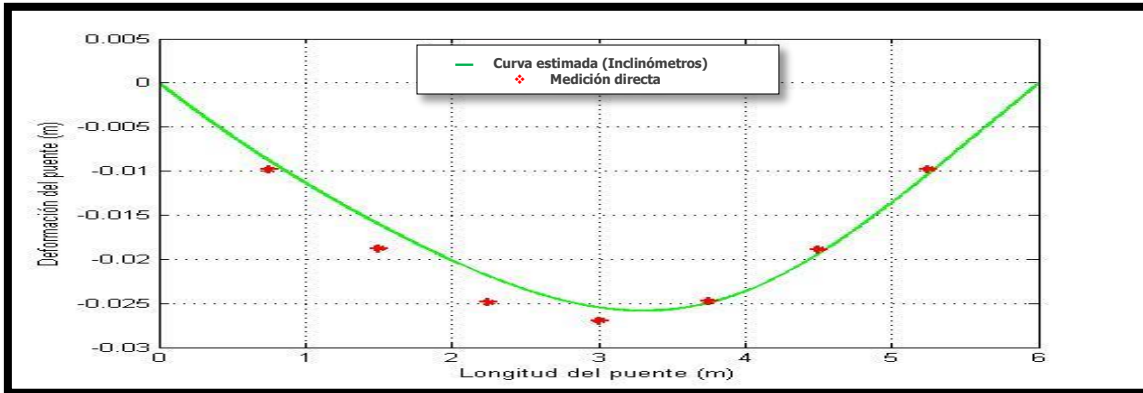
**Curva de deformación configuración 6 carga 400 N**



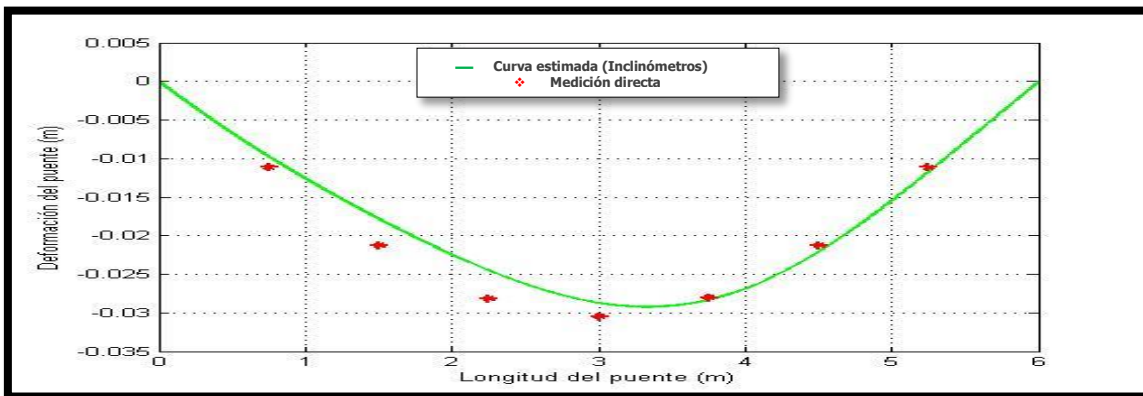
**Curva de deformación configuración 6 carga 500 N**



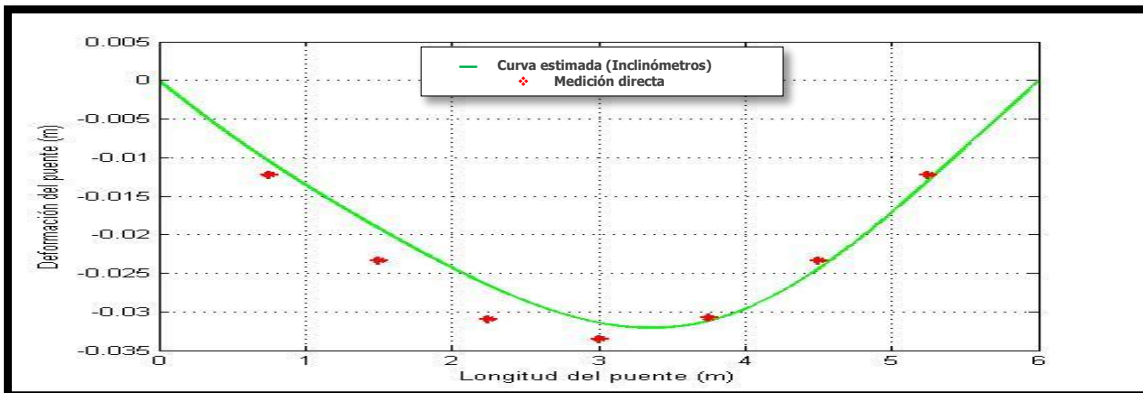
**Curva de deformación configuración 6 carga 700 N**



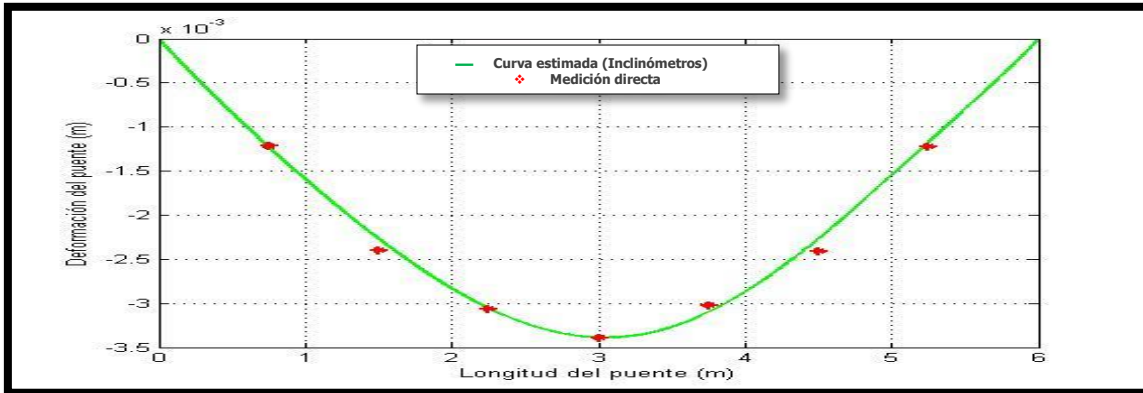
**Curva de deformación configuración 6 carga 800 N**



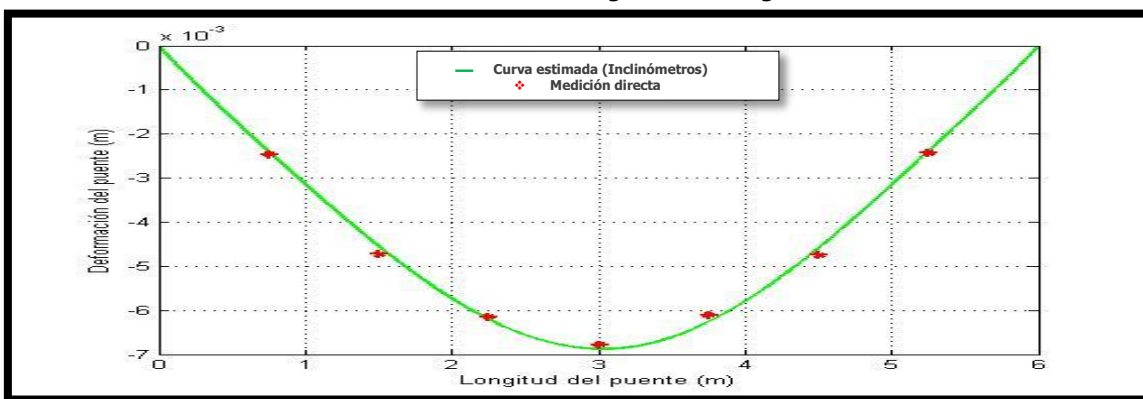
**Curva de deformación configuración 6 carga 900 N**



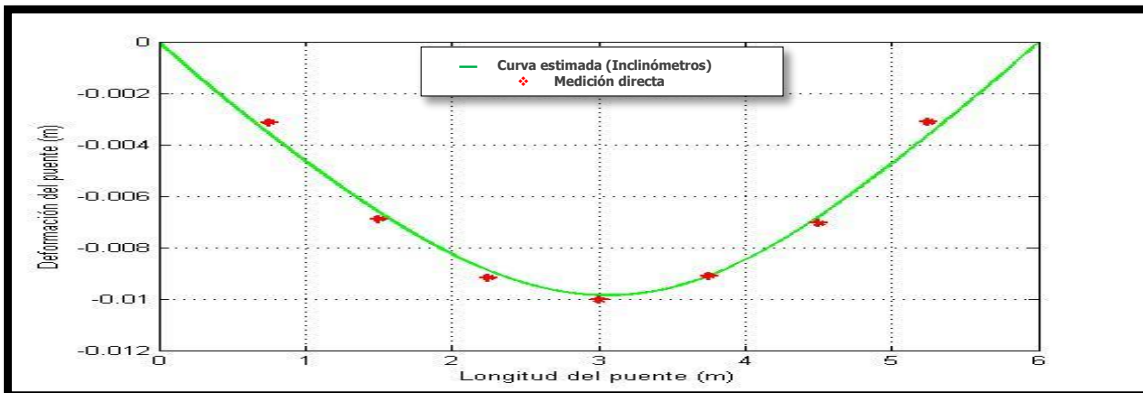
**Curva de deformación configuración 6 carga 1000 N**



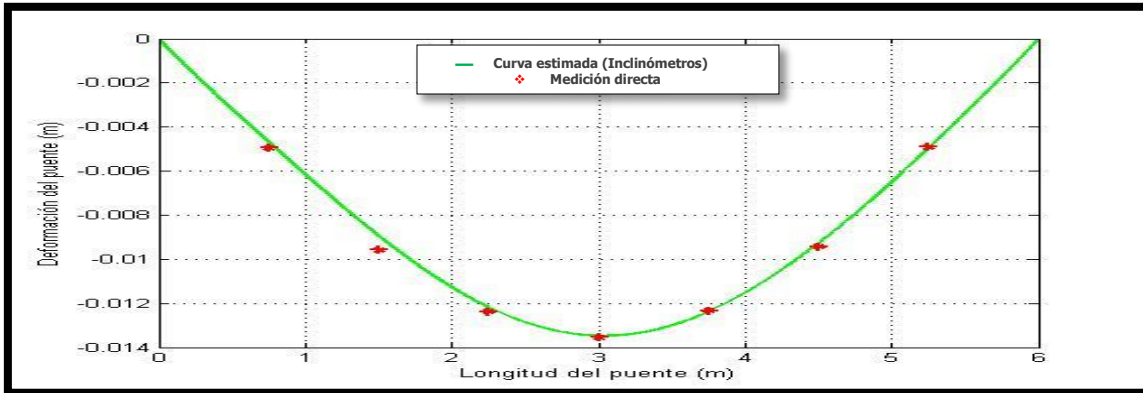
**Curva de deformación configuración 7 carga 100 N**



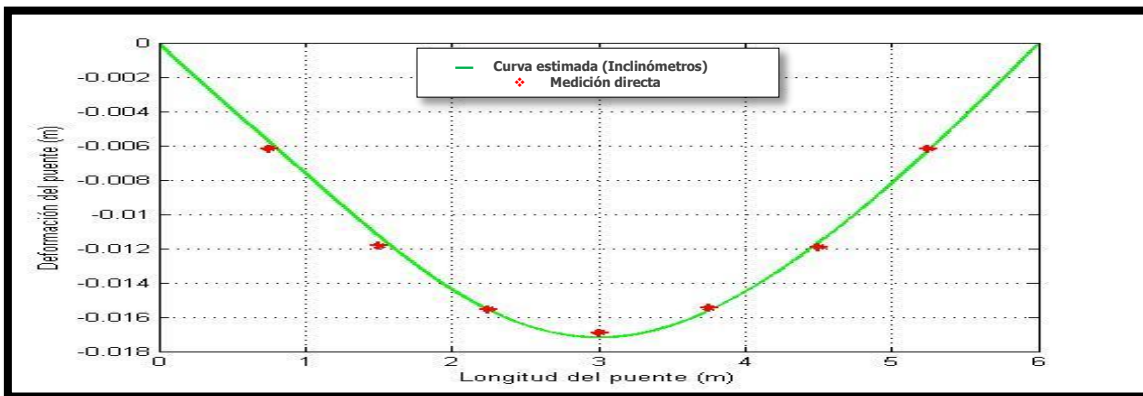
**Curva de deformación configuración 7 carga 200 N**



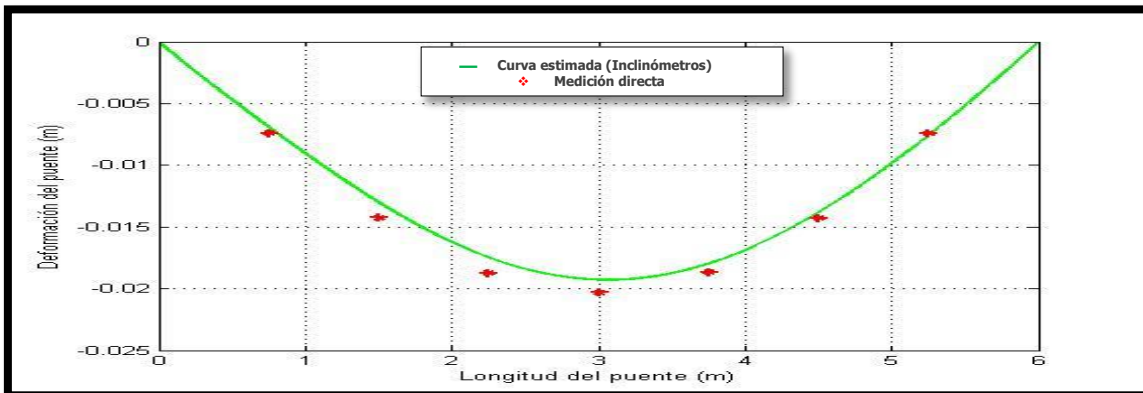
**Curva de deformación configuración 7 carga 300 N**



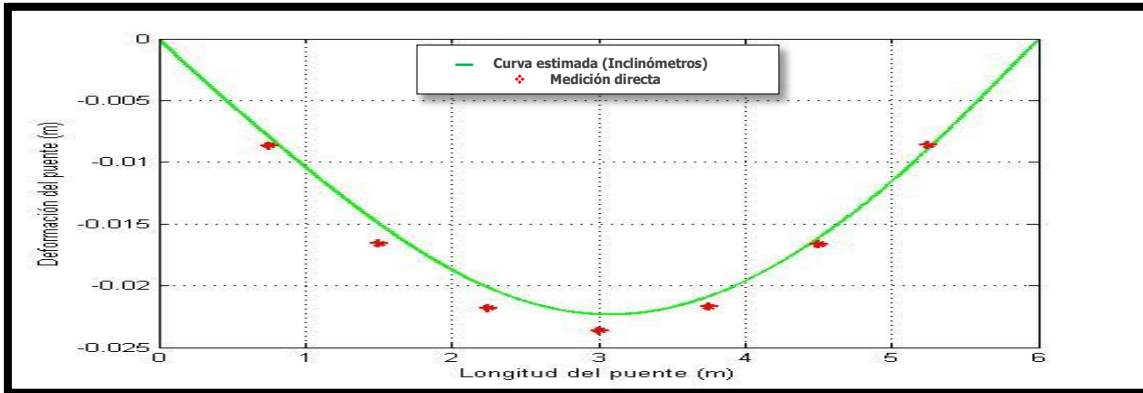
**Curva de deformación configuración 7 carga 400 N**



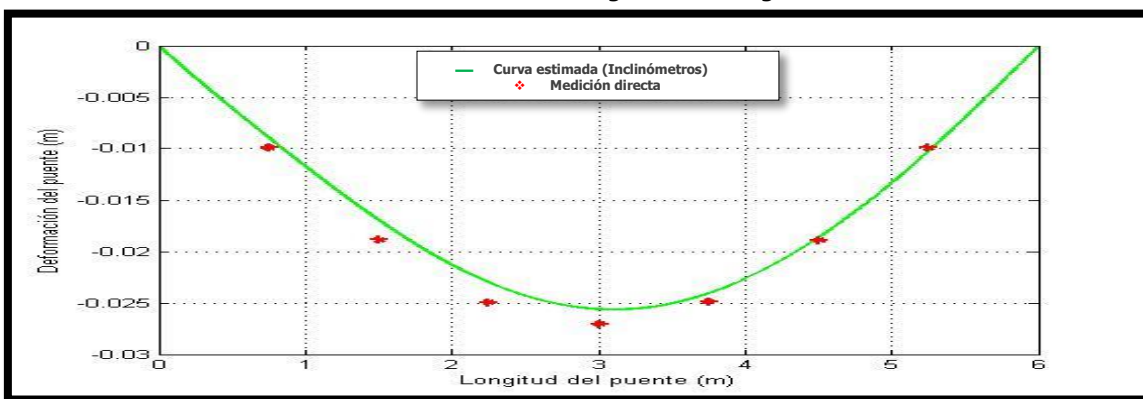
**Curva de deformación configuración 7 carga 500 N**



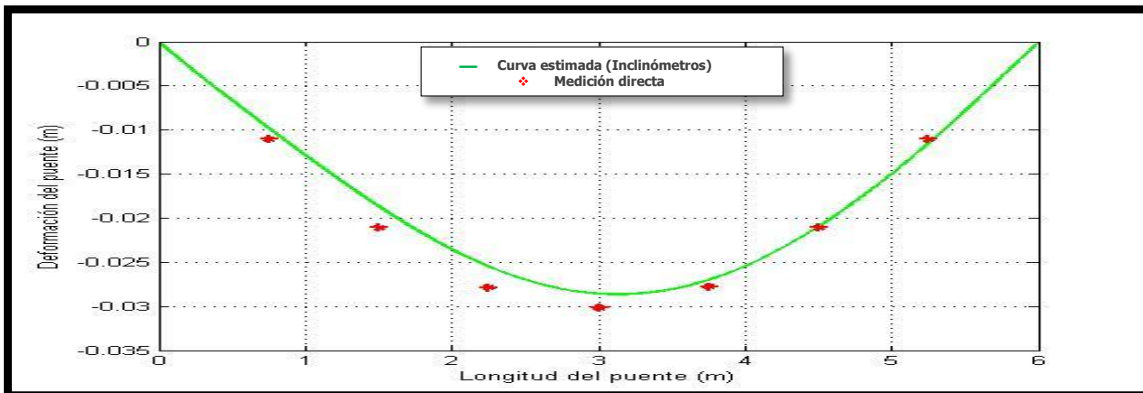
**Curva de deformación configuración 7 carga 600 N**



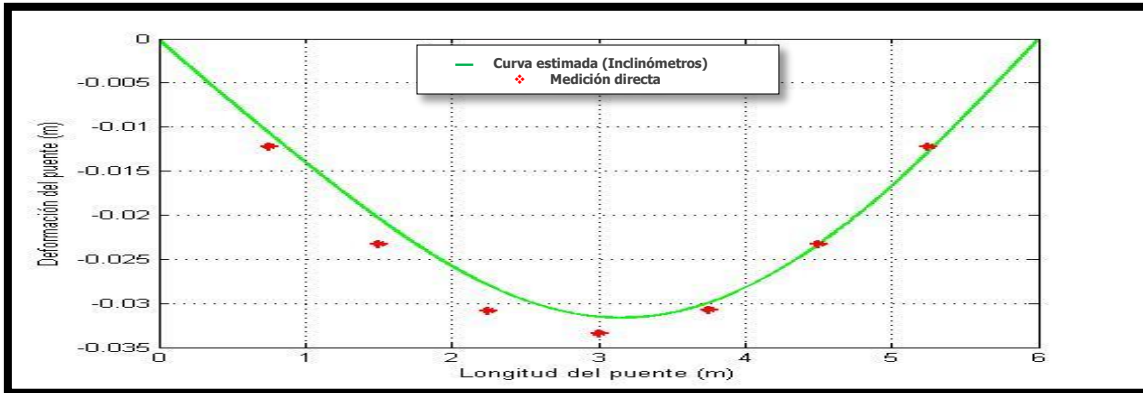
**Curva de deformación configuración 7 carga 700 N**



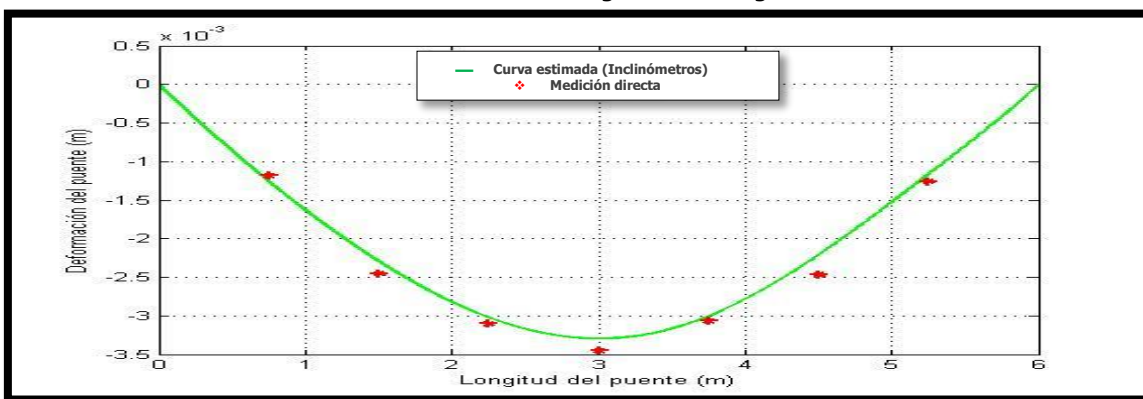
**Curva de deformación configuración 7 carga 800 N**



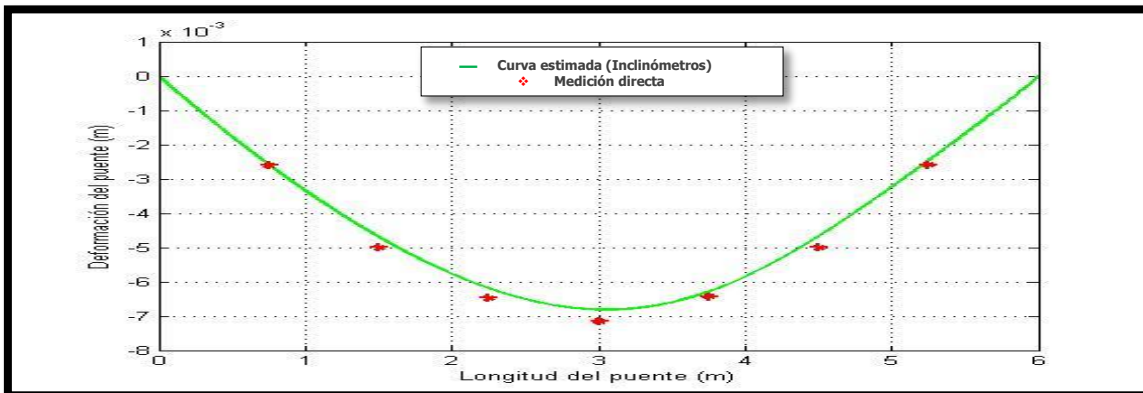
**Curva de deformación configuración 7 carga 900 N**



Curva de deformación configuración 7 carga 1000 N

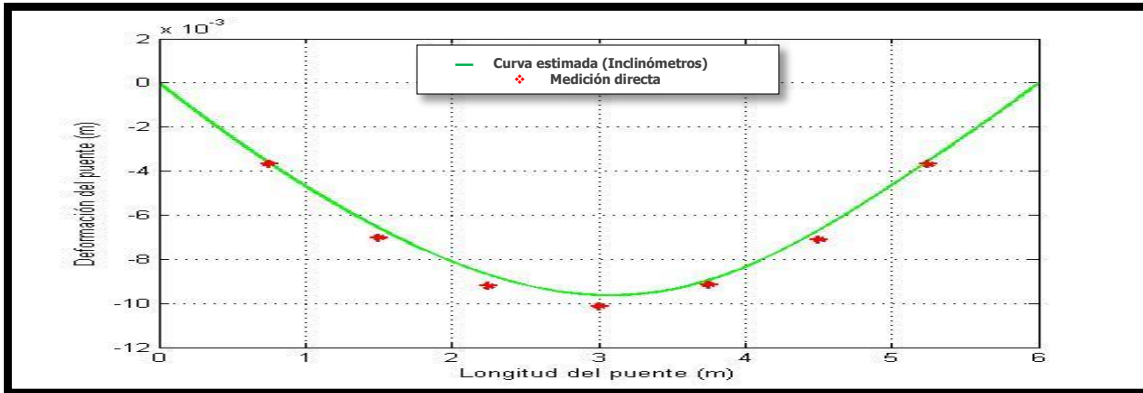


Curva de deformación configuración 8 carga 100 N

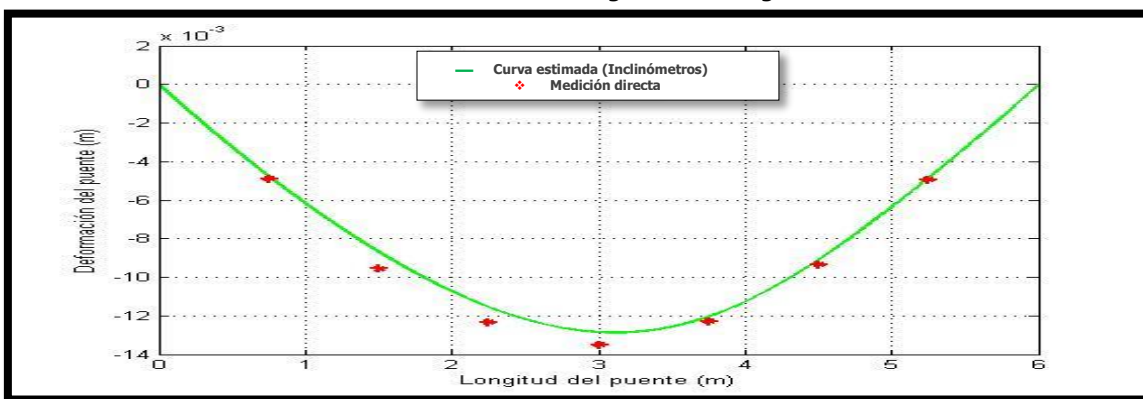


Curva de deformación configuración 8 carga 200 N

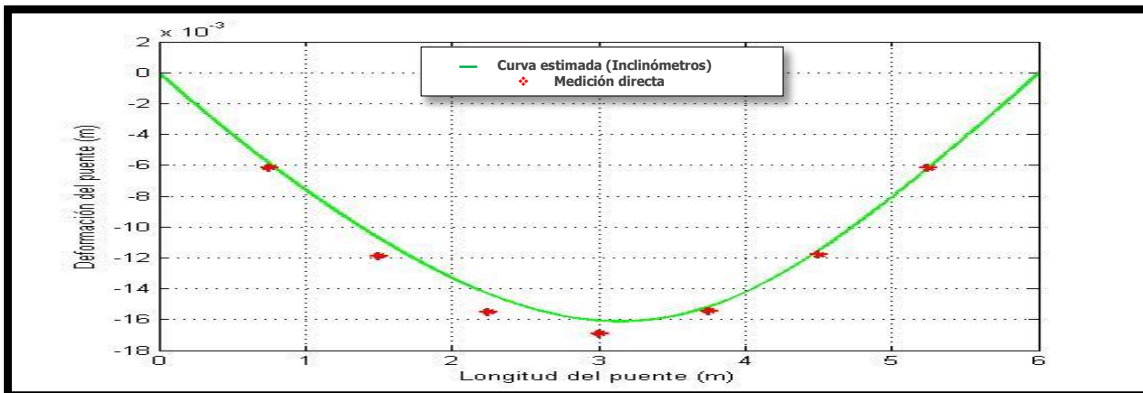




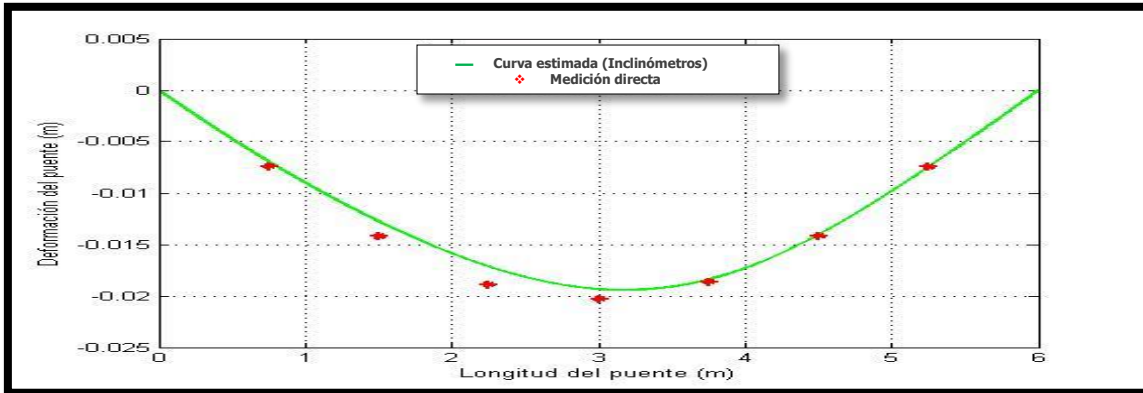
Curva de deformación configuración 8 carga 300 N



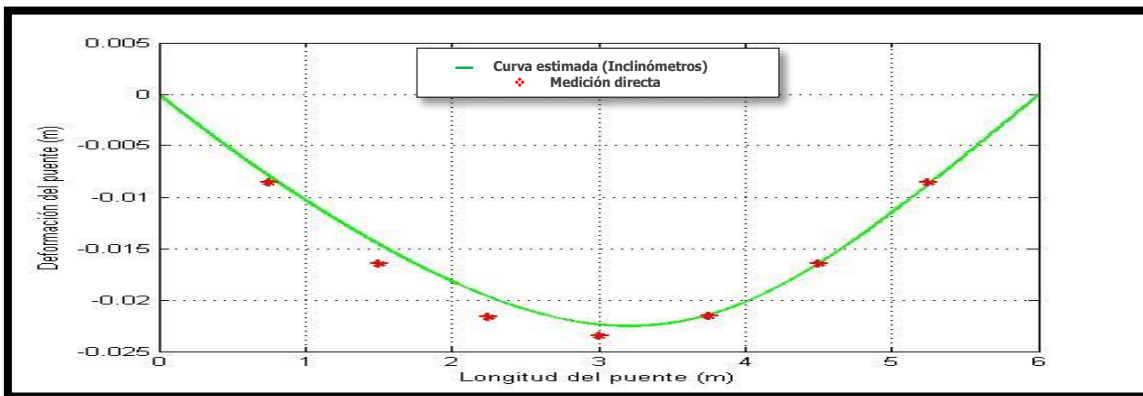
Curva de deformación configuración 8 carga 400 N



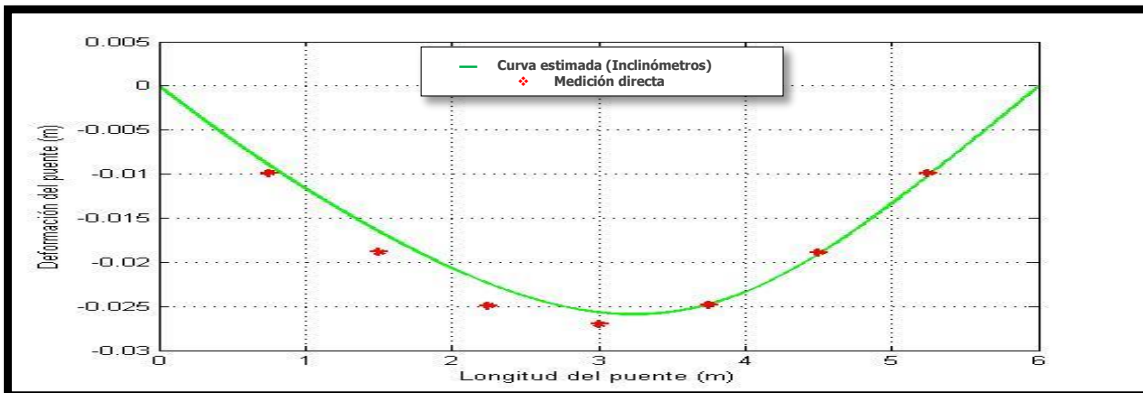
Curva de deformación configuración 8 carga 500 N



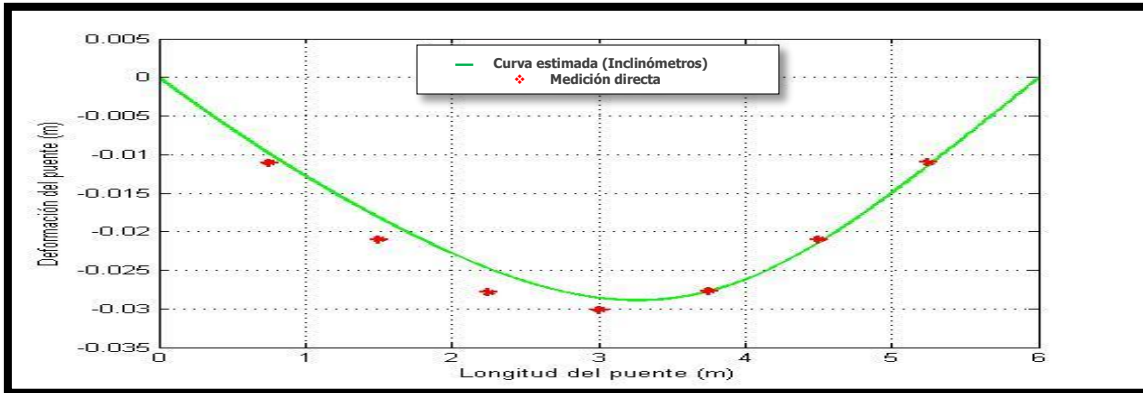
**Curva de deformación configuración 8 carga 600 N**



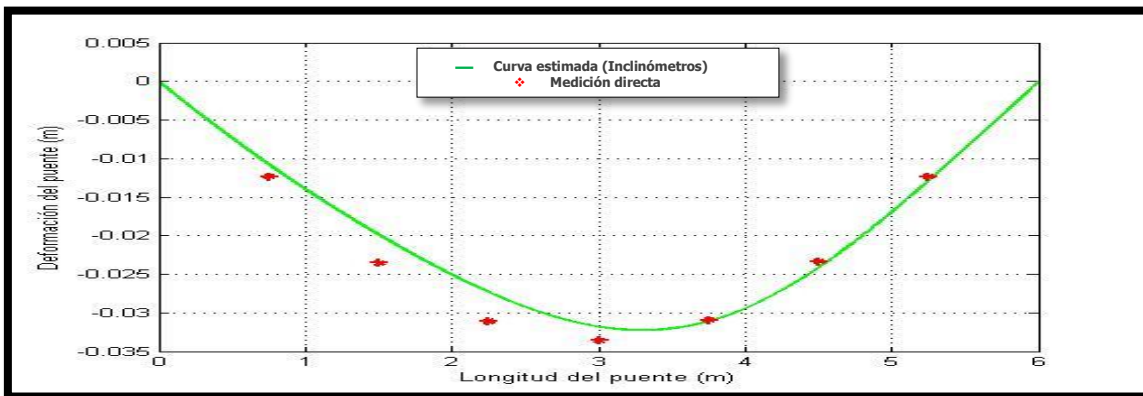
**Curva de deformación configuración 8 carga 700 N**



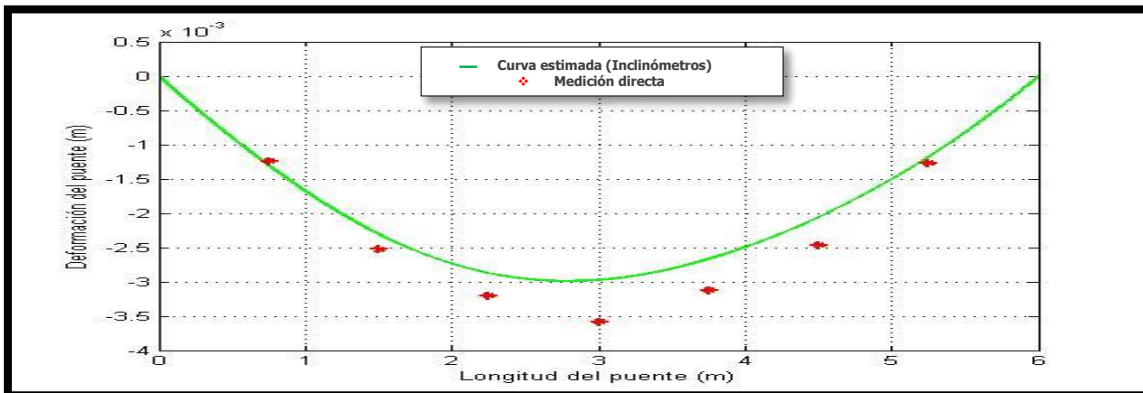
**Curva de deformación configuración 8 carga 800 N**



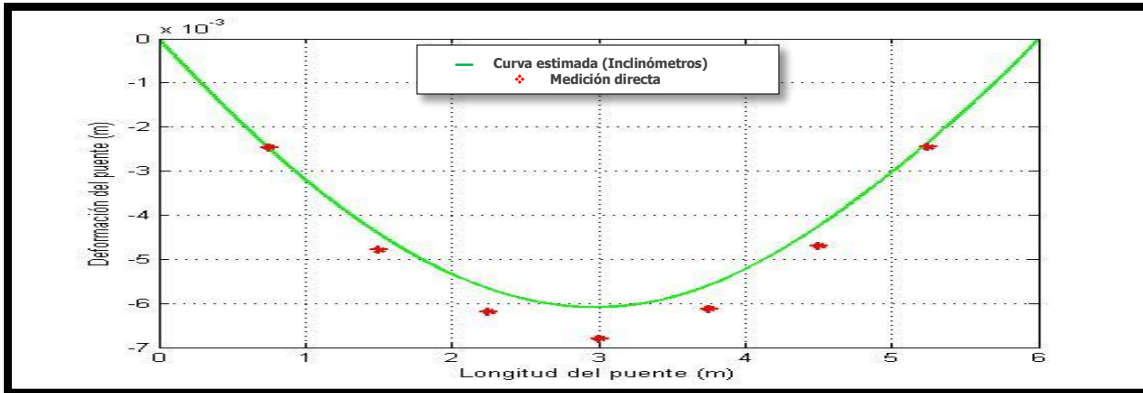
Curva de deformación configuración 8 carga 900 N



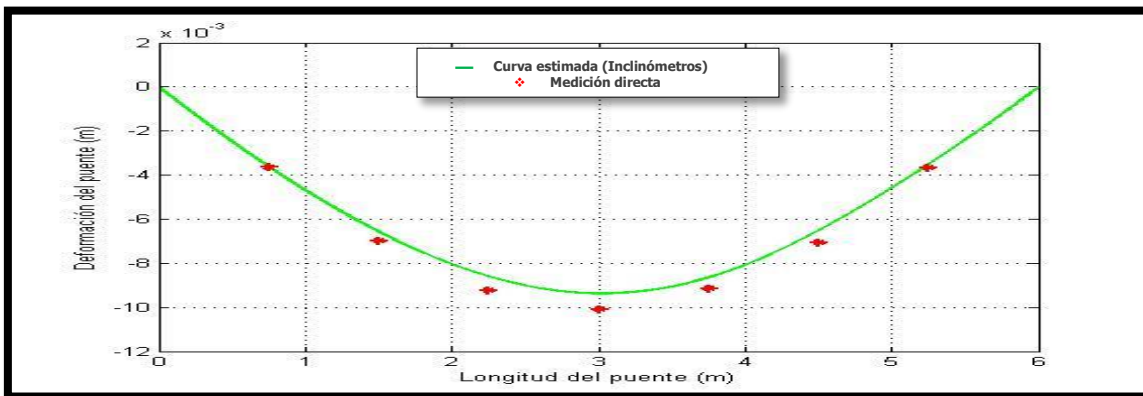
Curva de deformación configuración 8 carga 1000 N



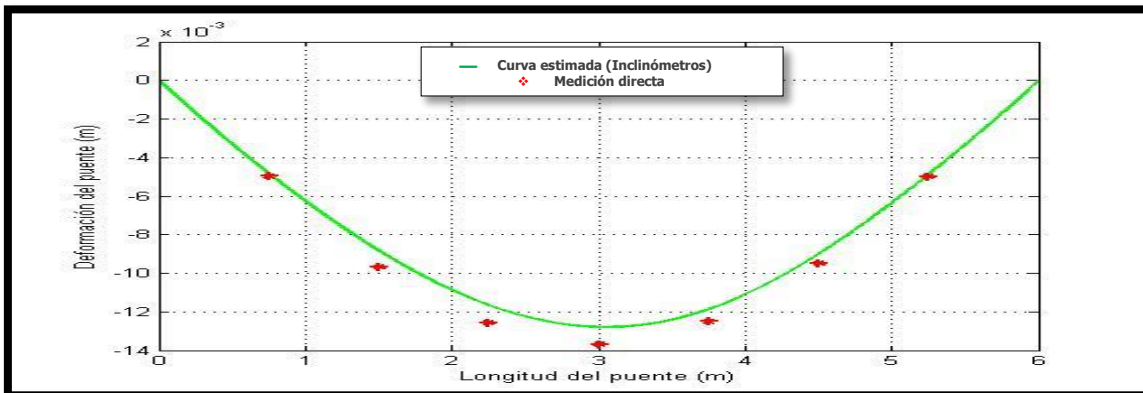
Curva de deformación configuración 9 carga 100 N



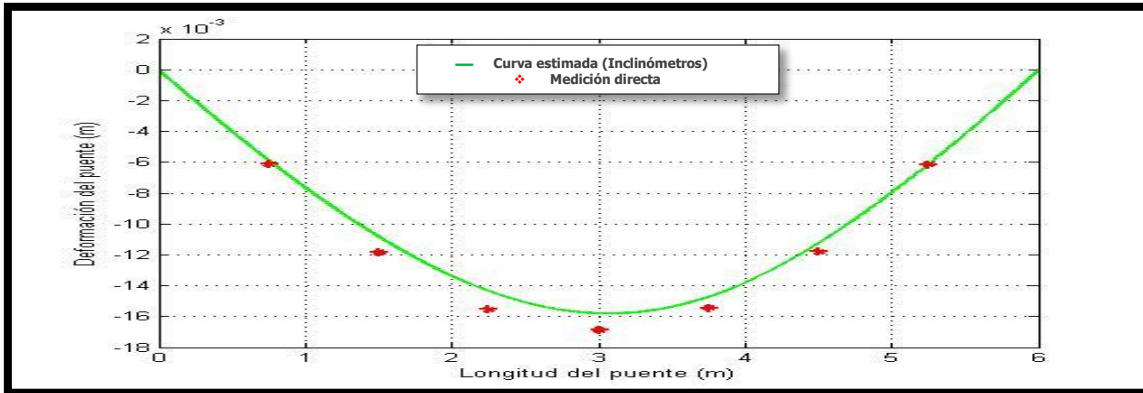
Curva de deformación configuración 9 carga 200 N



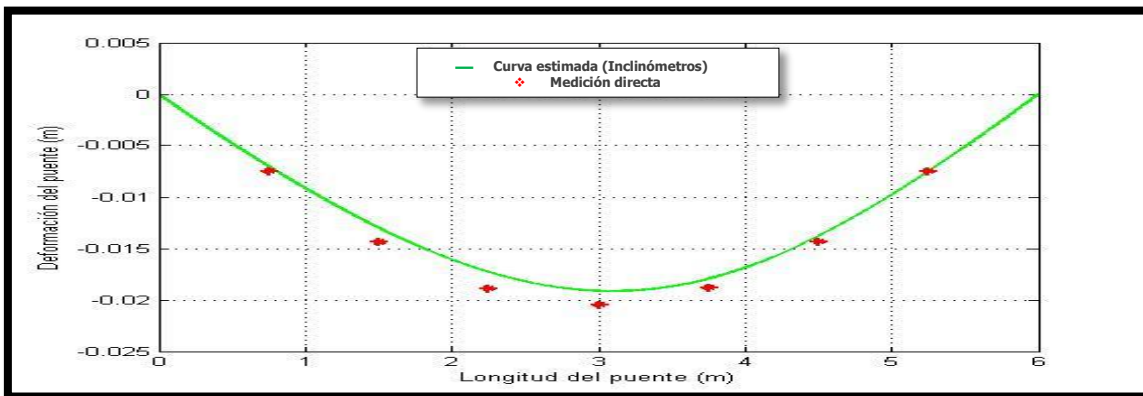
Curva de deformación configuración 9 carga 300 N



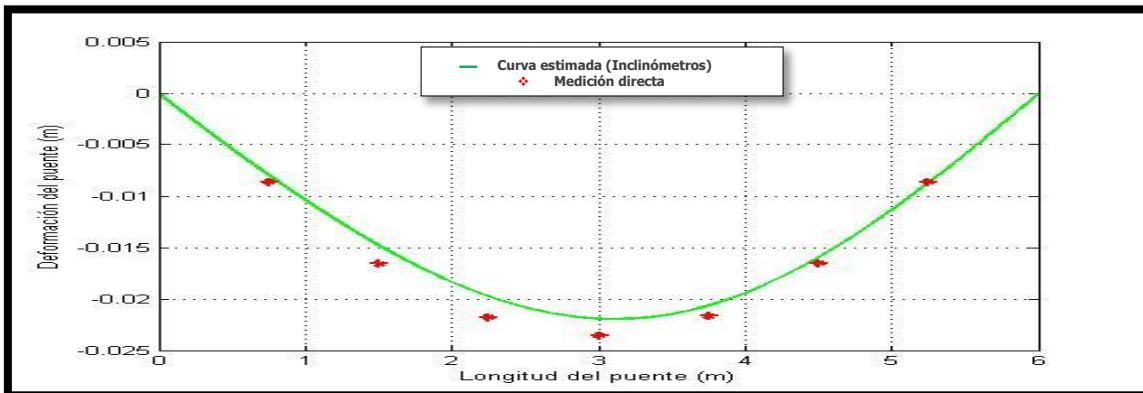
Curva de deformación configuración 9 carga 400 N



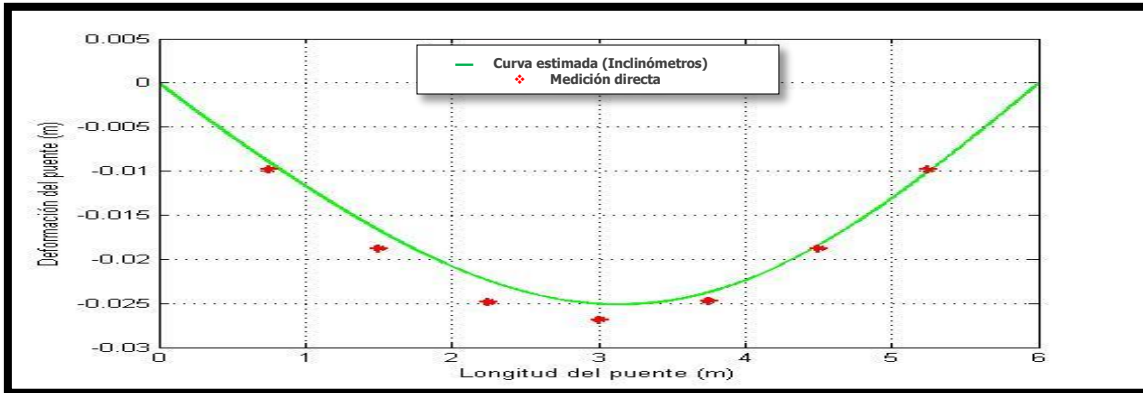
Curva de deformación configuración 9 carga 500 N



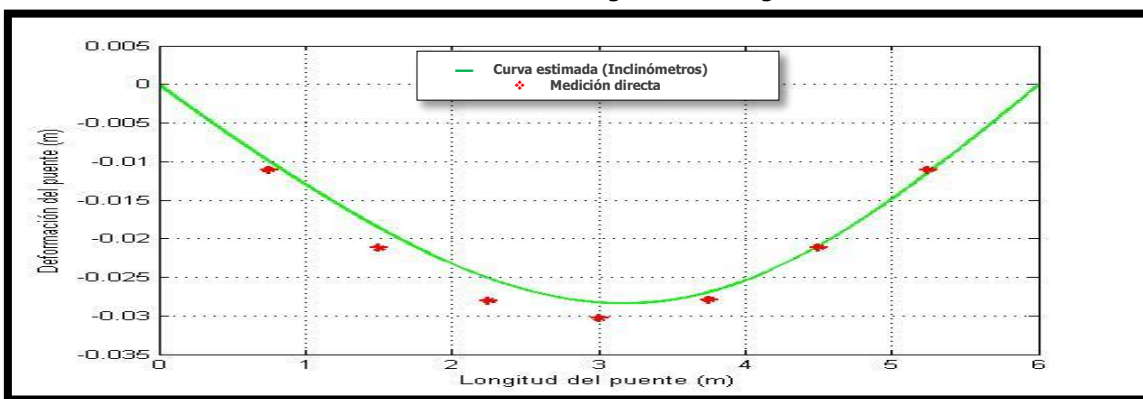
Curva de deformación configuración 9 carga 600 N



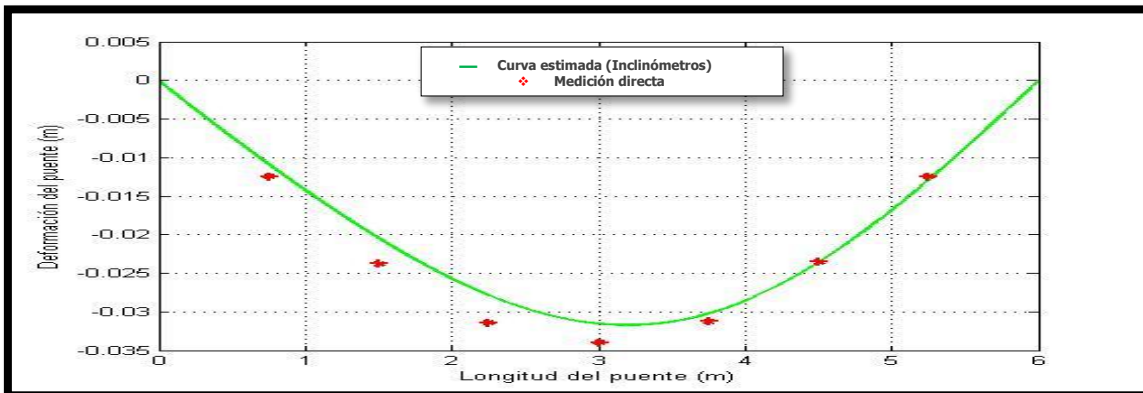
Curva de deformación configuración 9 carga 700 N



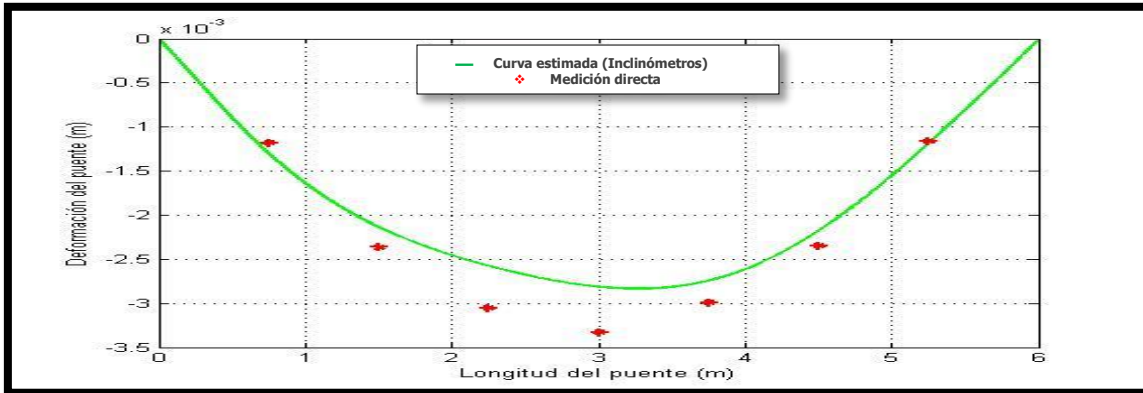
**Curva de deformación configuración 9 carga 800 N**



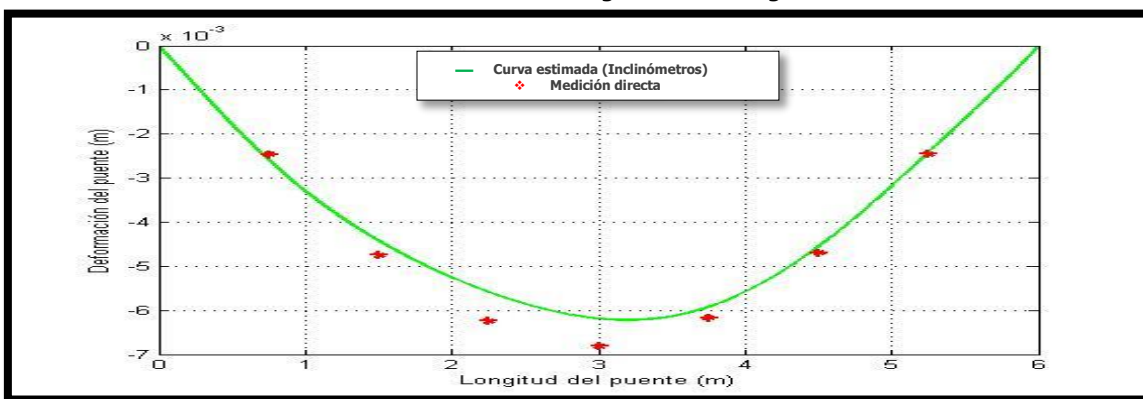
**Curva de deformación configuración 9 carga 900 N**



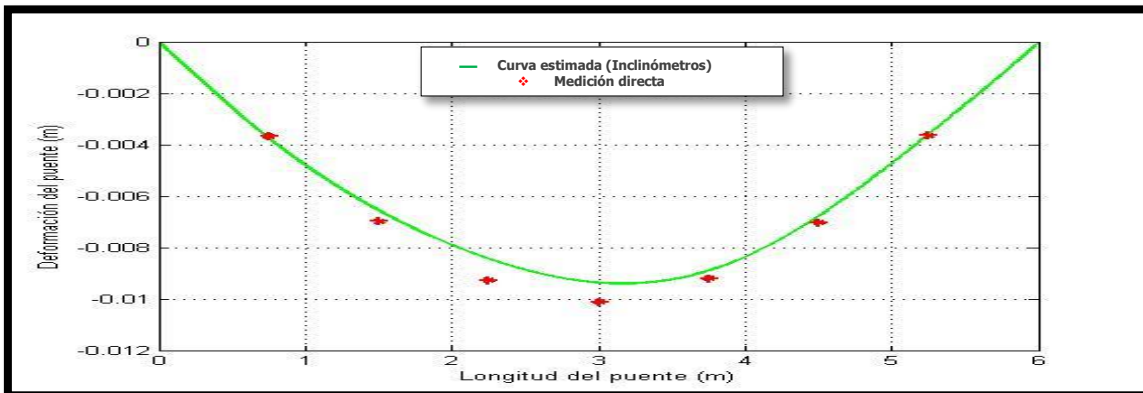
**Curva de deformación configuración 9 carga 1000 N**



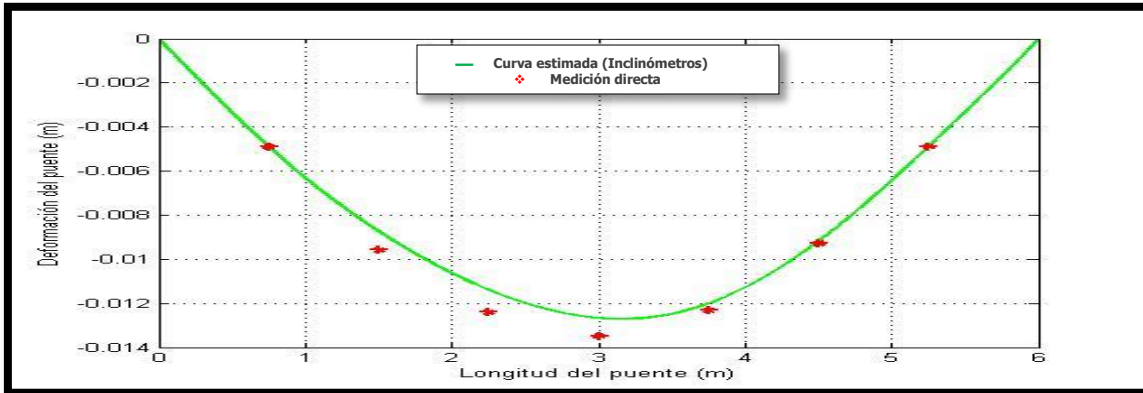
Curva de deformación configuración 10 carga 100 N



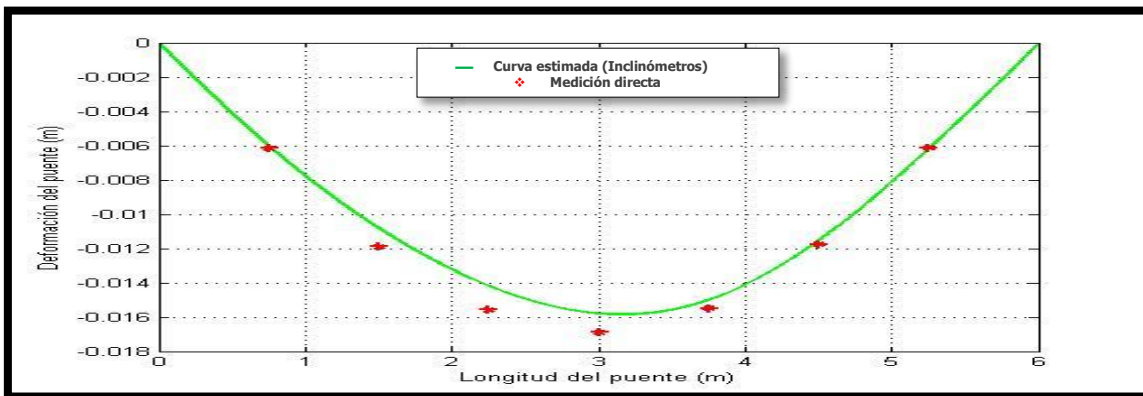
Curva de deformación configuración 10 carga 200 N



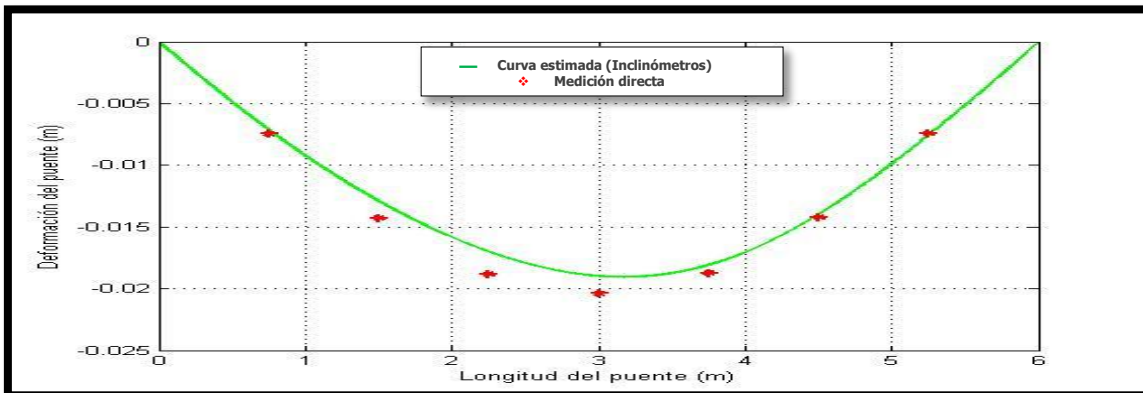
Curva de deformación configuración 10 carga 300 N



**Curva de deformación configuración 10 carga 400 N**

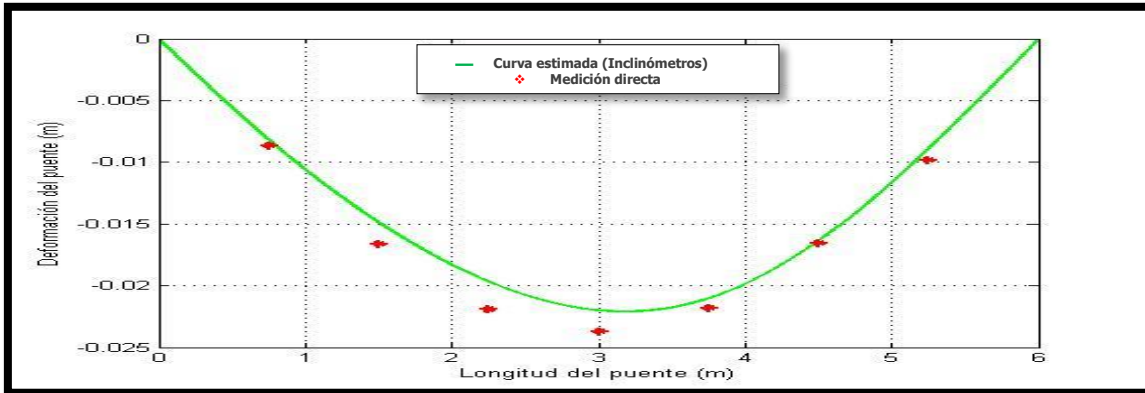


**Curva de deformación configuración 10 carga 500 N**

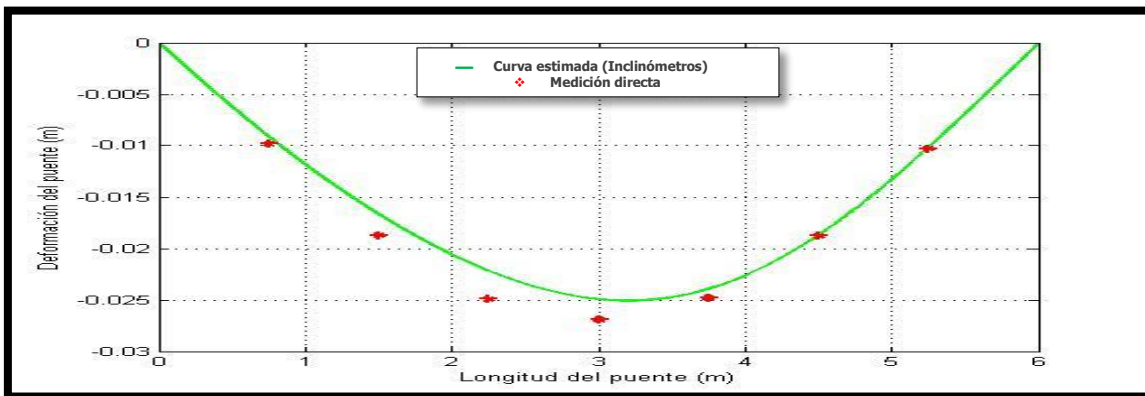


**Curva de deformación configuración 10 carga 600 N**

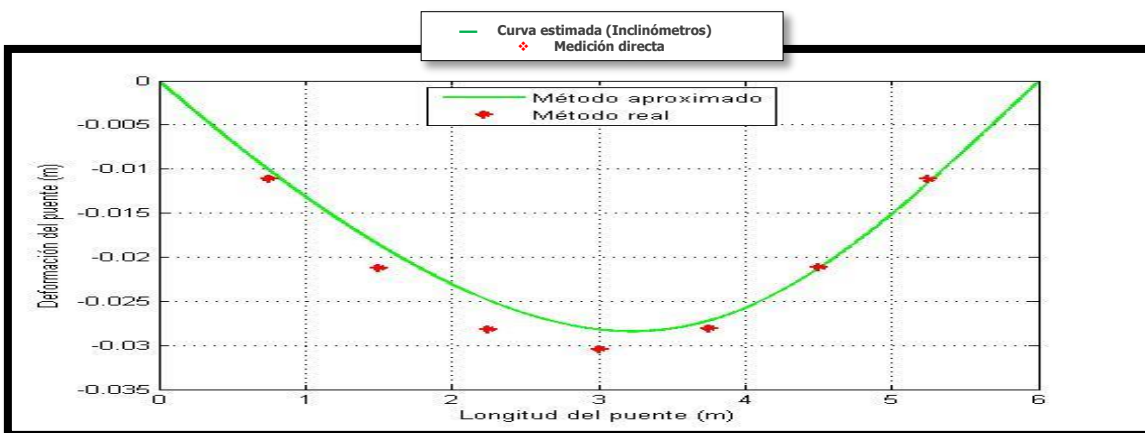




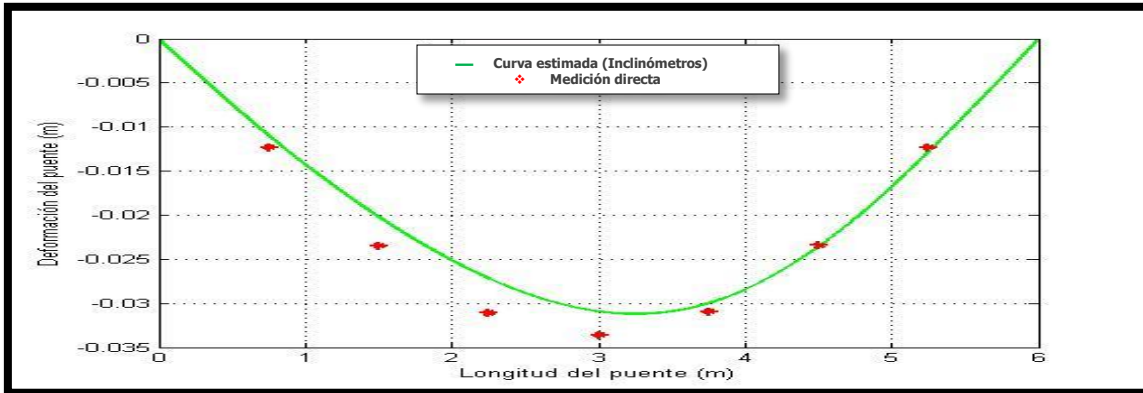
**Curva de deformación configuración 10 carga 700 N**



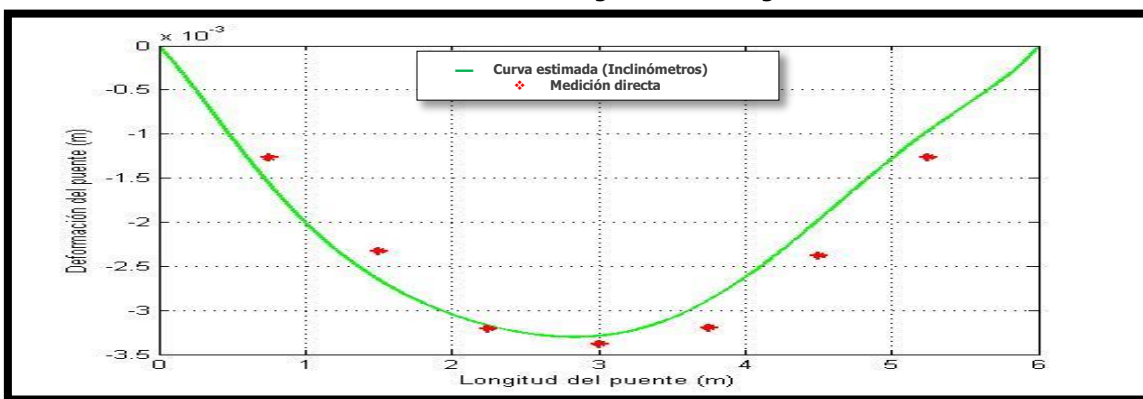
**Curva de deformación configuración 10 carga 800 N**



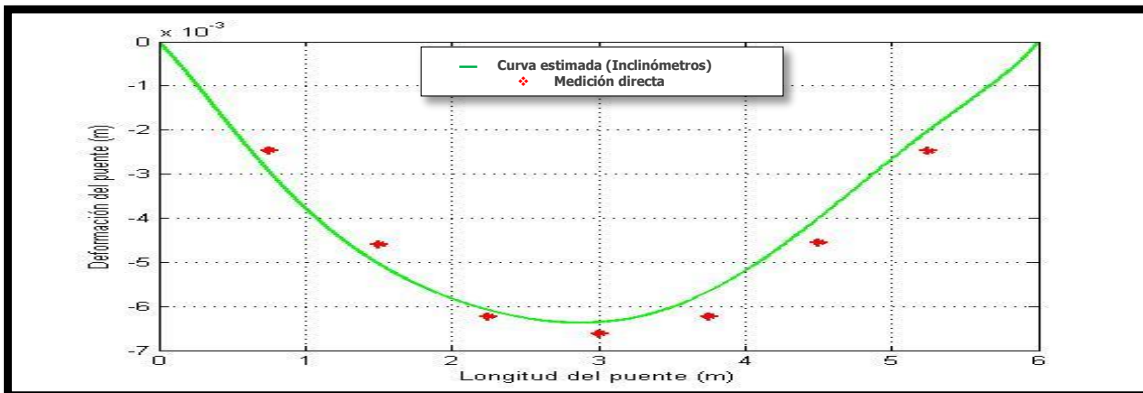
**Curva de deformación configuración 10 carga 900 N**



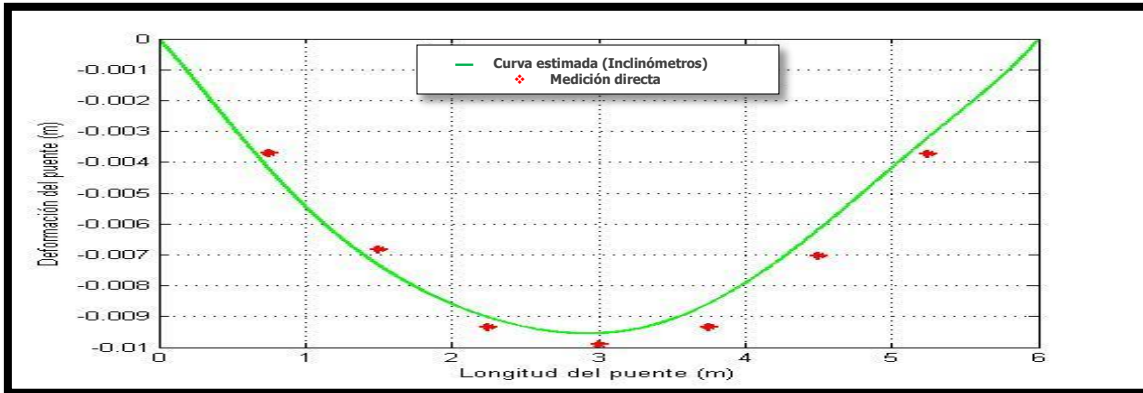
**Curva de deformación configuración 10 carga 1000 N**



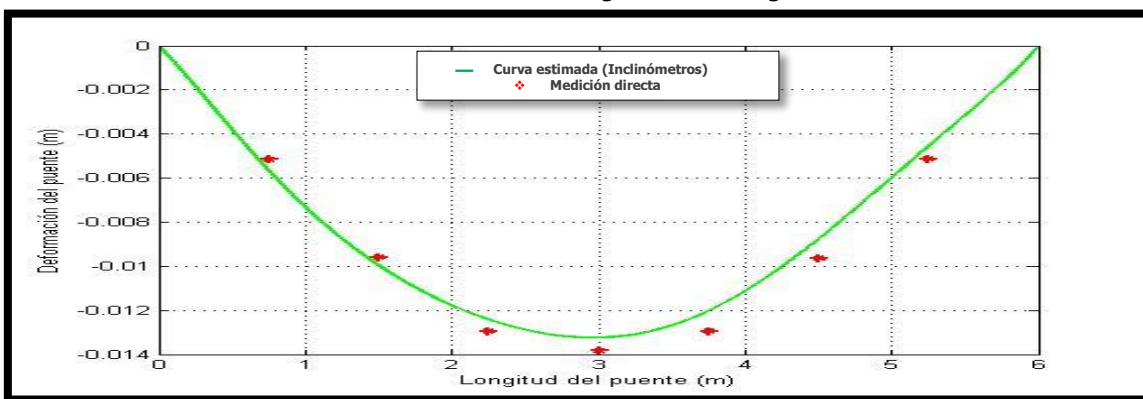
**Curva de deformación configuración 11 carga 100 N**



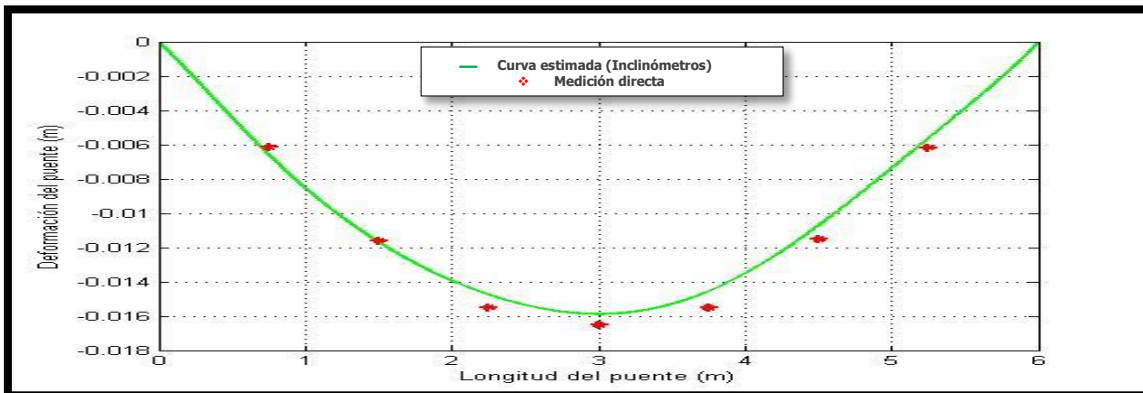
**Curva de deformación configuración 11 carga 200 N**



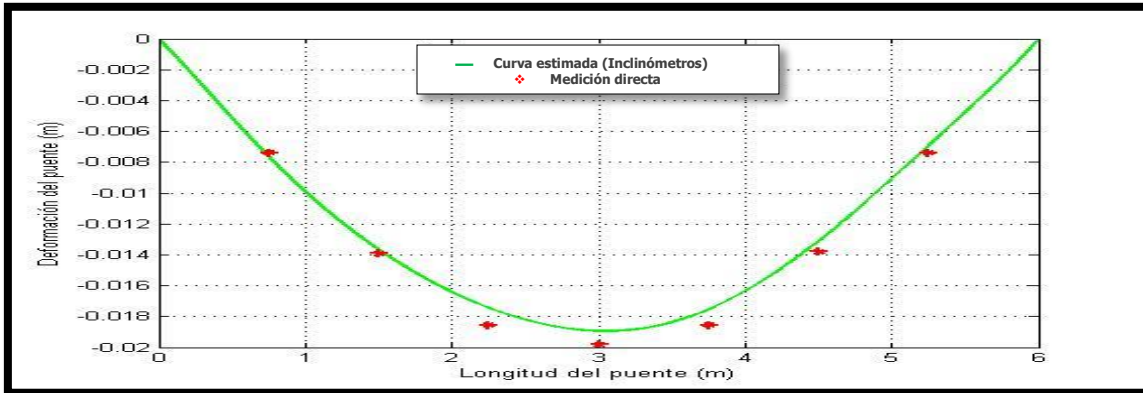
**Curva de deformación configuración 11 carga 300 N**



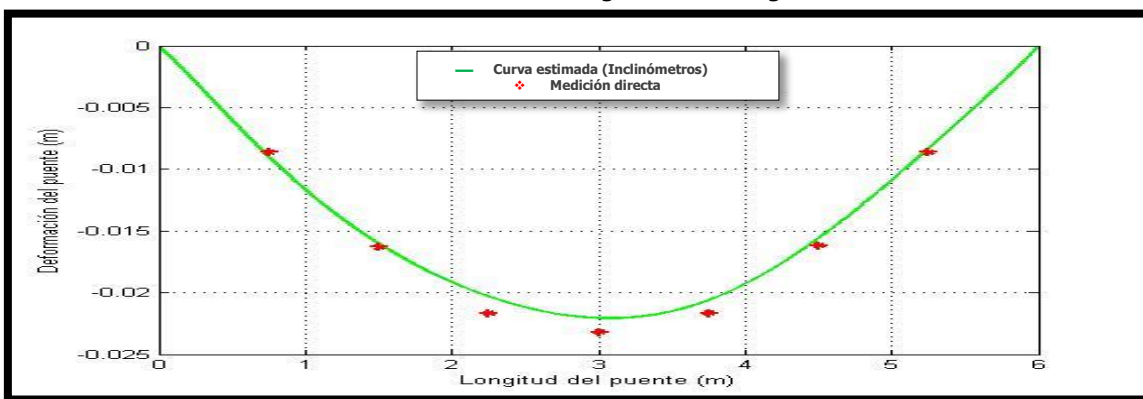
**Curva de deformación configuración 11 carga 400 N**



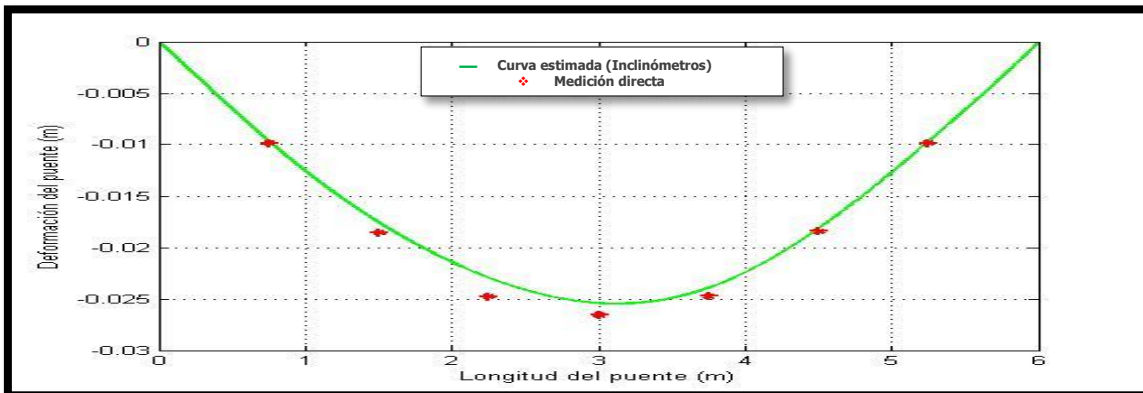
**Curva de deformación configuración 11 carga 500 N**



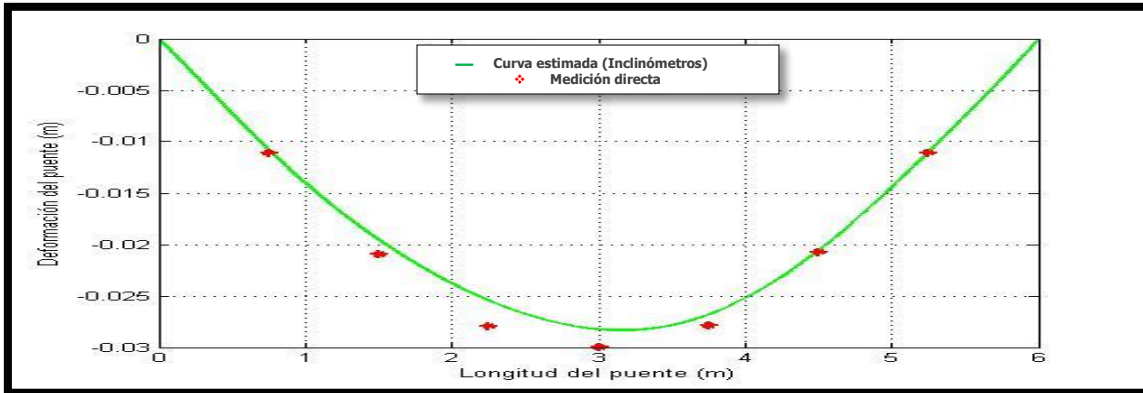
**Curva de deformación configuración 11 carga 600 N**



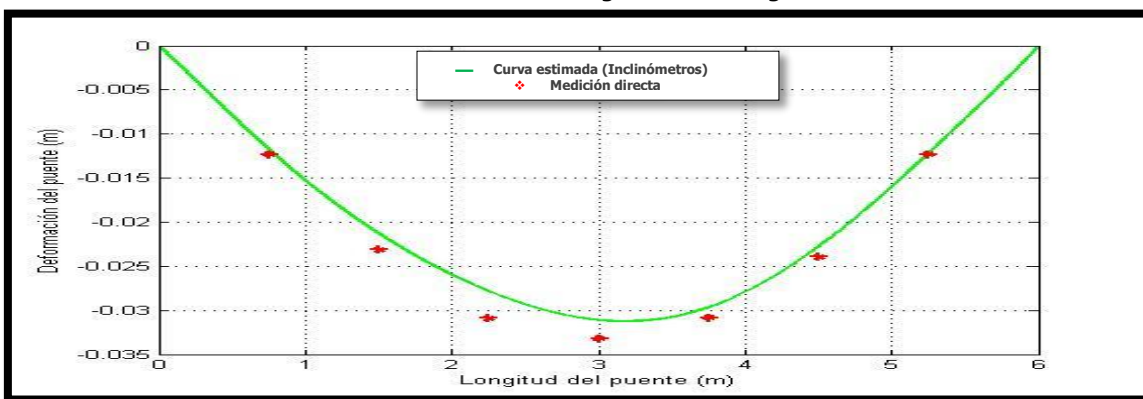
**Curva de deformación configuración 11 carga 700 N**



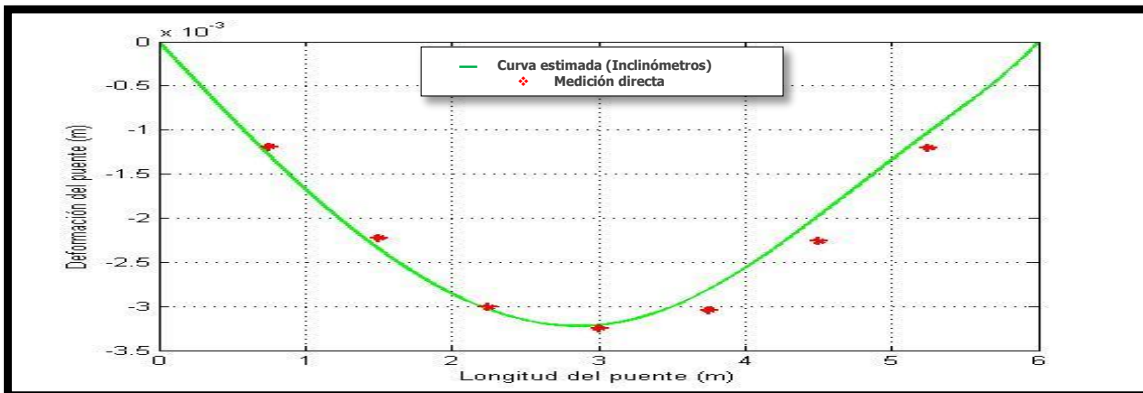
**Curva de deformación configuración 11 carga 800 N**



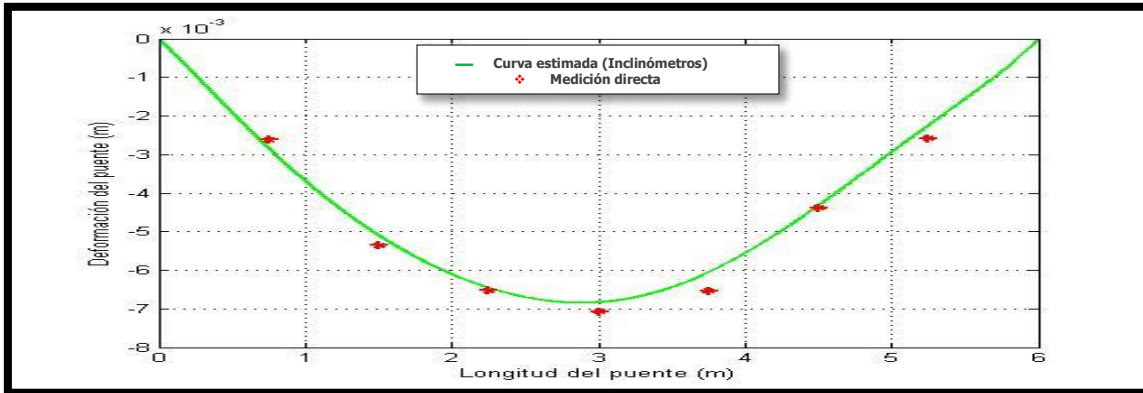
**Curva de deformación configuración 11 carga 900 N**



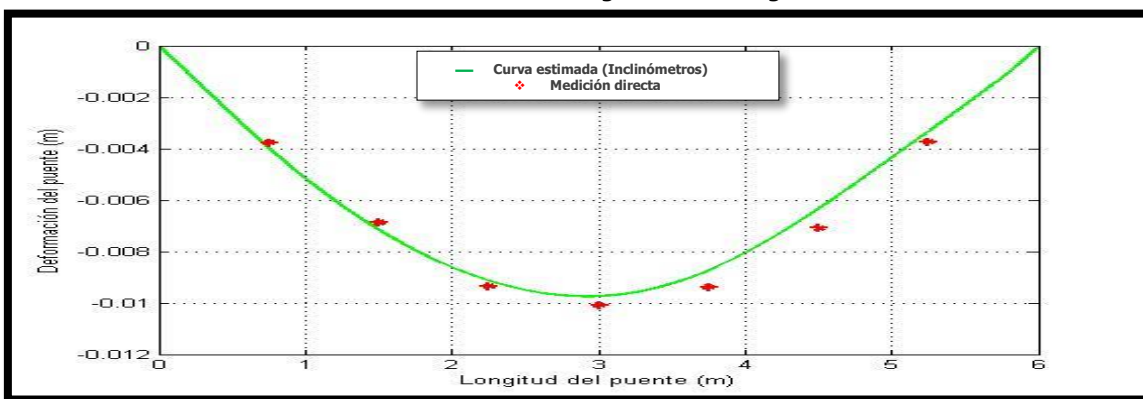
**Curva de deformación configuración 11 carga 1000 N**



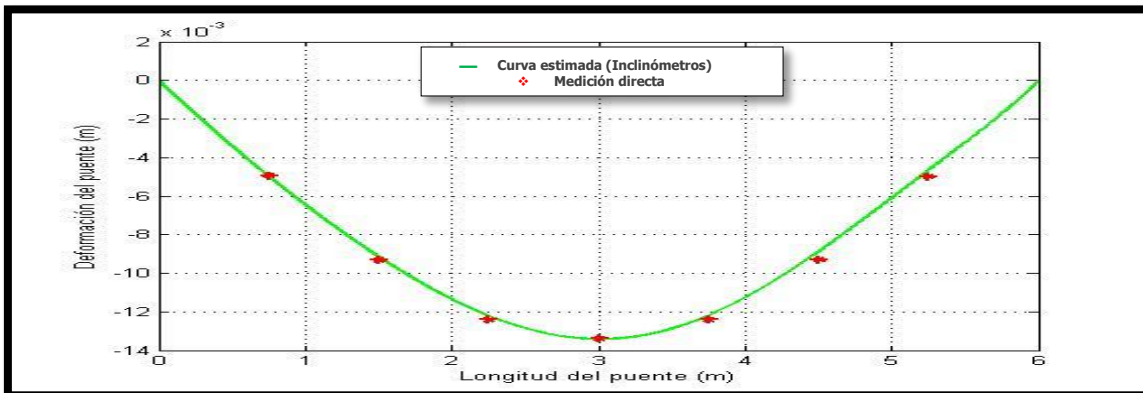
**Curva de deformación configuración 12 carga 100 N**



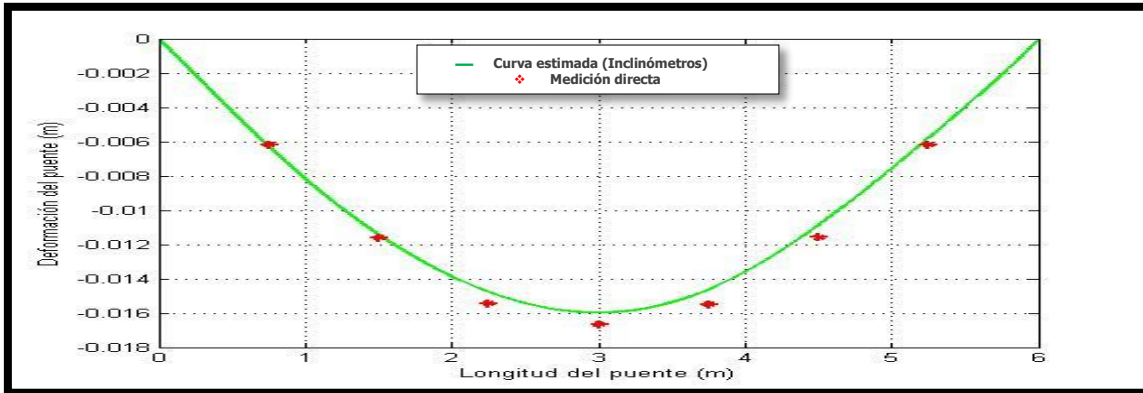
Curva de deformación configuración 12 carga 200 N



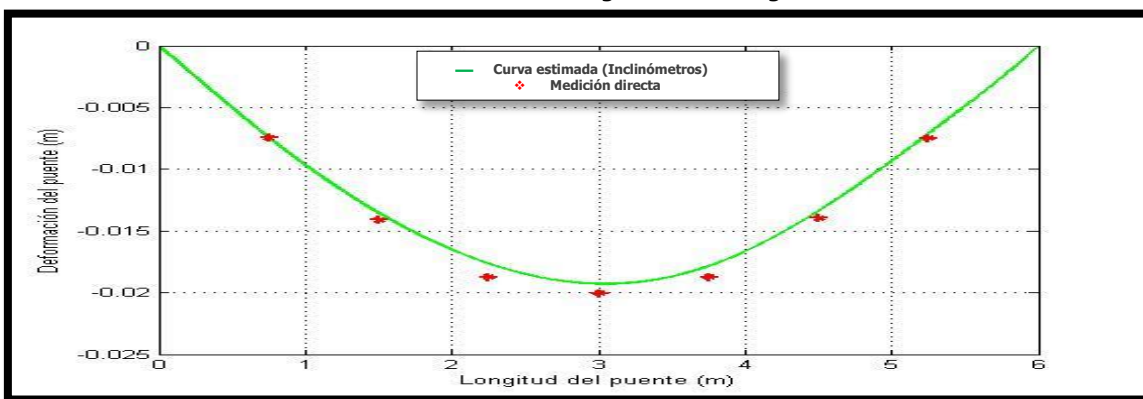
Curva de deformación configuración 12 carga 300 N



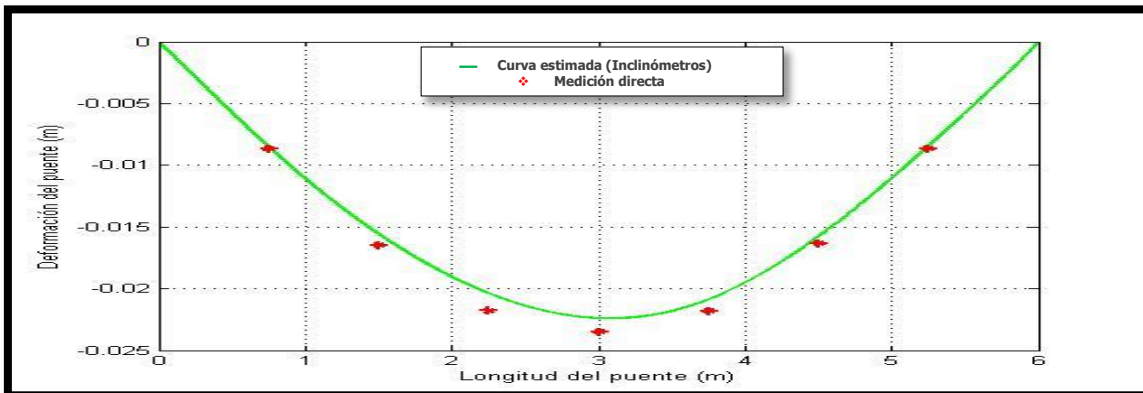
Curva de deformación configuración 12 carga 400 N



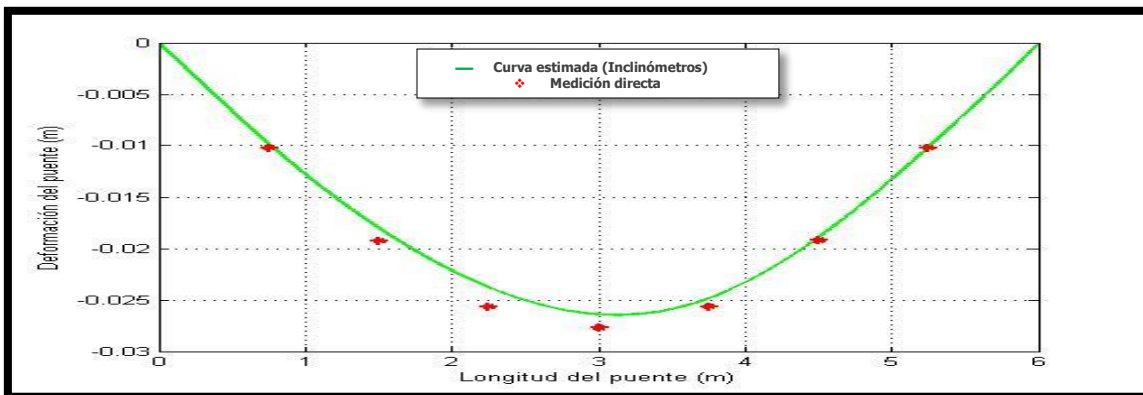
**Curva de deformación configuración 12 carga 500 N**



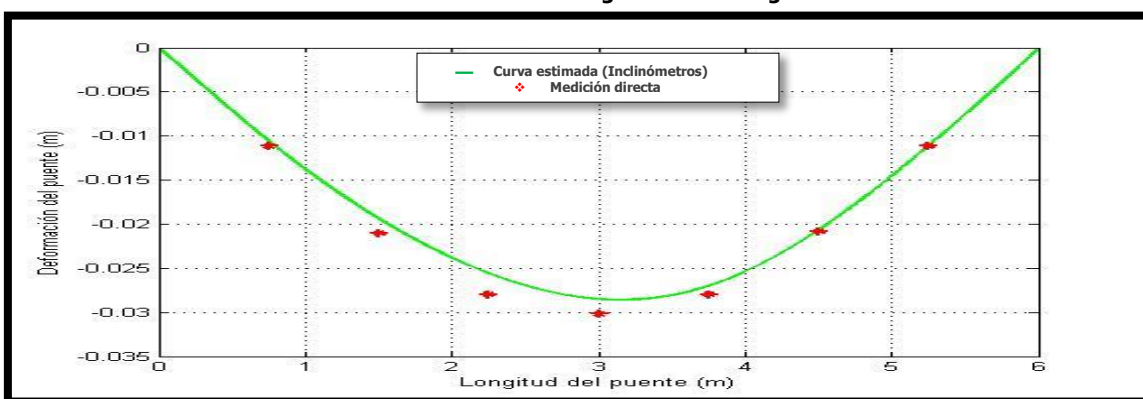
**Curva de deformación configuración 12 carga 600 N**



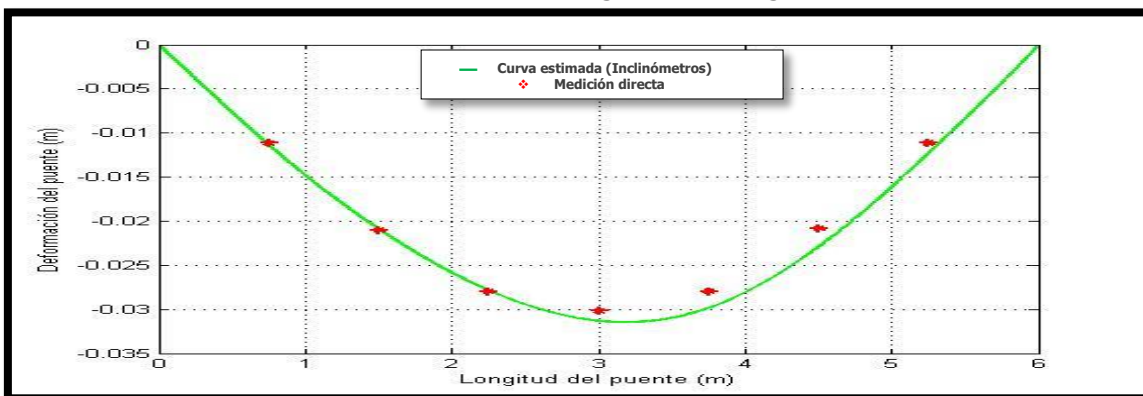
**Curva de deformación configuración 12 carga 700 N**



**Curva de deformación configuración 12 carga 800 N**

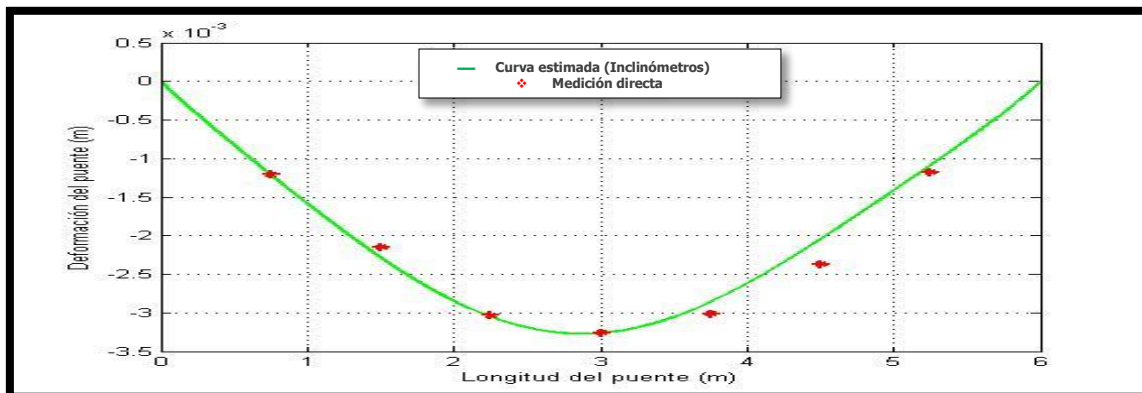


**Curva de deformación configuración 12 carga 900 N**

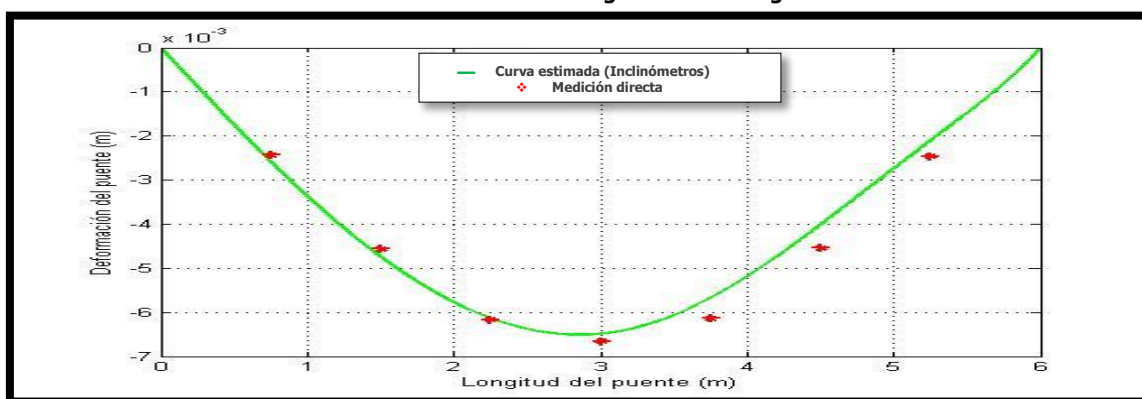


**Curva de deformación configuración 12 carga 1000 N**

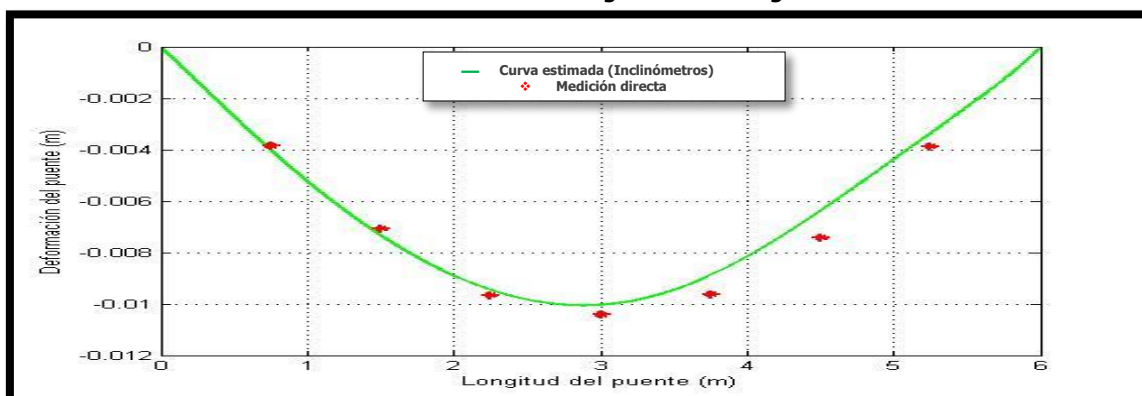




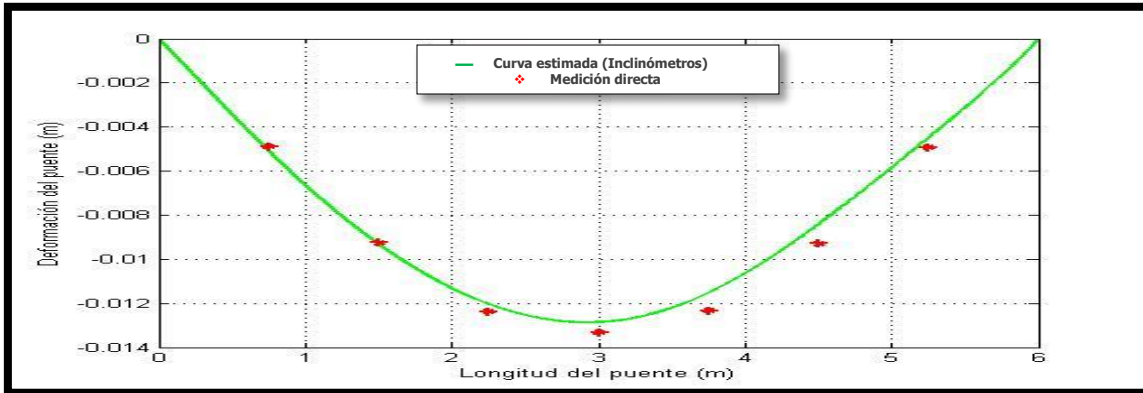
**Curva de deformación configuración 13 carga 100 N**



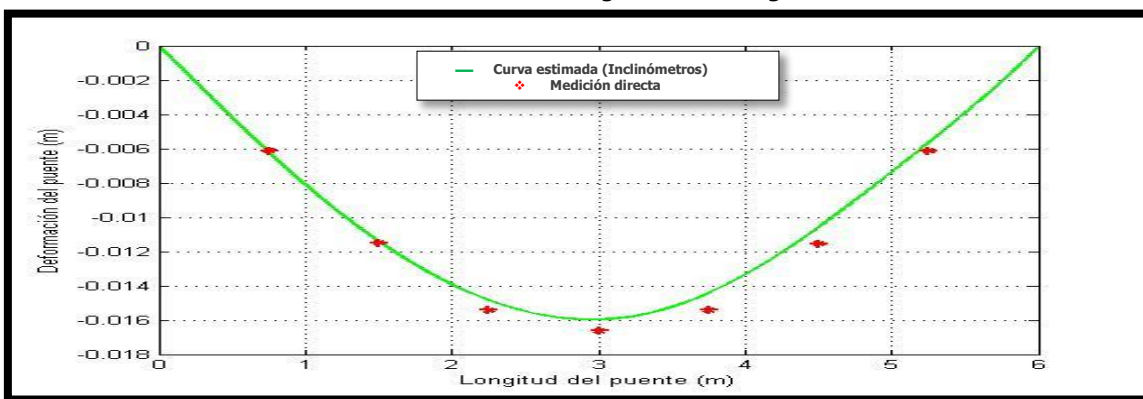
**Curva de deformación configuración 13 carga 200 N**



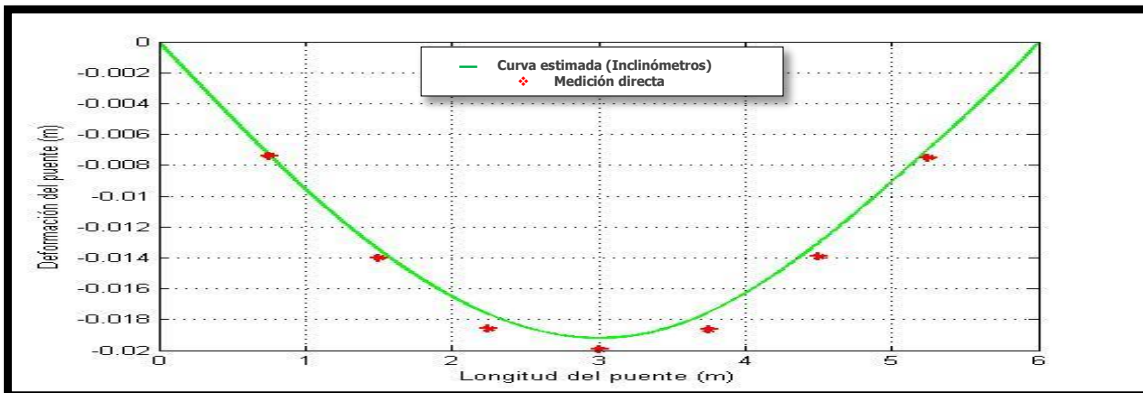
**Curva de deformación configuración 13 carga 300 N**



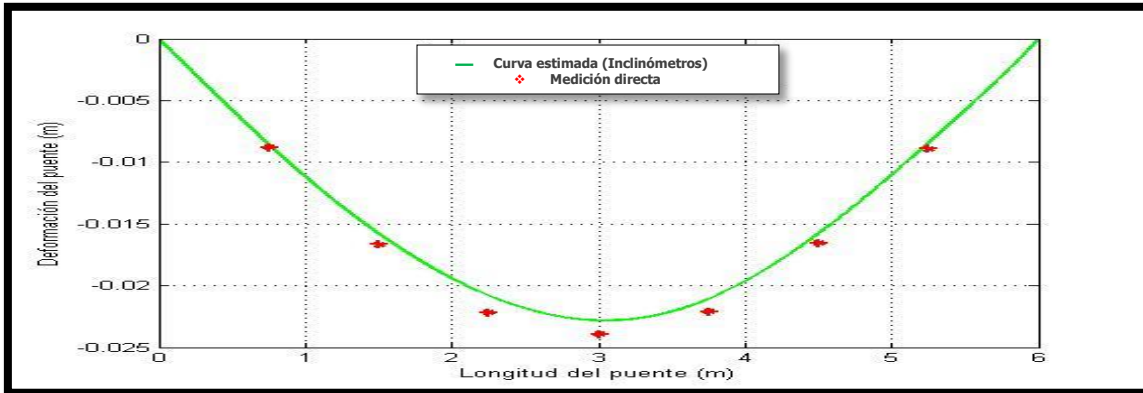
**Curva de deformación configuración 13 carga 400 N**



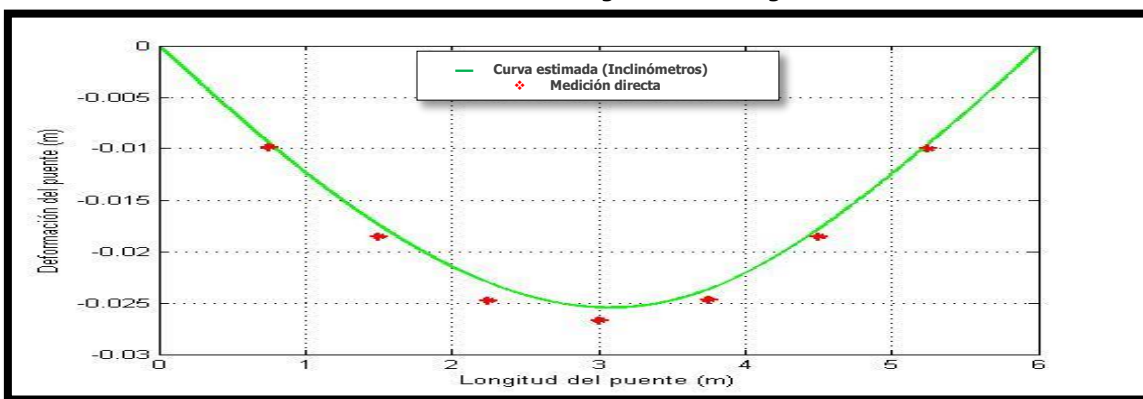
**Curva de deformación configuración 13 carga 500 N**



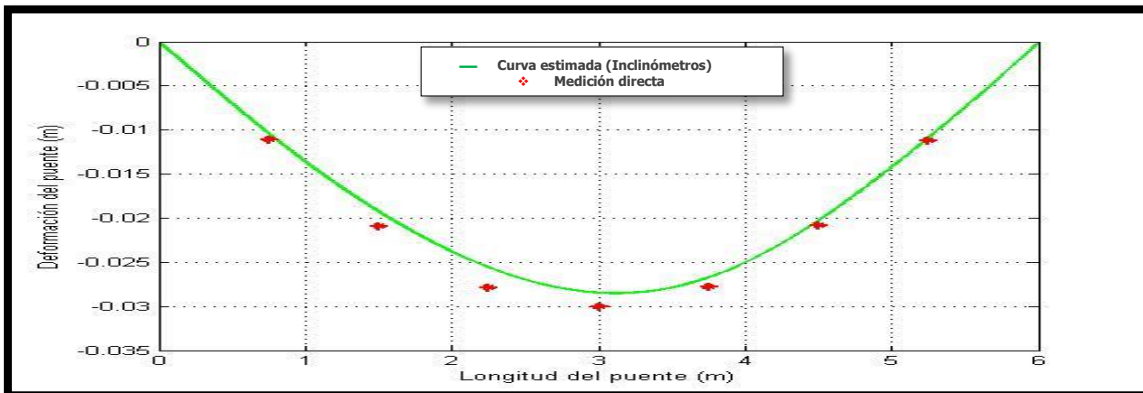
**Curva de deformación configuración 13 carga 600 N**



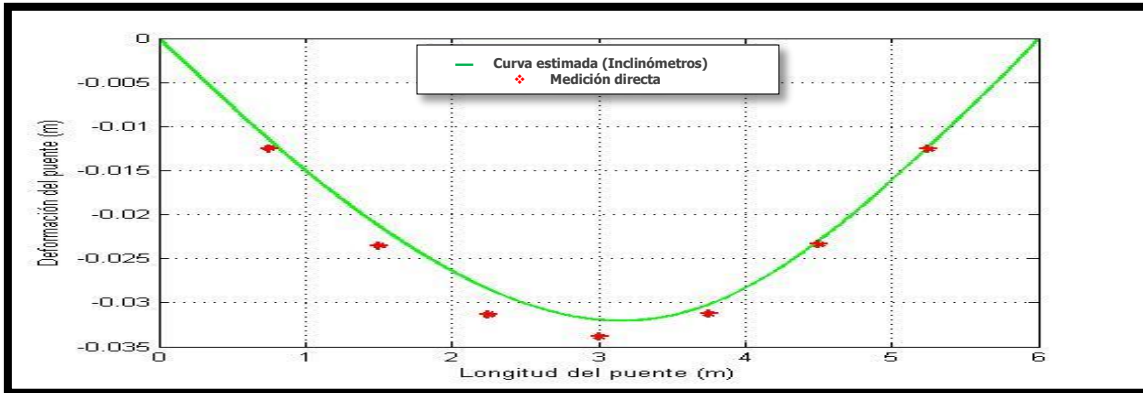
**Curva de deformación configuración 13 carga 700 N**



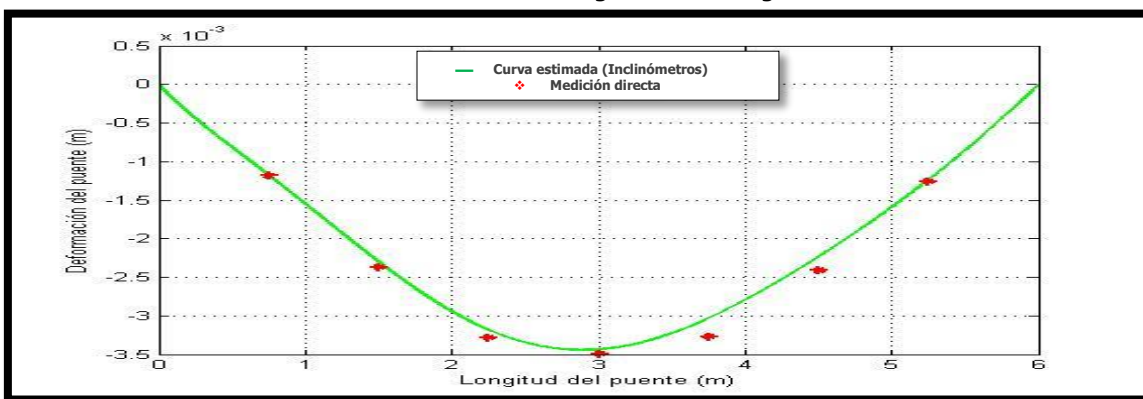
**Curva de deformación configuración 13 carga 800 N**



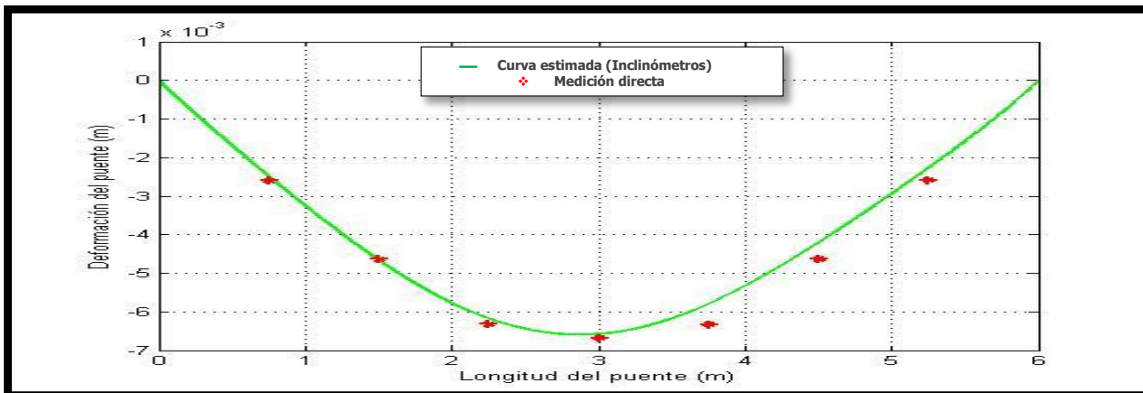
**Curva de deformación configuración 13 carga 900 N**



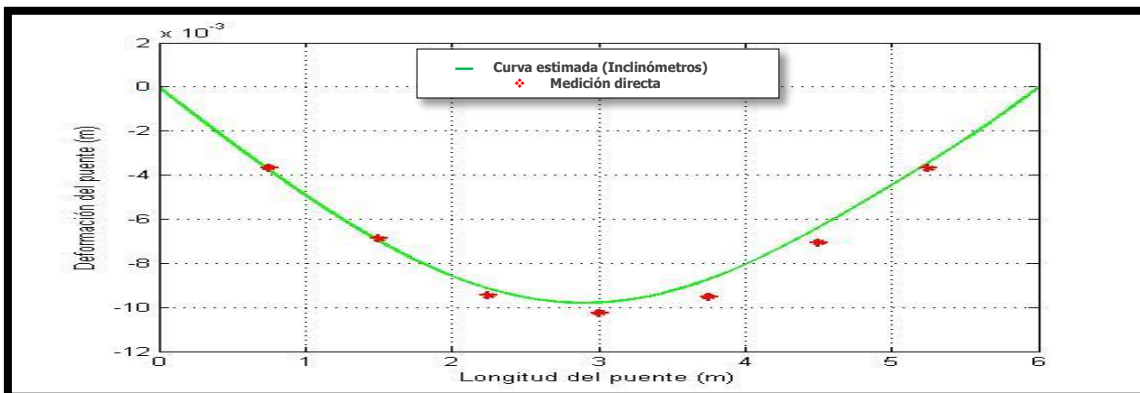
Curva de deformación configuración 13 carga 1000 N



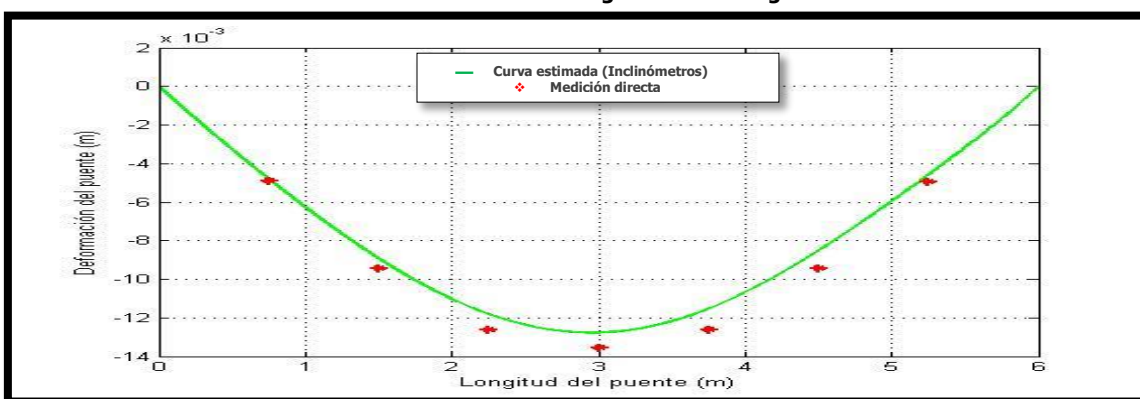
Curva de deformación configuración 14 carga 100 N



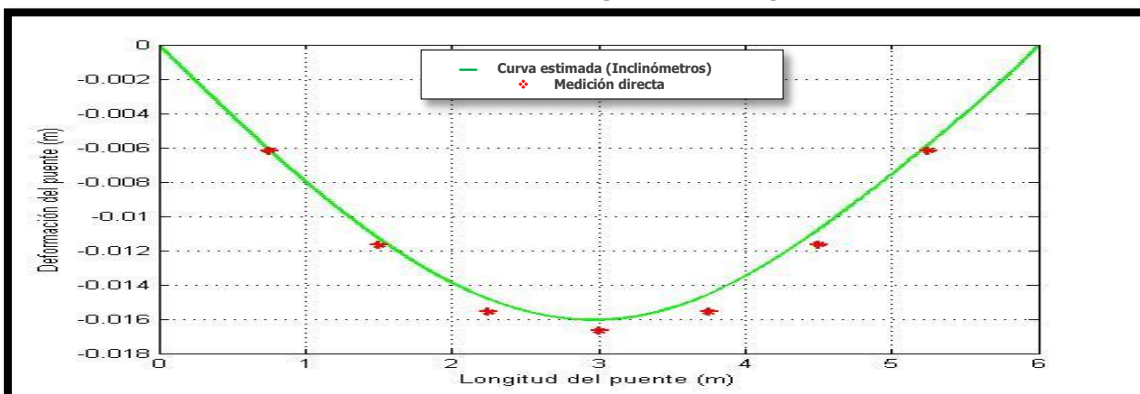
Curva de deformación configuración 14 carga 200 N



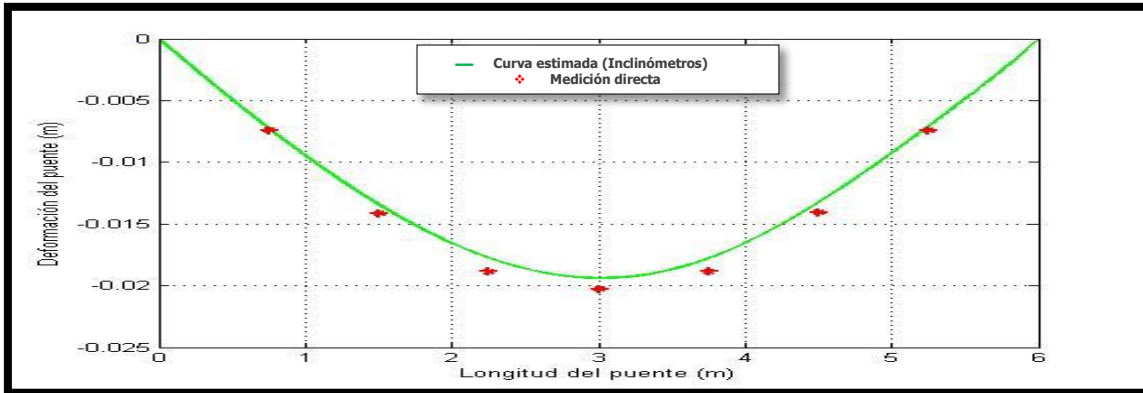
Curva de deformación configuración 14 carga 300 N



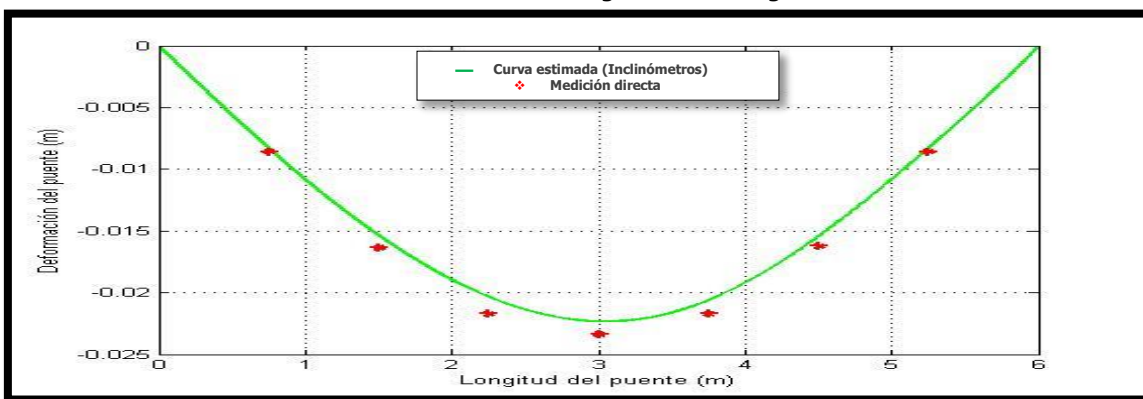
Curva de deformación configuración 14 carga 400 N



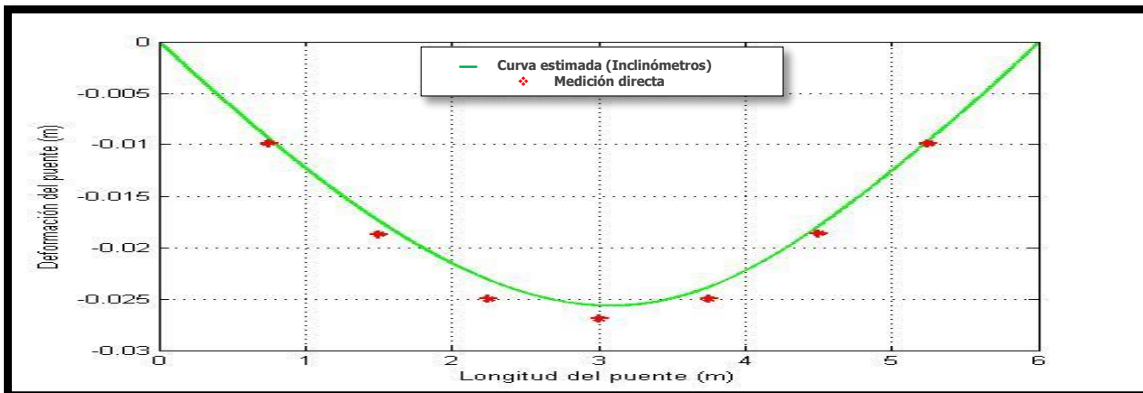
Curva de deformación configuración 14 carga 500 N



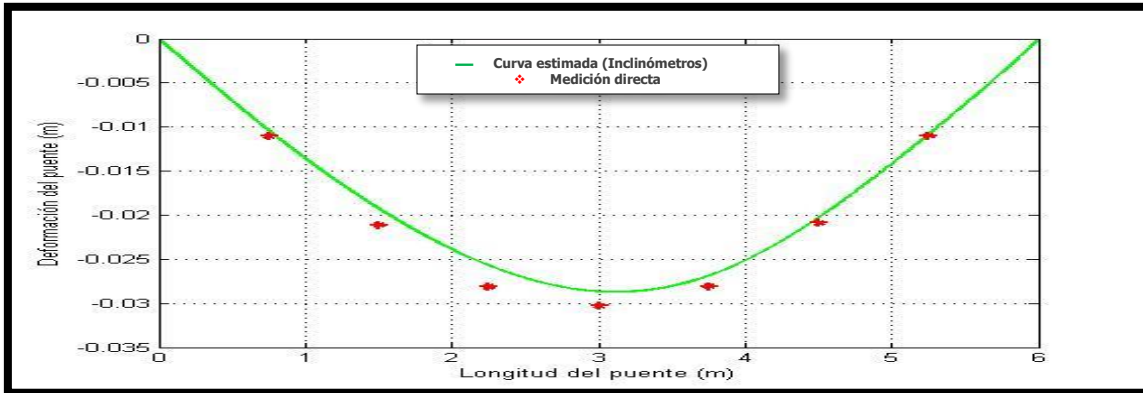
**Curva de deformación configuración 14 carga 600 N**



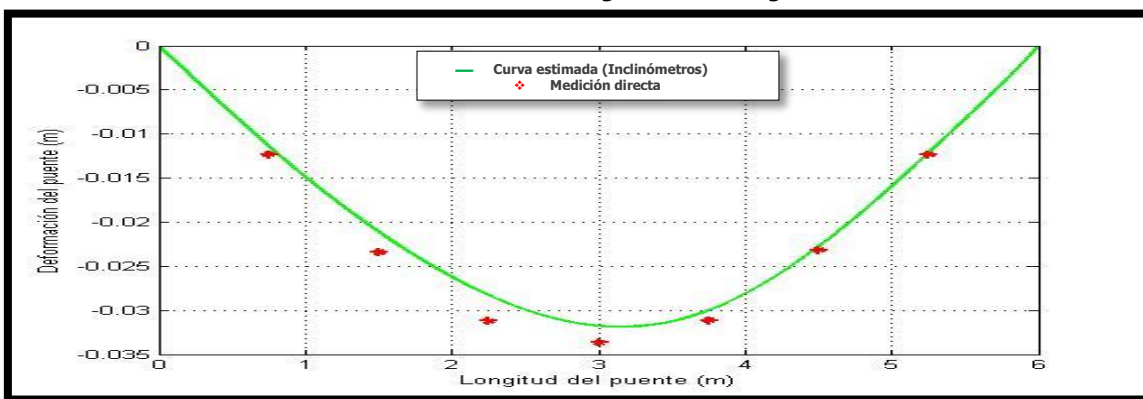
**Curva de deformación configuración 14 carga 700 N**



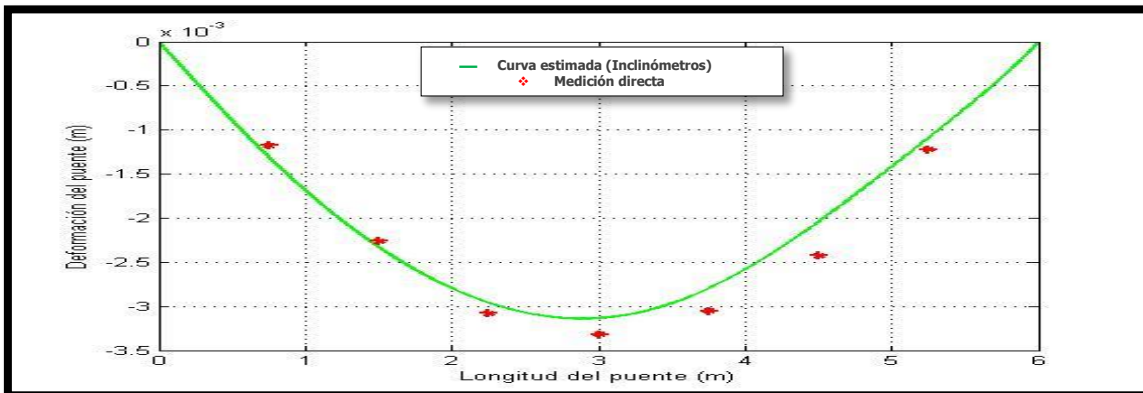
**Curva de deformación configuración 14 carga 800 N**



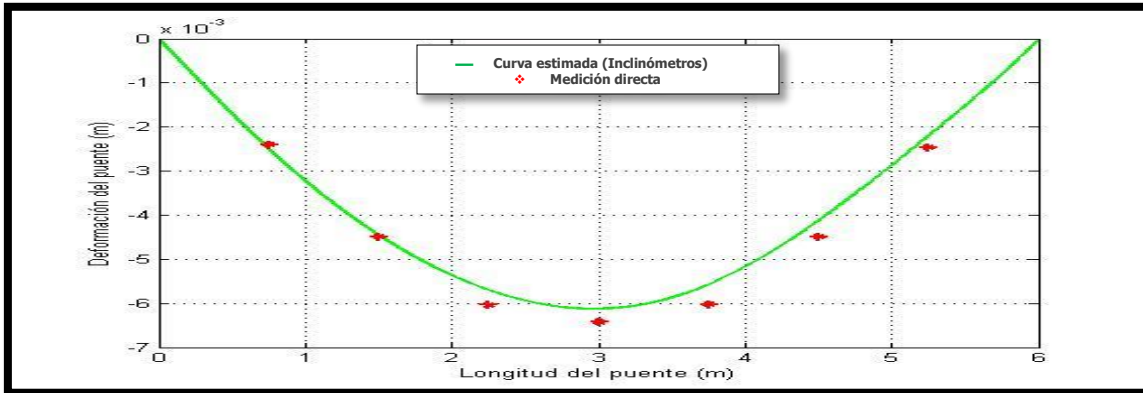
**Curva de deformación configuración 14 carga 900 N**



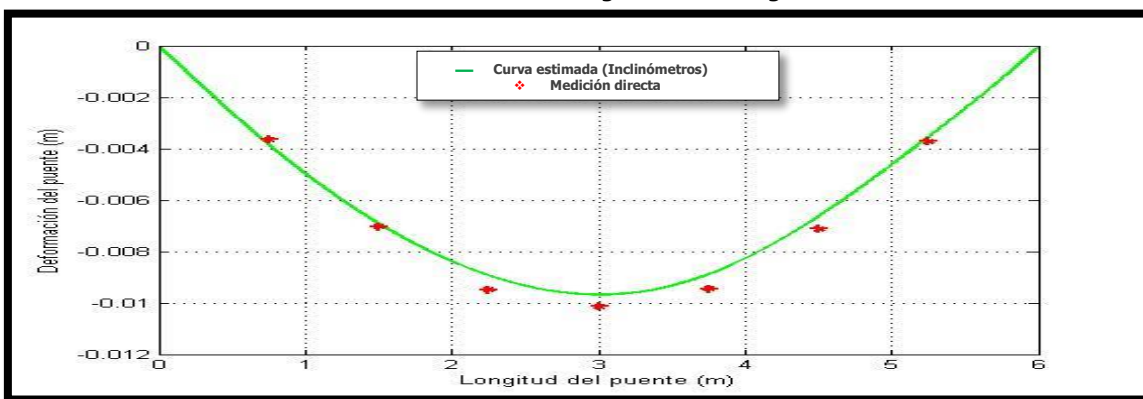
**Curva de deformación configuración 14 carga 1000 N**



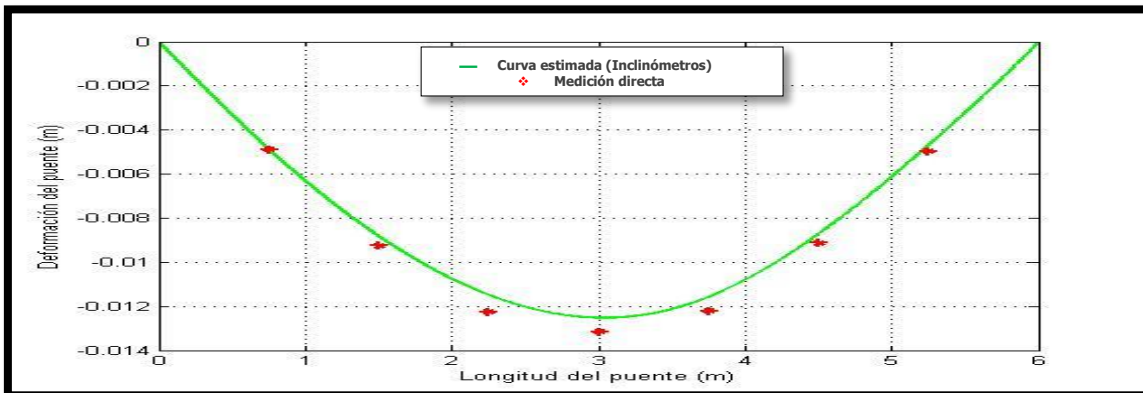
**Curva de deformación configuración 15 carga 100 N**



**Curva de deformación configuración 15 carga 200 N**

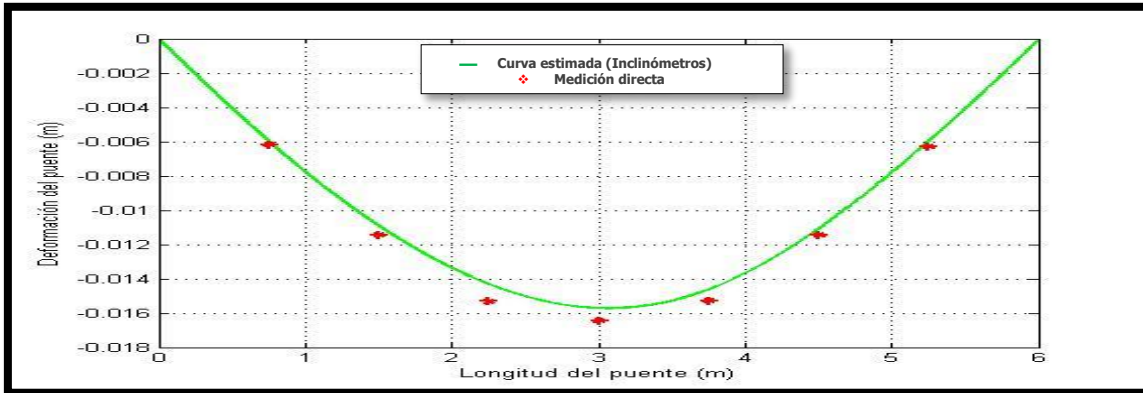


**Curva de deformación configuración 15 carga 300 N**

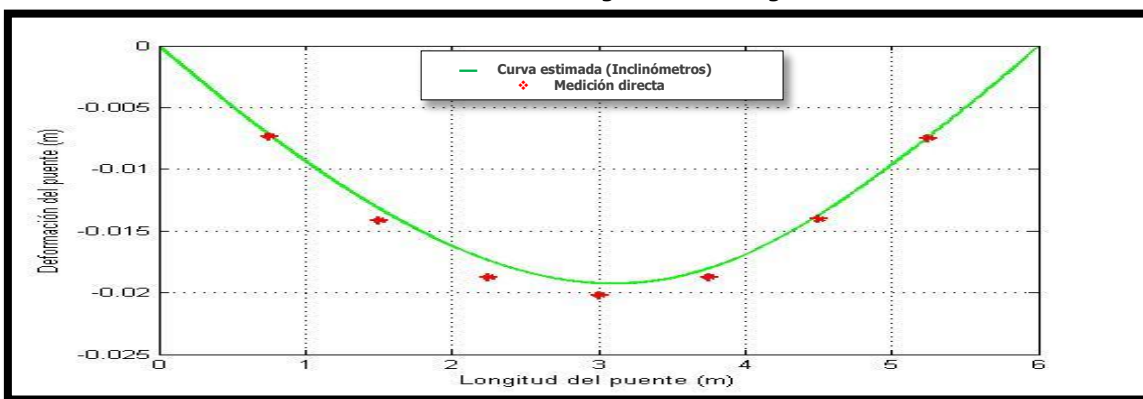


**Curva de deformación configuración 15 carga 400 N**

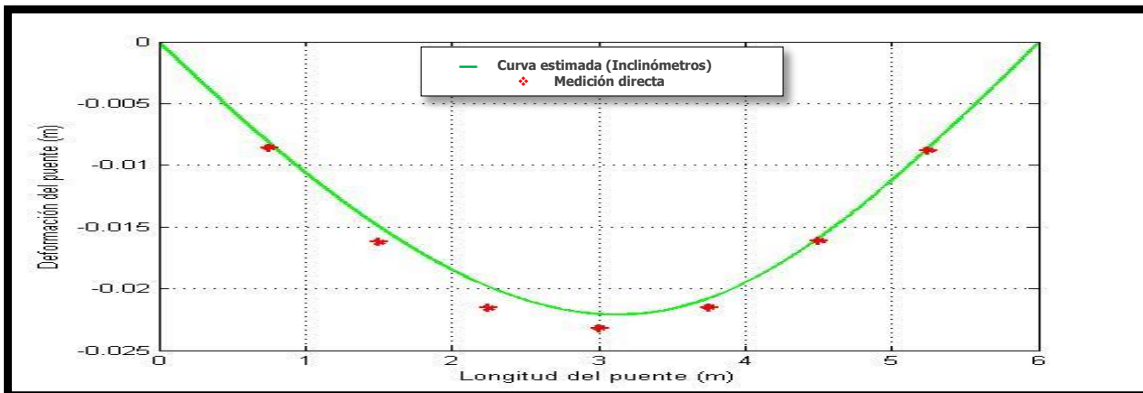




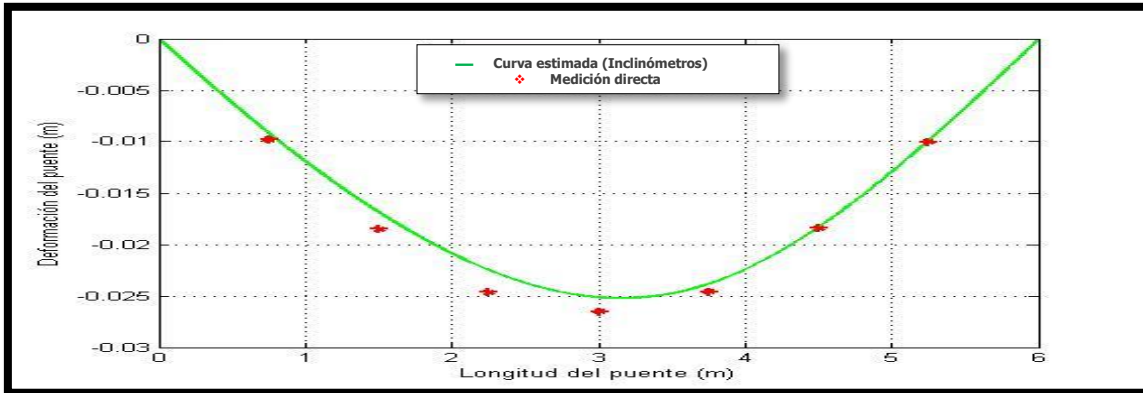
Curva de deformación configuración 15 carga 500 N



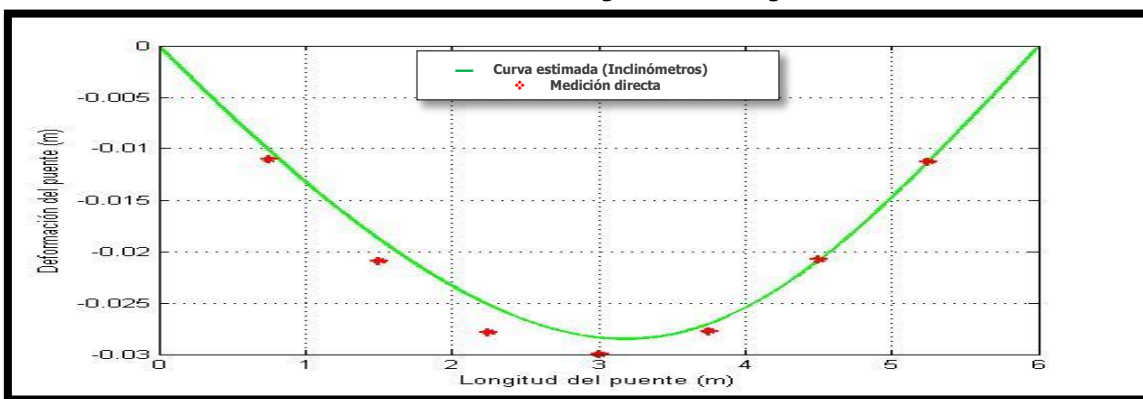
Curva de deformación configuración 15 carga 600 N



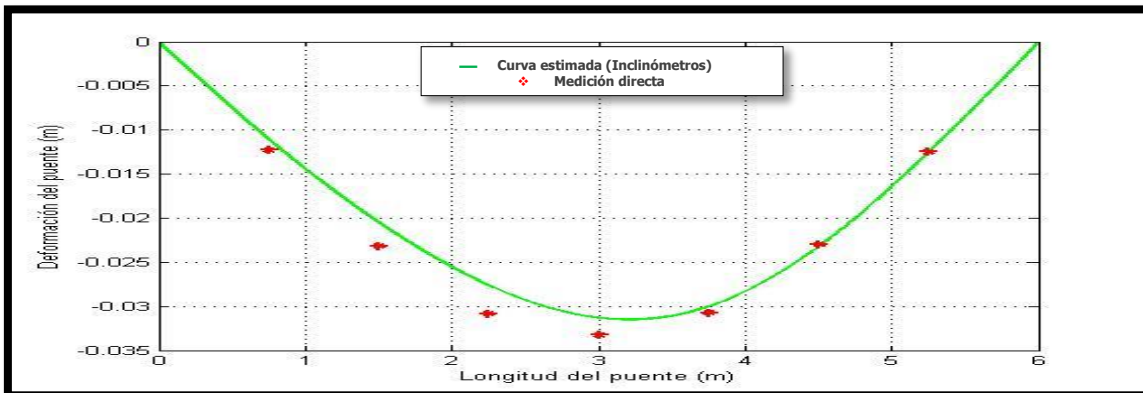
Curva de deformación configuración 15 carga 700 N



**Curva de deformación configuración 15 carga 800 N**



**Curva de deformación configuración 15 carga 900 N**



**Curva de deformación configuración 15 carga 1000 N**